

2015年贵州省黔南州中考真题数学

一、单项选择题(共13小题,每小题4分,满分52分)

1. 下列说法错误的是()

A. -2的相反数是2

B. 3的倒数是 $\frac{1}{3}$

C. $(-3)-(-5)=2$

D. -11, 0, 4这三个数中最小的数是0

解析: 根据相反数的概念、倒数的概念、有理数的减法法则和有理数的大小比较对各个选项进行分析判断:

A、-2的相反数是2, A正确;

B、3的倒数是 $\frac{1}{3}$, B正确;

C、 $(-3)-(-5)=-3+5=2$, C正确;

D、-11, 0, 4这三个数中最小的数是-11, D错误.

答案: D.

2. 在“青春脉动·唱响黔南校园青年歌手大赛”总决赛中, 7位评委对某位选手评分为(单位: 分): 9、8、9、7、8、9、7. 这组数据的众数和平均数分别是()

A. 9、8

B. 9、7

C. 8、7

D. 8、8

解析: 考查众数和平均数. 9出现了三次, 出现次数最多, 所以这组数据的众数是9,

这组数据的平均数是: $\frac{9+8+9+7+8+9+7}{7} \approx 8$.

答案: A.

3. 下列各数表示正确的是()

A. $57000000=57 \times 10^6$

B. 0.0158(用四舍五入法精确到0.001) $=0.015$

C. 1.804(用四舍五入法精确到十分位) $=1.8$

D. $0.0000257=2.57 \times 10^{-4}$

解析: 把各项中较大与较小的数字利用科学记数法表示, 取其近似值得到结果, 进而作出判断:

A、 $57000000=5.7 \times 10^7$, 错误;

B、0.0158(用四舍五入法精确到0.001) ≈ 0.016 , 错误;

C、1.804(用四舍五入法精确到十分位) ≈ 1.8 , 正确;

D、 $0.0000257=2.57 \times 10^{-5}$, 错误,

答案: C.

4. 下列运算正确()

A. $a \cdot a^5 = a^5$

B. $a^7 \div a^5 = a^3$

C. $(2a)^3 = 6a^3$

D. $10ab^3 \div (-5ab) = -2b^2$

解析：对各个选项进行分析判断：

A、根据同底数幂的乘法法则， $\because a \cdot a^5 = a^6$ ， \therefore 选项 A 不正确；

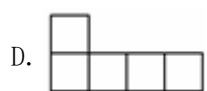
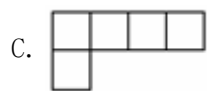
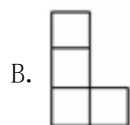
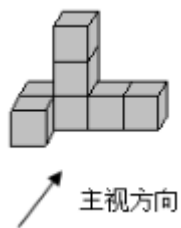
B、根据同底数幂的除法法则， $\because a^7 \div a^5 = a^2$ ， \therefore 选项 B 不正确；

C、根据积的乘方的运算方法， $\because (2a)^3 = 8a^3$ ， \therefore 选项 C 不正确；

D、根据整式的除法的运算方法， $\because 10ab^3 \div (-5ab) = -2b^2$ ， \therefore 选项 D 正确.

答案：D.

5. 如图所示，该几何体的左视图是()

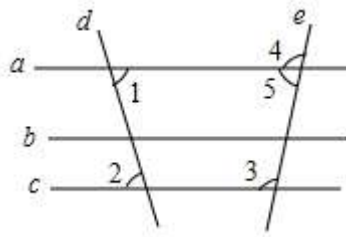


解析：考查简单组合体的三视图，左视图即从左边看所得到的图形. 从左边看分成两列，左

边一列有 3 个小正方形，右边有 1 个小正方形即 .

答案：B.

6. 如图，下列说法错误的是()



- A. 若 $a \parallel b$, $b \parallel c$, 则 $a \parallel c$
- B. 若 $\angle 1 = \angle 2$, 则 $a \parallel c$
- C. 若 $\angle 3 = \angle 2$, 则 $b \parallel c$
- D. 若 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$, 则 $a \parallel c$

解析：考查平行线的判定，对下列各项进行分析判断：

- A、若 $a \parallel b$, $b \parallel c$, 则 $a \parallel c$, 利用了平行公理，正确；
- B、若 $\angle 1 = \angle 2$, 则 $a \parallel c$, 利用了内错角相等，两直线平行，正确；
- C、 $\angle 3 = \angle 2$, 不能判断 $b \parallel c$, 错误；
- D、若 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$, 则 $a \parallel c$, 利用同旁内角互补，两直线平行，正确；

答案：C.

7. 下列说法正确的是()

- A. 为了检测一批电池使用时间的长短，应该采用全面调查的方法.
- B. 方差反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动越大.
- C. 打开电视正在播放新闻节目是必然事件.
- D. 为了了解某县初中学生的身体情况，从八年级学生中随机抽取 50 名学生作为总体的一个样本.

