2018年湖北省荆门市中考真题数学

一、选择题：本大题共12个小题，每小题3分，共36分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.8的相反数的立方根是(　　)

A.2

B.$\frac{1}{2}$

C.-2

D.$-\frac{1}{2}$

解析：8的相反数是-8，-8的立方根是-2，则8的相反数的立方根是-2.

答案：C

2.中国的陆地面积和领水面积共约 9970000㎞^{2}，9970000 这个数用科学记数法可表示为(　　)

A.9.97×10^5

B.99.7×10^5

C.9.97×10^6

D.0.997×10^7

解析：科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leqslant|a|<10$，n为整数.确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值＞1时，n是正数；当原数的绝对值＜1时，n是负数.$9970000=9.97\times10^6$.

答案：C

3.在函数$y=\frac{\sqrt{x-1}}{1-x}$中，自变量x的取值范围是(　　)

A.x≥1

B.x＞1

C.x＜1

D.x≤1

解析：根据题意得x-1≥0，1-x≠0，解得x＞1.

答案：B

4.下列命题错误的是(　　)

A.若一个多边形的内角和与外角和相等，则这个多边形是四边形

B.矩形一定有外接圆

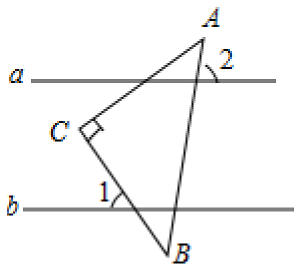
C.对角线相等的菱形是正方形

D.一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形

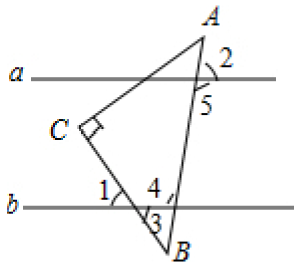
解析：A、一个多边形的外角和为360°，若外角和=内角和=360°，所以这个多边形是四边

形，故此选项正确；
B、矩形的四个角都是直角，满足对角互补，根据对角互补的四边形四点共圆，则矩形一定有外接圆，故此选项正确；
C、对角线相等的菱形是正方形，故此选项正确；
D、一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；而一对边平行，另一组对边相等的四边形可能是平行四边形或是梯形，故此选项错误；
本题选择错误的命题.
答案：D

5.已知直线 a∥b，将一块含 45°角的直角三角板(∠C=90°)按如图所示的位置摆放，若∠1=55°，则∠2 的度数为(　　)

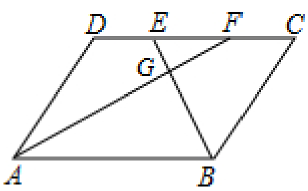


A.80°
B.70°
C.85°
D.75°
解析：∵∠1=∠3=55°，∠B=45°，∴∠4=∠3+∠B=100°，
∵a∥b，∴∠5=∠4=100°，∴∠2=180°-∠5=80°.



答案：A

6.如图，四边形 ABCD 为平行四边形，E、F 为 CD 边的两个三等分点，连接 AF、BE 交于点 G，则 $S_{\triangle EFG}$：$S_{\triangle ABG}$=(　　)



A.1：3
B.3：1
C.1：9
D.9：1

解析：∵四边形 ABCD 是平行四边形，∴CD=AB，CD∥AB，

∵DE=EF=FC，∴EF：AB=1：3，∴△EFG∽△BAG，∴$\frac{S_{\triangle EFG}}{S_{\triangle BAG}}=\left(\frac{EF}{AB}\right)^2=\frac{1}{9}$.

答案：C

7.已知关于 x 的不等式 3x-m+1＞0 的最小整数解为 2，则实数 m 的取值范围是(　　)
A.4≤m＜7
B.4＜m＜7
C.4≤m≤7
D.4＜m≤7

解析：解不等式 3x-m+1＞0，得：x＞$\frac{m-1}{3}$，∵不等式有最小整数解 2，∴1≤$\frac{m-1}{3}$＜2，
解得：4≤m＜7.
答案：A

8.甲、乙两名同学分别进行 6 次射击训练，训练成绩(单位：环)如下表.

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次
甲	9	8	6	7	8	10
乙	8	7	9	7	8	8

对他们的训练成绩作如下分析，其中说法正确的是(　　)
A.他们训练成绩的平均数相同
B.他们训练成绩的中位数不同
C.他们训练成绩的众数不同
D.他们训练成绩的方差不同

解析：∵甲 6 次射击的成绩从小到大排列为 6、7、8、8、9、10，

∴甲成绩的平均数为$\frac{6+7+8+8+9+10}{6}$=8(环)，中位数为$\frac{8+8}{2}$=8(环)、众数为 8 环，

方差为$\frac{1}{6}\times[(6-8)^2+(7-8)^2+2\times(8-8)^2+(9-8)^2+(10-8)^2]=\frac{5}{3}$(环^2)，

∵乙 6 次射击的成绩从小到大排列为：7、7、8、8、8、9，

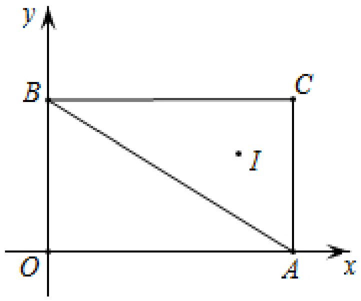
∴乙成绩的平均数为$\frac{7+7+8+8+8+9}{6}=\frac{47}{6}$，中位数为$\frac{8+8}{2}$=8(环)、众数为 8 环，

方差为$\frac{1}{6}\times[2\times\left(7-\frac{47}{6}\right)^2+3\times\left(8-\frac{47}{6}\right)^2+\left(9-\frac{47}{6}\right)^2]=\frac{17}{36}$(环^2)，

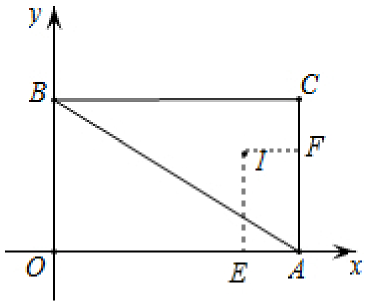
则甲、乙两人的平均成绩不相同、中位数和众数均相同，而方差不相同.
答案：D

9.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，A(4，0)，B(0，3)，C(4，3)，I 是△ABC 的内心，将△

ABC 绕原点逆时针旋转 90° 后，I 的对应点 I′ 的坐标为(　　)

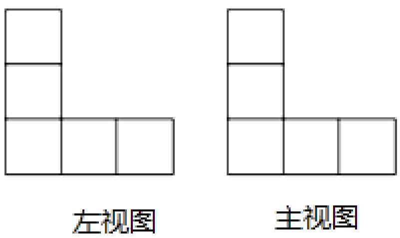


A.(-2，3)
B.(-3，2)
C.(3，-2)
D.(2，-3)
解析：过点作 IF⊥AC 于点 F，IE⊥OA 于点 E，

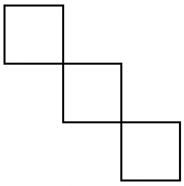


∵A(4，0)，B(0，3)，C(4，3)，∴BC=4，AC=3，则 AB=5，
∵I 是△ABC 的内心，∴I 到△ABC 各边距离相等，等于其内切圆的半径，∴IF=1，故 I 到 BC 的距离也为 1，则 AE=1，
故 IE=3-1=2，OE=4-1=3，则 I(3，2)，
∵△ABC 绕原点逆时针旋转 90°，∴I 的对应点 I′ 的坐标为：(-2，3).
答案：A

10.某几何体由若干个大小相同的小正方体搭成，其主视图与左视图如图所示，则搭成这个几何体的小正方体最少有(　　)



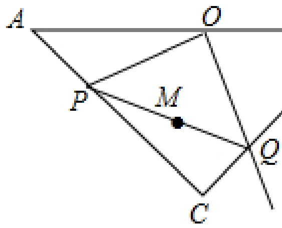
A.4 个
B.5 个
C.6 个
D.7 个
解析：由主视图和左视图可确定所需正方体个数最少时俯视图为：



则搭成这个几何体的小正方体最少有 5 个.