解析：考查全面调查与抽样调查，总体、个体、样本、样本容量，方差，随机事件. 对各个选项进行分析判断：

- A、考查调查方式，为了检测一批电池使用时间的长短，应该采用抽样调查的方法，故 A 错误；
- B、考查方差的性质，方差反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动越大，故 B 正确；
- C、考查随机事件，打开电视正在播放新闻节目是随机事件，故 C 错误；
- D、考查样本的定义，为了了解某县初中学生的身体情况，从七年级随机抽取 100 名学生，八年级学生中随机抽取 100 名学生九年级随机抽取 100 名学生作为总体的一个样本，故 D 错误.

答案：B.

8. 函数 $y = \sqrt{3-x} + \frac{1}{x-4}$ 的自变量 x 的取值范围是()

- A. $x \leq 3$
- B. $x \neq 4$
- C. $x \geq 3$ 且 $x \neq 4$
- D. $x \leq 3$ 或 $x \neq 4$

解析：考查首先根据当函数的表达式是偶次根式时，自变量的取值范围必须使被开方数不小于零，可得 $3-x \geq 0$ ；然后根据自变量取值要使分母不为零，可得 $x-4 \neq 0$ ，据此求出函数

$y = \sqrt{3-x} + \frac{1}{x-4}$ 的自变量 x 的取值范围即可.

要使函数 $y = \sqrt{3-x} + \frac{1}{x-4}$ 有意义,

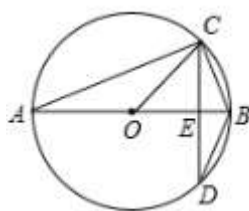
$$\text{则} \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x-4 \neq 0 \end{cases},$$

所以 $x \leq 3$,

即函数 $y = \sqrt{3-x} + \frac{1}{x-4}$ 的自变量 x 的取值范围是: $x \leq 3$.

答案: A.

9. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 为弦, $CD \perp AB$ 且相交于点 E, 则下列结论中不成立的是 ()



A. $\angle A = \angle D$

B. $CB = BD$

C. $\angle ACB = 90^\circ$

D. $\angle COB = 3\angle D$

解析: 考查圆周角定理, 垂径定理, 同弧所对的圆周角相等. 对各个选项进行分析判断:

A、根据同弧所对的圆周角相等可知, $\angle A = \angle D$, 正确;

B、根据垂径定理可知, $CB = BD$, 正确;

C、根据圆周角定理可知, $\angle ACB = 90^\circ$, 正确;

D、根据圆周角定理可知, $\angle COB = 2\angle CDB$, 故错误.

答案: D.

10. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币, 则下列事件发生的概率最大的是 ()

A. 两正面都朝上

B. 两背面都朝上

C. 一个正面朝上, 另一个背面朝上

D. 三种情况发生的概率一样大

解析: 画树状图为:



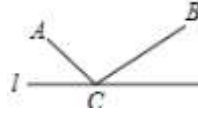
共有 4 种等可能的结果数, 其中两正面朝上的占 1 种, 两背面朝上的占 1 种, 一个正面朝上, 另一个背面朝上的占 2 种,

所以两正面朝上的概率 = $\frac{1}{4}$; 两反面朝上的概率 = $\frac{1}{4}$; 一个正面朝上, 另一个背面朝上的

概率 = $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

答案：C.

11. 如图，直线 l 外不重合的两点 A 、 B ，在直线 l 上求作一点 C ，使得 $AC+BC$ 的长度最短，作法为：①作点 B 关于直线 l 的对称点 B' ；②连接 AB' 与直线 l 相交于点 C ，则点 C 为所求作的点. 在解决这个问题时没有运用到的知识或方法是（ ）



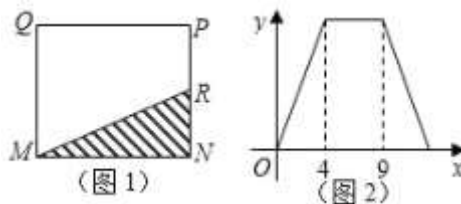
- A. 转化思想
- B. 三角形的两边之和大于第三边
- C. 两点之间，线段最短
- D. 三角形的一个外角大于与它不相邻的任意一个内角

解析：∵点 B 和点 B' 关于直线 l 对称，且点 C 在 l 上，∴ $CB=CB'$ ，
又∵ AB' 交 l 与 C ，且两条直线相交只有一个交点，∴ $CB'+CA$ 最短，
即 $CA+CB$ 的值最小，

将轴对称最短路径问题利用线段的性质定理两点之间，线段最短，体现了转化思想，验证时利用三角形的两边之和大于第三边.

答案：D.