答案：B

11.如图，等腰 Rt△ABC 中，斜边 AB 的长为 2，O 为 AB 的中点，P 为 AC 边上的动点，OQ⊥OP 交 BC 于点 Q，M 为 PQ 的中点，当点 P 从点 A 运动到点 C 时，点 M 所经过的路线长为(　　)



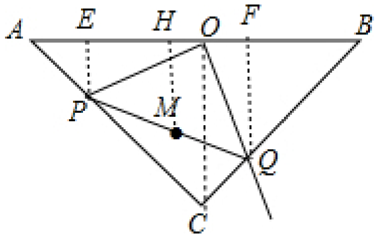
A. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}\pi$

B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi$

C. 1

D. 2

解析：连接 OC，作 PE⊥AB 于 E，MH⊥AB 于 H，QF⊥AB 于 F，如图，



∵△ACB 为到等腰直角三角形，∴AC=BC=$\dfrac{\sqrt{2}}{2}AB=\sqrt{2}$，∠A=∠B=45°，

∵O 为 AB 的中点，∴OC⊥AB，OC 平分∠ACB，OC=OA=OB=1，∴∠OCB=45°，

∵∠POQ=90°，∠COA=90°，∴∠AOP=∠COQ，

在 Rt△AOP 和△COQ 中，$\begin{cases}\angle A=\angle OCQ, \\ AO=CO, \\ \angle AOP=\angle COQ,\end{cases}$ ∴Rt△AOP≌△COQ，∴AP=CQ，

易得△APE 和△BFQ 都为等腰直角三角形，∴PE=$\dfrac{\sqrt{2}}{2}AP=\dfrac{\sqrt{2}}{2}CQ$，$QF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}BQ$，

∴PE+QF=$\frac{\sqrt{2}}{2}(CQ+BQ)=\frac{\sqrt{2}}{2}BC=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}$=1，

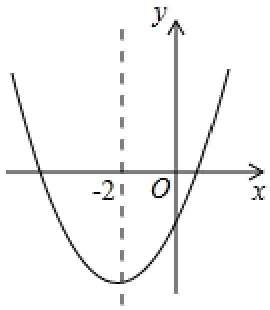
∵M 点为 PQ 的中点，∴MH 为梯形 PEFQ 的中位线，∴MH=$\frac{1}{2}$(PE+QF)=$\frac{1}{2}$，

即点 M 到 AB 的距离为$\frac{1}{2}$，而 CO=1，∴点 M 的运动路线为△ABC 的中位线，

∴当点 P 从点 A 运动到点 C 时，点 M 所经过的路线长=$\frac{1}{2}$AB=1.

答案：C

12.二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的大致图象如图所示，顶点坐标为(-2，-9a)，下列结论：①4a+2b+c＞0；②5a-b+c=0；③若方程 a(x+5)(x-1)=-1 有两个根 x_1 和 x_2，且 $x_1<x_2$，则 $-5<x_1<x_2<1$；④若方程$|ax^2+bx+c|=1$ 有四个根,则这四个根的和为-4.其中正确的结论有(　　)



A.1 个
B.2 个
C.3 个
D.4 个

解析：∵抛物线的顶点坐标(-2a，-9a)，∴$-\frac{b}{2a}$=-2a，$\frac{4ac-b^2}{4a}$=-9a，

∴b=4a，c=5a，∴抛物线的解析式为 $y=ax^2+4ax-5a$，∴4a+2b+c=4a+8a-5a=7a＞0，故①正确，5a-b+c=5a-4a-5a=-4a＜0，故②错误，∵抛物线 $y=ax^2+4ax-5a$ 交 x 轴于(-5，0)，(1，0)，∴若方程 a(x+5)(x-1)=-1 有两个根 x_1 和 x_2，且 $x_1<x_2$，则 $-5<x_1<x_2<1$，正确，故③正确，若方程$|ax^2+bx+c|=1$ 有四个根，则这四个根的和为-8，故④错误.
答案：B

二、填空题(每题 3 分，满分 15 分，将答案填在答题纸上)

13.计算：$\sqrt{(-2)^2}\times2^{-2}-|\sqrt{3}\tan30°-3|+2018^0=$_______.

解析：原式=$2\times\frac{1}{4}-|\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}-3|+1=\frac{1}{2}-2+1=-\frac{1}{2}$.

答案：$-\frac{1}{2}$

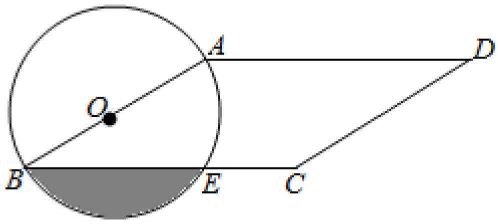
14. 已知 x=2 是关于 x 的一元二次方程 $kx^2+(k^2-2)x+2k+4=0$ 的一个根，则 k 的值为______.

解析：把 x=2 代入 $kx^2+(k^2-2)x+2k+4=0$ 得 $4k+2k^2-4+2k+4=0$，

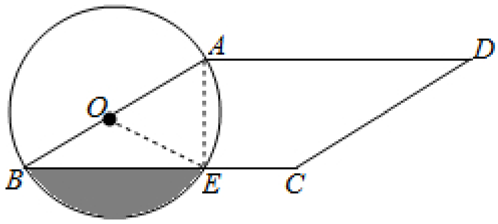
整理得 $k^2+3k=0$，解得 $k_1=0$，$k_2=-3$，因为 $k\neq0$，所以 k 的值为-3.

答案：-3

15. 如图，在平行四边形 ABCD 中，AB＜AD，∠D=30°，CD=4，以 AB 为直径的⊙O 交 BC 于点 E，则阴影部分的面积为______.



解析：连接 OE、AE，



∵AB 是⊙O 的直径，∴∠AEB=90°，

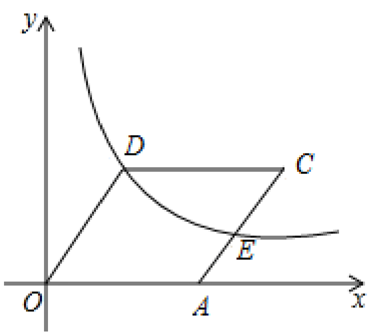
∵四边形 ABCD 是平行四边形，∴AB=CD=4，∠B=∠D=30°，∴AE=$\frac{1}{2}$AB=2，BE=$\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

∵OA=OB=OE，∴∠B=∠OEB=30°，∴∠BOE=120°，

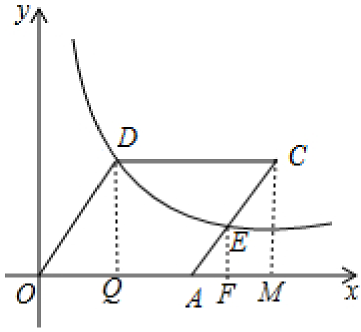
∴$S_{阴影}=S_{扇形OBE}-S_{\triangle BOE}=\frac{120\pi\times2^2}{360}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}AE\cdot BE=\frac{4\pi}{3}-\frac{1}{4}\times2\times2\sqrt{3}=\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$.

答案：$\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$

16. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=\frac{k}{x}$ (k＞0，x＞0)的图象经过菱形 OACD 的顶点 D 和边 AC 的中点 E，若菱形 OACD 的边长为 3，则 k 的值为_______.



解析：过 D 作 DQ⊥x 轴于 Q，过 C 作 CM⊥x 轴于 M，过 E 作 EF⊥x 轴于 F，



设D点的坐标为(a，b)则C点的坐标为(a+3，b)，

∵E为AC的中点，∴ $EF=\frac{1}{2}CM=\frac{1}{2}b$，$AF=\frac{1}{2}AM=\frac{1}{2}OQ=\frac{1}{2}a$，

E点的坐标为($3+\frac{1}{2}a,\frac{1}{2}b$)，

把D、E的坐标代入 $y=\frac{k}{x}$ 得：$k=\frac{a}{b}=\left(3+\frac{1}{2}a\right)\cdot\frac{1}{2}b$，解得：a=2，

在Rt△DQO中，由勾股定理得：$a^2+b^2=3^2$，即 $2^2+b^2=9$，解得：$b=\sqrt{5}$（负数舍去），∴$k=ab=2\sqrt{5}$.

答案：$2\sqrt{5}$

17.将数 1 个 1，2 个 $\frac{1}{2}$，3 个 $\frac{1}{3}$，…，n 个 $\frac{1}{n}$（n 为正整数）顺次排成一列：$1,\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3},\ldots,\frac{1}{n},\frac{1}{n},\cdots$，记 $a_1=1$，$a_2=\frac{1}{2}$，$a_3=\frac{1}{2}$，…，$S_1=a_1$，$S_2=a_1+a_2$，$S_3=a_1+a_2+a_3$，…，$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，则 $S_{2018}=$________.