12. 如图 1，在矩形 $MNPQ$ 中，动点 R 从点 N 出发，沿 $N \rightarrow P \rightarrow Q \rightarrow M$ 方向运动至点 M 处停止. 设点 R 运动的路程为 x ， $\triangle MNR$ 的面积为 y ，如果 y 关于 x 的函数图象如图 2 所示，则当 $x=9$ 时，点 R 应运动到（ ）



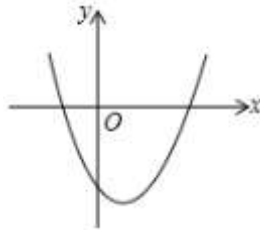
- A. M 处
- B. N 处
- C. P 处
- D. Q 处

解析：考查动点问题的函数图象.

点 R 在 NP 上时，三角形面积增加，点 R 在 PQ 上时，三角形的面积不变，点 R 在 QM 上时，三角形面积变小，点 R 在 Q 处，三角形面积开始变小.

答案：D.

13. 二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的图象如图所示，下列说法中错误的是（ ）



- A. 函数图象与 y 轴的交点坐标是 $(0, -3)$
 B. 顶点坐标是 $(1, -3)$
 C. 函数图象与 x 轴的交点坐标是 $(3, 0)$ 、 $(-1, 0)$
 D. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小

解析: 考查二次函数的图象和性质, 对各个选项分析判断:

- A、 $\because y=x^2-2x-3$, $\therefore x=0$ 时, $y=-3$, \therefore 函数图象与 y 轴的交点坐标是 $(0, -3)$, 故本选项说法正确;
 B、 $\because y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$, \therefore 顶点坐标是 $(1, -4)$, 故本选项说法错误;
 C、 $\because y=x^2-2x-3$, $\therefore y=0$ 时, $x^2-2x-3=0$, 解得 $x=3$ 或 -1 , \therefore 函数图象与 x 轴的交点坐标是 $(3, 0)$ 、 $(-1, 0)$, 故本选项说法正确;
 D、 $\because y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$, \therefore 对称轴为直线 $x=1$, 又 $\because a=1 > 0$, 开口向上, $\therefore x < 1$ 时, y 随 x 的增大而减小, $\therefore x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, 故本选项说法正确.

答案: B.

二、填空题(共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

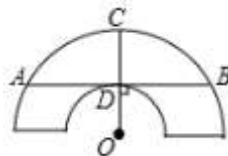
14. 计算: $2\sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{9} - \sqrt{12} + \sqrt[3]{\frac{7}{8}} - 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

解析: 原式利用二次根式的乘法法则, 以及立方根定义计算即可得到结果.

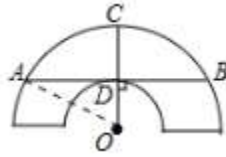
$$\text{原式} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times 3 - 2\sqrt{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}.$$

答案: $-\frac{1}{2}$.

15. 如图是一个古代车轮的碎片, 小明为求其外圆半径, 连接外圆上的两点 A 、 B , 并使 AB 与车轮内圆相切于点 D , 半径为 $OC \perp AB$ 交外圆于点 C . 测得 $CD=10\text{cm}$, $AB=60\text{cm}$, 则这个车轮的外圆半径是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

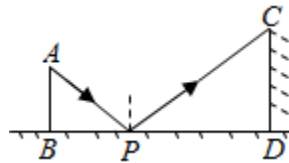


解析: 根据垂径定理求得 $AD=30\text{cm}$, 然后根据勾股定理即可求得半径.
 如图, 连接 OA ,



$\because CD=10\text{cm}, AB=60\text{cm},$
 $\because CD \perp AB,$
 $\therefore OC \perp AB,$
 $\therefore AD = \frac{1}{2} AB = 30\text{cm},$
 \therefore 设半径为 r , 则 $OD=r-10,$
 根据题意得: $r^2 = (r-10)^2 + 30^2,$
 解得: $r=50.$
 \therefore 这个车轮的外圆半径长为 $50\text{cm}.$
 答案: $50\text{cm}.$

16. 如图是小明设计用手电来测量都匀南沙州古城墙高度的示意图, 点 P 处放一水平的平面镜, 光线从点 A 出发经过平面镜反射后刚好射到古城墙 CD 的顶端 C 处, 已知 $AB \perp BD, CD \perp BD,$ 且测得 $AB=1.2$ 米, $BP=1.8$ 米, $PD=12$ 米, 那么该古城墙的高度是____米(平面镜的厚度忽略不计).



解析: 考查相似三角形的应用. 由已知得 $\triangle ABP \sim \triangle CDP,$ 根据相似三角形的性质可得

$$\frac{AB}{BP} = \frac{CD}{PD}, \text{ 解答即可.}$$

由题意知: 光线 AP 与光线 PC, $\angle APB = \angle CPD,$

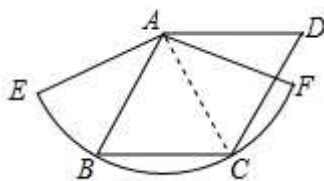
$$\therefore \text{Rt} \triangle ABP \sim \text{Rt} \triangle CDP,$$

$$\therefore \frac{AB}{BP} = \frac{CD}{PD},$$

$$\therefore CD = \frac{1.2 \times 12}{1.8} = 8 \text{ (米).}$$

答案: 8.