解析：∵$1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2},\frac{63\times 64}{2}+2=2018$，

∴前 2018 个数里面包含：1 个 1，2 个 $\frac{1}{2}$，3 个 $\frac{1}{3}$，…，63 个 $\frac{1}{63}$，2 个 $\frac{1}{64}$，∴$S_{2018}=1\times1+2\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{3}+\ldots+63\times\frac{1}{63}+2\times\frac{1}{64}=1+1+\ldots+1+\frac{1}{32}=63\frac{1}{32}$.

答案：$63\frac{1}{32}$

三、解答题(本大题共 7 小题，共 69 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

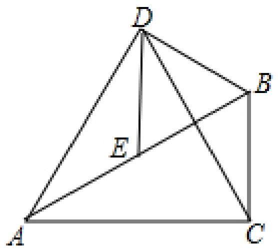
18.先化简，再求值：$\left(x+2+\frac{3x+4}{x-2}\right)\div\frac{x^2+6x+9}{x-2}$，其中 $x=2\sqrt{3}$.

解析：先根据分式混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 x 的值代入计算可得.

答案：原式=$\left(\frac{x^2-4}{x-2}+\frac{3x+4}{x-2}\right)\div\frac{(x+3)^2}{x-2}=\frac{x^2+3x}{x-2}\cdot\frac{x-2}{(x+3)^2}=\frac{x(x+3)}{x-2}\cdot\frac{x-2}{(x+3)^2}=\frac{x}{x+3}$，

当 x=$2\sqrt{3}$ 时，原式=$\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3}=\frac{2}{2+\sqrt{3}}=2(2-\sqrt{3})=4-2\sqrt{3}$.

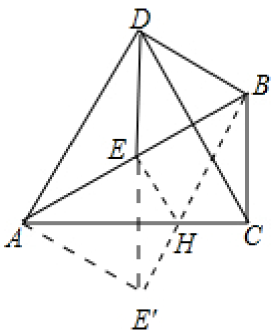
19.如图，在 Rt△ABC 中，(M_2，N_2)，∠BAC=30°，E 为 AB 边的中点，以 BE 为边作等边△BDE，连接 AD，CD.



(1)求证：△ADE≌△CDB;

(2)若 BC=$\sqrt{3}$，在 AC 边上找一点 H，使得 BH+EH 最小，并求出这个最小值.

解析：(1)只要证明△DEB 是等边三角形，再根据 SAS 即可证明；
(2)如图，作点 E 关于直线 AC 点 E′，连接 BE′ 交 AC 于点 H.则点 H 即为符合条件的点.
答案：(1)在 Rt△ABC 中，∠BAC=30°，E 为 AB 边的中点，∴BC=EA，∠ABC=60°.
∵△DEB 为等边三角形，∴DB=DE，∠DEB=∠DBE=60°，
∴∠DEA=120°，∠DBC=120°，∴∠DEA=∠DBC∴△ADE≌△CDB.
(2)如图，作点 E 关于直线 AC 点 E′，连接 BE′ 交 AC 于点 H.则点 H 即为符合条件的点.



由作图可知：EH=HE′，AE′=AE，∠E′AC=∠BAC=30°.

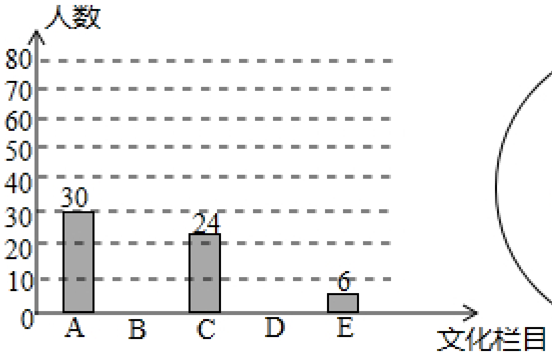
∴∠EAE′=60°，∴△EAE′ 为等边三角形，∴EE′=EA=$\frac{1}{2}$AB，∴∠AE′B=90°，

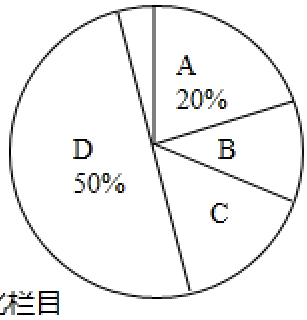
在 Rt△ABC 中，∠BAC=30°，BC=$\sqrt{3}$，∴AB=$2\sqrt{3}$，AE′=AE=$\sqrt{3}$，

∴BE′=$\sqrt{AB^2-AE'^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}$=3，∴BH+EH 的最小值为 3.