17. 如图, 边长为 1 的菱形 ABCD 的两个顶点 B、C 恰好落在扇形 AEF 的弧 EF 上. 若 $\angle BAD = 120^\circ,$ 则弧 BC 的长度等于____(结果保留 π).



解析：考查弧长的计算，等边三角形的判定与性质，菱形的性质. B, C 两点恰好落在扇形 AEF 的 EF 上，即 B、C 在同一个圆上，连接 AC，易证 $\triangle ABC$ 是等边三角形，即可求得 BC 的圆心角的度数，然后利用弧长公式即可求解.

\because 菱形 ABCD 中， $AB=BC$ ，

又 $\because AC=AB$ ，

$\therefore AB=BC=AC$ ，即 $\triangle ABC$ 是等边三角形.

$\therefore \angle BAC=60^\circ$ ，

\therefore 弧 BC 的长是：
$$\frac{60\pi \times 1}{180} = \frac{\pi}{3}$$

答案： $\frac{\pi}{3}$.

18. 甲、乙、丙、丁四位同学围成一圈依次循环报数，规定：①甲、乙、丙、丁首次报出的数依次为 1、2、3、4，接着甲报 5，乙报 6...，后一位同学报出的数比前一位同学报出的数大 1，按此规律，当报到的数是 50 时，报数结束；②若报出的数为 3 的倍数，则该报数的同学需拍手一次，在此过程中，甲同学需要拍手的次数为___.

解析： \because 甲、乙、丙、丁首次报出的数依次为 1、2、3、4，接着甲报 5，乙报 6...按此规律，后一位同学报出的数比前一位同学报出的数大 1. 当报到的数是 50 时，报数结束；

$\therefore 50 \div 4 = 12 \cdots 2$ ，

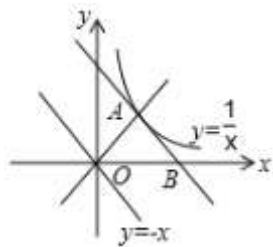
\therefore 甲共报数 13 次，分别为 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, 49，

\therefore 报出的数为 3 的倍数，则报该数的同学需拍手一次. 在此过程中，

甲同学需报到：9, 21, 33, 45 这 4 个数时，应拍手 4 次.

答案：4.

19. 如图，函数 $y=-x$ 的图象是二、四象限的角平分线，将 $y=-x$ 的图象以点 O 为中心旋转 90° 与函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象交于点 A，再将 $y=-x$ 的图象向右平移至点 A，与 x 轴交于点 B，则点 B 的坐标为___.



解析：考查反比例函数与一次函数的交点问题，一次函数图象与几何变换. 根据旋转，可得 AO 的解析式，根据解方程组，可得 A 点坐标，根据平移，可得 AB 的解析式，根据自变量与函数值得对应关系，可得答案.

AO 的解析式为 $y=x$ ，

联立 AO 与 $y=\frac{1}{x}$ ，得

$$\begin{cases} y=x \\ y=\frac{1}{x} \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$$

A 点坐标为 (1, 1)

AB 的解析式为 $y=-x+2$,

当 $y=0$ 时, $-x+2=0$.

解得 $x=2$,

B(2, 0).

答案: (2, 0).

三、解答题(共 7 小题, 满分 74 分)

20. 计算.

(1) 已知: $x=2\sin 60^\circ$, 先化简 $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} + \frac{1}{x+1}$, 再求它的值.

解析: 原式第一项约分后利用同分母分式的加法法则计算得到最简结果, 利用特殊角的三角函数值求出 x 的值, 代入计算即可求出值.

答案: $x=2\sin 60^\circ = \sqrt{3}$,

$$\text{原式} = \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} + \frac{1}{x+1} = \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{x}{x+1}.$$

把 $x=\sqrt{3}$ 代入原式得:

$$\text{原式} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = \frac{3-\sqrt{3}}{2}.$$

(2) 已知 m 和 n 是方程 $3x^2-8x+4=0$ 的两根, 求 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$.

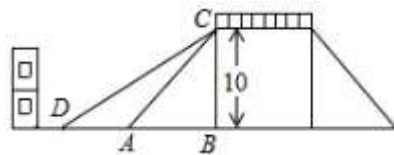
解析: 利用韦达定理求出 $m+n$, mn 的值, 原式通分并利用同分母分式的加法法则计算, 将各自的值代入计算即可求出值.

答案: $\because m$ 和 n 是方程 $3x^2-8x+4=0$ 的两根,

$$\therefore m+n = \frac{8}{3}, \quad mn = \frac{4}{3},$$

$$\text{则原式} = \frac{m+n}{mn} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{3}} = 2 \dots$$

21. 如图是一座人行天桥的示意图, 天桥的高度是 10 米, $CB \perp DB$, 坡面 AC 的倾斜角为 45° . 为了方便行人推车过天桥, 市政部门决定降低坡度, 使新坡面 DC 的坡度为 $i = \sqrt{3} : 3$. 若新坡角下需留 3 米宽的人行道, 问离原坡角 (A 点处) 10 米的建筑物是否需要拆除? (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)



解析: 考查解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

需要拆除, 理由为: 根据题意得到三角形 ABC 为等腰直角三角形, 求出 AB 的长, 在直角三角形 BCD 中, 根据新坡面的坡度求出 $\angle BDC$ 的度数为 30° , 利用 30° 度所对的直角边等于斜边的一半求出 DC 的长, 再利用勾股定理求出 DB 的长, 由 $DB - AB$ 求出 AD 的长, 由 $AD + 3$ 与 10 比较即可得到结果.

答案: 需要拆除, 理由为:

$\because CB \perp AB$, $\angle CAB = 45^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰直角三角形,

$\therefore AB = BC = 10$ 米,

在 $Rt\triangle BCD$ 中, 新坡面 DC 的坡度为 $i = \sqrt{3} : 3$, 即 $\angle CDB = 30^\circ$,

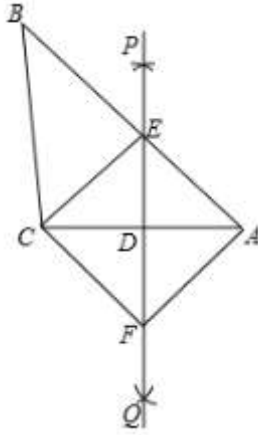
$\therefore DC = 2BC = 20$ 米, $BD = \sqrt{CD^2 - BC^2} = 10\sqrt{3}$ 米,

$\therefore AD = BD - AB = (10\sqrt{3} - 10)$ 米 ≈ 7.32 米,

$\because 3 + 7.32 = 10.32 > 10$,

\therefore 需要拆除.

22. 如图, 已知 $\triangle ABC$, 直线 PQ 垂直平分 AC, 与边 AB 交于 E, 连接 CE, 过点 C 作 CF 平行于 BA 交 PQ 于点 F, 连接 AF.



(1) 求证: $\triangle AED \cong \triangle CFD$.

解析: 考查线段垂直平分线的性质和全等三角形的判定. 由作图知: PQ 为线段 AC 的垂直平分线, 从而得到 $AE=CE$, $AD=CD$, 然后根据 $CF \parallel AB$ 得到 $\angle EAC = \angle FCA$, $\angle CFD = \angle AED$, 利用 ASA 证得两三角形全等即可.

答案: 由作图知: PQ 为线段 AC 的垂直平分线,

$\therefore AE=CE$, $AD=CD$,

$\because CF \parallel AB$,

$\therefore \angle EAC = \angle FCA$, $\angle CFD = \angle AED$,

在 $\triangle AED$ 与 $\triangle CFD$ 中,

$$\begin{cases} \angle EAC = \angle FCA \\ AD = CD \\ \angle CFD = \angle AED \end{cases},$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle CFD$.

(2) 求证: 四边形 AECF 是菱形.

解析: 考查全等三角形的性质和菱形的判定. 根据全等得到 $AE=CF$, 然后根据 EF 为线段 AC 的垂直平分线, 得到 $EC=EA$, $FC=FA$, 从而得到 $EC=EA=FC=FA$, 利用四边相等的四边形是菱形判定四边形 AECF 为菱形.

答案: $\because \triangle AED \cong \triangle CFD$,

$\therefore AE=CF$,

$\because EF$ 为线段 AC 的垂直平分线,

$\therefore EC=EA$, $FC=FA$,

$\therefore EC=EA=FC=FA$,

\therefore 四边形 AECF 为菱形.

(3) 若 $AD=3$, $AE=5$, 则菱形 AECF 的面积是多少?

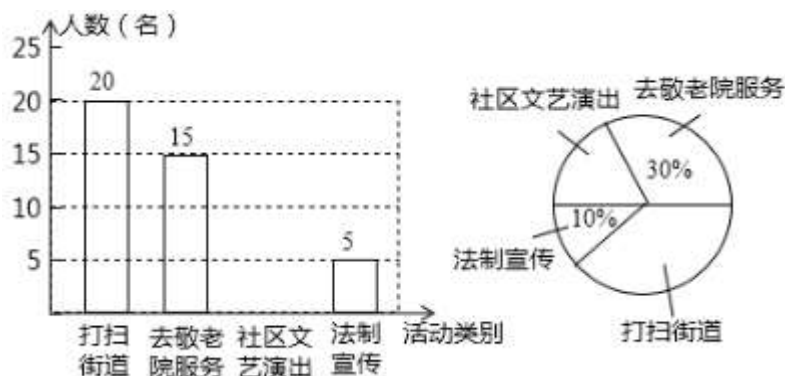
解析: 考查菱形的面积和勾股定理. 已知 AD 的长度, 根据菱形的性质可求得菱形 AECF 的对角线 AC 的长度; 又知道 AE 的长度, 根据勾股定理可求得 ED 的长度, 进而求得另一条对角线 EF 的长度, 进而求得菱形 AECF 的面积.