20.文化是一个国家、一个民族的灵魂，近年来，央视推出《中国诗词大会》、《中国成语大会》、《朗读者》、《经典咏流传》等一系列文化栏目.为了解学生对这些栏目的喜爱情况，某

学校组织学生会成员随机抽取了部分学生进行调查，被调查的学生必须从《经曲咏流传》(记为 A)、《中国诗词大会》(记为 B)、《中国成语大会》(记为 C)、《朗读者》(记为 D)中选择自己最喜爱的一个栏目，也可以写出一个自己喜爱的其他文化栏目(记为 E).根据调查结果绘制成如图所示的两幅不完整的统计图.





请根据图中信息解答下列问题：

(1)在这项调查中，共调查了多少名学生？

(2)将条形统计图补充完整，并求出扇形统计图中“B”所在扇形圆心角的度数；

(3)若选择“E”的学生中有 2 名女生，其余为男生，现从选择“E”的学生中随机选出两名学生参加座谈，请用列表法或画树状图的方法求出刚好选到同性别学生的概率.

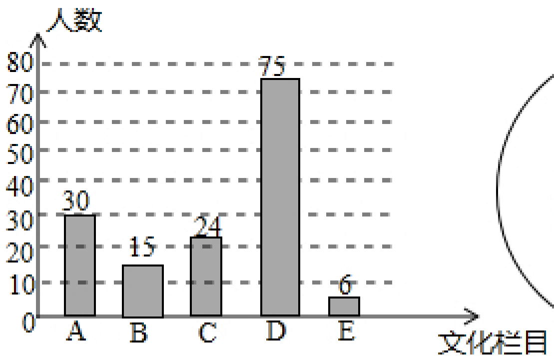
解析：(1)由 A 栏目人数及其所占百分比可得总人数；

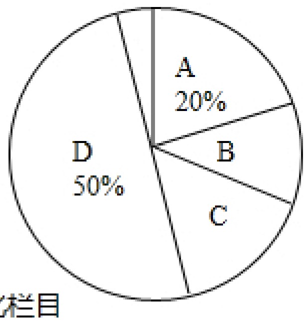
(2)总人数乘以 D 栏目所占百分比求得其人数，再用总人数减去其他栏目人数求得 B 的人数即可补全图形，用 360° 乘以 B 人数所占比例可得；

(3)列表得出所有等可能结果，然后利用概率的计算公式即可求解

答案：(1)30÷20%=150(人)，∴共调查了 150 名学生.

(2)D：50%×150=75(人)，B：150-30-75-24-6=15(人)，补全条形图如图所示.





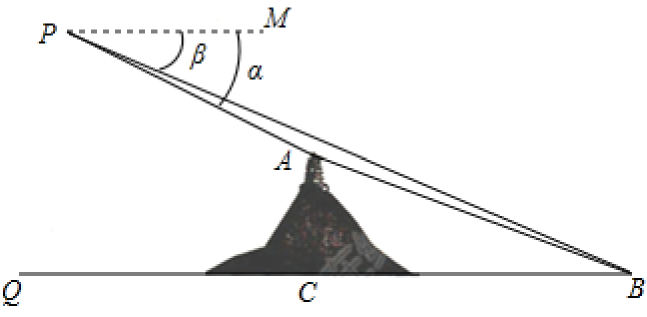
扇形统计图中“B”所在扇形圆心角的度数为$\frac{15}{150}\times 360^\circ=36^\circ$.

(3)记选择“E”的同学中的 2 名女生分别为 N_1，N_2，4 名男生分别为 M_1，M_2，M_3，M_4，列表如下：

	N_1	N_2	M_1	M_2	M_3	M_4
N_1		(N_1, N_2)	(N_1, M_1)	(N_1, M_2)	(N_1, M_3)	(N_1, M_4)
N_2	(N_2, N_1)		(N_2, M_1)	(N_2, M_2)	(N_2, M_3)	(N_2, M_4)
M_1	(M_1, N_1)	(M_1, N_2)		(M_1, M_2)	(M_1, M_3)	(M_1, M_4)
M_2	(M_2, N_1)	(M_2, N_2)	(M_2, M_1)		(M_2, M_3)	(M_2, M_4)
M_3	(M_3, N_1)	(M_3, N_2)	(M_3, M_1)	(M_3, M_2)		(M_3, M_4)
M_4	(M_4, N_1)	(M_4, N_2)	(M_4, M_1)	(M_4, M_2)	(M_4, M_3)	