答案: $\because AD=3$, $AE=5$,

\therefore 根据勾股定理得: $ED=4$,

- ∴EF=8, AC=6,
- ∴S 菱形 AECF=8×6÷2=24,
- ∴菱形 AECF 的面积是 24.

23. 今年 3 月 5 日, 黔南州某中学组织全体学生参加了“青年志愿者”活动, 活动分为“打扫街道”、“去敬老院服务”、“到社区文艺演出”和“法制宣传”四项, 从九年级同学中抽取了部分同学对“打扫街道”、“去敬老院服务”、“到社区文艺演出”和“法制宣传”的人数进行了统计, 并绘制成如图所示的直方图和扇形统计图. 请根据统计图提供的信息, 回答以下问题:



(1) 抽取的部分同学的人数是多少?

解析: 考查扇形统计图, 条形统计图. 由“去敬老院服务的人数”除以占的百分比求出九年级的学生数.

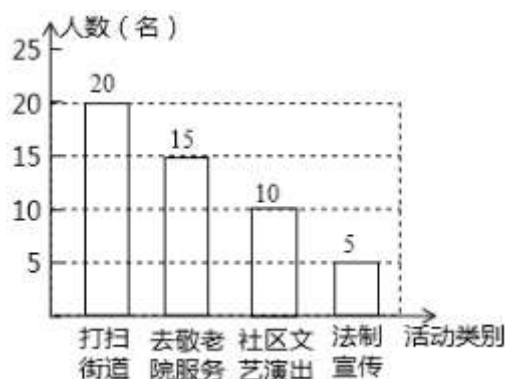
答案: 根据题意得: $15 \div 30\% = 50$ (人); 答: 八年级一共有 50 名学生.

(2) 补全直方图的空缺部分.

解析: 考查条形统计图. 根据学生总数求“到社区文艺演出”的人数, 补全条形统计图即可.

答案: “到社区文艺演出”人数为: $50 - (20 + 15 + 5) = 10$ (人),

补全条形统计图, 如图所示:



(3) 若九年级有 400 名学生, 估计该年级去打扫街道的人数.

解析: 考查条形统计图, 扇形统计图. 根据条形统计图、扇形统计图中的数据进行计算.

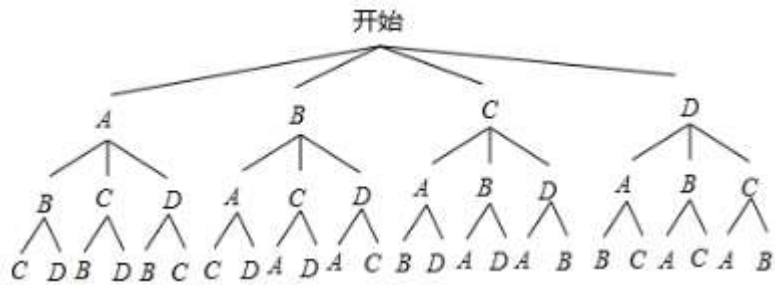
答案: 根据题意得: $400 \times \frac{20}{50} \times 10\% = 160$ (人).

答: 九年级有 400 名学生, 估计该年级去打扫街道的人数为 160 人.

(4) 九(1)班计划在3月5日这天完成“青年志愿者”活动中的三项, 请用列表或画树状图求恰好是“打扫街道”、“去敬老院服务”和“法制宣传”的概率.(用A表示“打扫街道”; 用B表示“去敬老院服务”; 用C表示“法制宣传”)

解析: 考查列表法与树状图法, 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与恰好是“打扫街道”、“去敬老院服务”和“法制宣传”的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

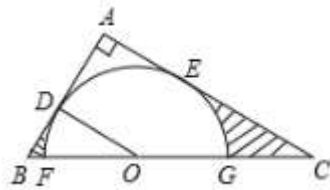
答案: 用D表示“到社区文艺演出”,
画树状图得:



∵共有 24 种等可能的结果, 恰好是“打扫街道”、“去敬老院服务”和“法制宣传”的有 6 种情况,

∴恰好是“打扫街道”、“去敬老院服务”和“法制宣传”的概率为: $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$.

24. 如图, 在 Rt△ABC 中, ∠A=90°, O 是 BC 边上一点, 以 O 为圆心的半圆与 AB 边相切于点 D, 与 AC、BC 边分别交于点 E、F、G, 连接 OD, 已知 BD=2, AE=3, $\tan \angle BOD = \frac{2}{3}$.



(1) 求⊙O 的半径 OD.

解析: 由 AB 为圆 O 的切线, 利用切线的性质得到 OD 垂直于 AB, 在直角三角形 BDO 中, 利用锐角三角函数定义, 根据 $\tan \angle BOD$ 及 BD 的值, 求出 OD 的值即可.

答案: ∵AB 与圆 O 相切,

∴OD ⊥ AB,

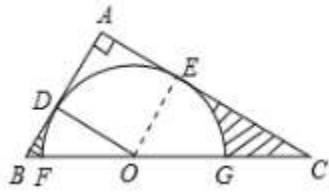
在 Rt△BDO 中, BD=2, $\tan \angle BOD = \frac{BD}{OD} = \frac{2}{3}$,

∴OD=3.

(2) 求证: AE 是⊙O 的切线.

解析: 连接 OE, 由 AE=OD=3, 且 OD 与 AE 平行, 利用一组对边平行且相等的四边形为平行四边形, 根据平行四边形的对边平行得到 OE 与 AD 平行, 再由 DA 与 AE 垂直得到 OE 与 AC 垂直, 即可得证.

答案：连接 OE，



$\because AE=OD=3, AE \parallel OD,$
 \therefore 四边形 AEOD 为平行四边形,
 $\therefore AD \parallel EO,$
 $\because DA \perp AE,$
 $\therefore OE \perp AC,$
 又 $\because OE$ 为圆的半径,
 $\therefore AE$ 为圆 O 的切线.

(3) 求图中两部分阴影面积的和.

解析：阴影部分的面积由三角形 BOD 的面积+三角形 ECO 的面积-扇形 DOF 的面积-扇形 EOG 的面积，求出即可.

答案： $\because OD \parallel AC,$

$$\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{OD}{AC}, \text{ 即 } \frac{2}{2+3} = \frac{3}{AC},$$

$$\therefore AC=7.5,$$

$$\therefore EC=AC-AE=7.5-3=4.5,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle BDO} + S_{\triangle OEC} - S_{\text{扇形 } FOD} - S_{\text{扇形 } EOG}$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 + \frac{1}{2} \times 3 \times 4.5 - \frac{90^\circ \pi \times 3^2}{360^\circ}$$

$$= 3 + \frac{27}{4} - \frac{9\pi}{4}$$

$$= \frac{39-9\pi}{4}.$$

25. 为了解都匀市交通拥堵情况，经统计分析，都匀彩虹桥上的车流速度 v (千米/小时) 是车流密度 x (辆/千米) 的函数，当桥上的车流密度达到 220 辆/千米时，造成堵塞，此时车流速度为 0 千米/小时；当车流密度为 20 辆/千米时，车流速度为 80 千米/小时. 研究表明：当 $20 \leq x \leq 220$ 时，车流速度 v 是车流密度 x 的一次函数.

(1) 求彩虹桥上车流密度为 100 辆/千米时的车流速度.

解析：当 $20 \leq x \leq 220$ 时，设车流速度 v 与车流密度 x 的函数关系式为 $v=kx+b$ ，根据题意的数量关系建立方程组求出其解即可.

答案：设车流速度 v 与车流密度 x 的函数关系式为 $v=kx+b$ ，由题意，得

$$\begin{cases} 80=20k+b \\ 0=220k+b \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} k=-\frac{2}{5}, \\ b=88 \end{cases}$$

∴当 $20 \leq x \leq 220$ 时， $v = -\frac{2}{5}x + 88$,

当 $x=100$ 时， $v = -\frac{2}{5} \times 100 + 88 = 48$ (千米/小时).

(2) 在交通高峰时段，为使彩虹桥上车流速度大于 40 千米/小时且小于 60 千米/小时，应控制彩虹桥上的车流密度在什么范围内？

解析：由(1)的解析式建立不等式组求出其解即可.

答案：由题意，得

$$\begin{cases} -\frac{2}{5}x + 88 > 40 \\ -\frac{2}{5}x + 88 < 60 \end{cases},$$

解得： $70 < x < 120$,

∴应控制大桥上的车流密度在 $70 < x < 120$ 范围内.

(3) 当车流量(辆/小时)是单位时间内通过桥上某观测点的车辆数，即：车流量=车流速度×车流密度. 当 $20 \leq x \leq 220$ 时，求彩虹桥上车流量 y 的最大值.

解析：设车流量 y 与 x 之间的关系式为 $y=vx$ ，当 $20 \leq x \leq 220$ 时表示出函数关系，由函数的性质就可以求出结论.

答案：设车流量 y 与 x 之间的关系式为 $y=vx$ ，

当 $20 \leq x \leq 220$ 时，

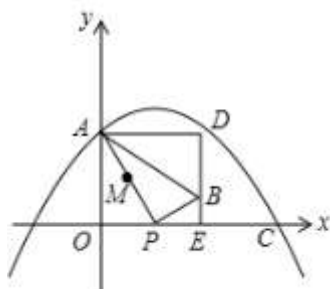
$$y = \left(-\frac{2}{5}x + 88\right)x = -\frac{2}{5}(x-110)^2 + 4840,$$

∴当 $x=110$ 时， y 最大=4840，

∴ $4840 > 1600$ ，

∴当车流密度是 110 辆/千米，车流量 y 取得最大值是每小时 4840 辆.

26. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = -\frac{1}{6}x^2 + bx + c$ 过点 $A(0, 4)$ 和 $C(8, 0)$ ， $P(t, 0)$ 是 x 轴正半轴上的一个动点， M 是线段 AP 的中点，将线段 MP 绕点 P 顺时针旋转 90° 得线段 PB ，过点 B 作 x 轴的垂线，过点 A 作 y 轴的垂线，两直线交于点 D .



(1) 求 b、c 的值.

解析: 将 A、C 两点坐标代入抛物线 $y = -\frac{1}{6}x^2 + bx + c$, 运用待定系数法即可求出 b, c 的值.

答案: \because 抛物线 $y = -\frac{1}{6}x^2 + bx + c$ 过点 A(0, 4) 和 C(8, 0),

$$\therefore \begin{cases} c=4 \\ -\frac{1}{6} \times 64 + 8b + c = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = \frac{5}{6} \\ c = 4 \end{cases}.$$

故所求 b 的值为 $\frac{5}{6}$, c 的值为 4.

(2) 当 t 为何值时, 点 D 落在抛物线上.

解析: 先求得 M 的坐标, 进而求出点 D 的坐标, 然后将 D(t+2, 4) 代入(1)中求出的抛物线的解析式, 即可求出 t 的值.

答案: $\because \angle AOP = \angle PEB = 90^\circ$, $\angle OAP = \angle EPB = 90^\circ - \angle APO$,

$\therefore \triangle AOP \sim \triangle PEB$ 且相似比为 $\frac{AO}{PE} = \frac{AP}{PB} = 2$,

$\therefore AO = 4$,

$\therefore PE = 2$, $OE = OP + PE = t + 2$,

又 $\because DE = OA = 4$,

\therefore 点 D 的坐标为 (t+2, 4),

\therefore 点 D 落在抛物线上时, 有 $-\frac{1}{6}(t+2)^2 + \frac{5}{6}(t+2) + 4 = 4$,

解得 $t = 3$ 或 $t = -2$,

$\because t > 0$,

$\therefore t = 3$.

故当 t 为 3 时, 点 D 落在抛物线上.

(3) 是否存在 t, 使得以 A, B, D 为顶点的三角形与 $\triangle AOP$ 相似? 若存在, 求此时 t 的值; 若不存在, 请说明理由.

解析: 由于 $t = 8$ 时, 点 B 与点 D 重合, $\triangle ABD$ 不存在, 所以分 $0 < t < 8$ 和 $t > 8$ 两种情况进行讨论, 在每一种情况下, 当以 A、B、D 为顶点的三角形与 $\triangle PEB$ 相似时, 又分两种情况: $\triangle BEP \sim \triangle ADB$ 与 $\triangle PEB \sim \triangle ADB$, 根据相似三角形对应边的比相等列出比例式, 求解即可.

答案: 存在 t, 能够使得以 A、B、D 为顶点的三角形与 $\triangle AOP$ 相似, 理由如下:

① $0 < t < 8$ 时, 如图 1.

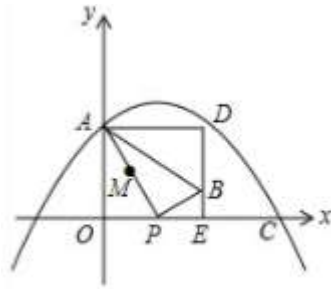


图1

若 $\triangle POA \sim \triangle ADB$, 则 $PO:AD=AO:BD$,

$$\text{即 } t:(t+2)=4:(4-\frac{1}{2}t),$$

整理, 得 $t^2+16=0$,

$\therefore t$ 无解;

若 $\triangle POA \sim \triangle BDA$, 同理, 解得 $t=-2 \pm 25$ (负值舍去);

②当 $t > 8$ 时, 如图 2.

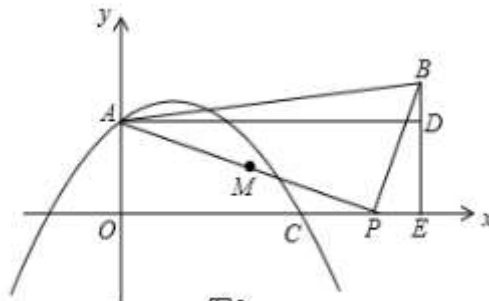


图2

若 $\triangle POA \sim \triangle ADB$, 则 $PO:AD=AO:BD$,

$$\text{即 } t:(t+2)=4:(\frac{1}{2}t-4),$$

解得 $t=8+4\sqrt{5}$ 或 $t=8-4\sqrt{5}$ (舍去);

若 $\triangle POA \sim \triangle BDA$, 同理, 解得 t 无解.

综上所述, 当 $t=-2+2\sqrt{5}$ 或 $8+4\sqrt{5}$ 时, 以 A、B、D 为顶点的三角形与 $\triangle AOP$ 相似.