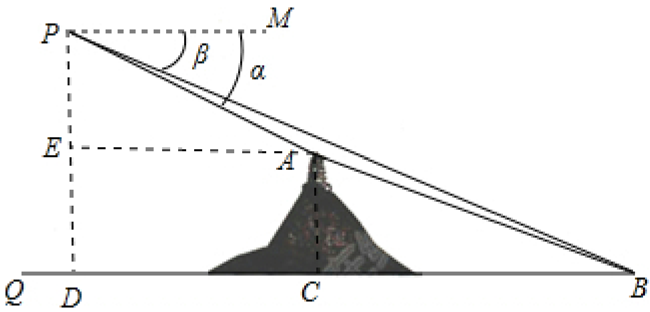
∵共有 30 种等可能的结果，其中，恰好是同性别学生(记为事件 F)的有 14 种情况，∴$P(F)=\frac{14}{30}=\frac{7}{15}$.

21.数学实践活动小组借助载有测角仪的无人机测量象山岚光阁与文明湖湖心亭之间的距离.如图，无人机所在位置 P 与岚光阁阁顶 A、湖心亭 B 在同一铅垂面内，P 与 B 的垂直距离为 300 米，A 与 B 的垂直距离为 150 米，在 P 处测得 A、B 两点的俯角分别为α 、β ，且 $\tan\alpha=\frac{1}{2}$，$\tan\beta=\sqrt{2}-1$，试求岚光阁与湖心亭之间的距离 AB.(计算结果若含有根号，请保留根号)



解析：过点 P 作 PD⊥QB 于点 D，过点 A 作 AE⊥PD 于点 E，利用直角三角形的性质和三角函数解答即可.

答案：过点 P 作 PD⊥QB 于点 D，过点 A 作 AE⊥PD 于点 E.



由题意得：∠PBD=β，∠PAE=α，AC=150，PD=300，

在 Rt△PBD 中，BD=$\frac{PD}{\tan\angle PBD}=\frac{300}{\tan\beta}=\frac{300}{\sqrt{2}-1}=300\left(\sqrt{2}+1\right)$，

∵∠AED=∠EDC=∠ACD=90°，∴四边形 EDCA 为矩形，
∴DC=EA，ED=AC=150，∴PE=PD-ED=300-150=150，

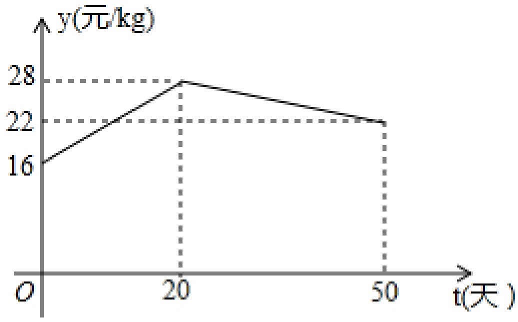
在 Rt△PEA 中，$EA=\frac{PE}{\tan\angle PAE}=\frac{150}{\tan\alpha}=\frac{150}{\frac{1}{2}}=300$，

∴BC=BD-CD=BD-EA=$300\left(\sqrt{2}+1\right)-300=300\sqrt{2}$，

在 Rt△ACB 中，$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{150^2+\left(300\sqrt{2}\right)^2}=450$（米），

答：岚光阁与湖心亭之间的距离 AB 为 450 米.

22.随着龙虾节的火热举办，某龙虾养殖大户为了发挥技术优势，一次性收购了 10000kg 小龙虾，计划养殖一段时间后再出售.已知每天养殖龙虾的成本相同，放养 10 天的总成本为 166000，放养 30 天的总成本为 178000 元.设这批小龙虾放养 t 天后的质量为 akg，销售单价为 y 元/kg，根据往年的行情预测，a 与 t 的函数关系为$a=\begin{cases}10000(0\le t\le 20),\\100t+8000(20<t\le 50),\end{cases}$ y 与 t 的函数关系如图所示.



(1)设每天的养殖成本为 m 元，收购成本为 n 元，求 m 与 n 的值；
(2)求 y 与 P 的函数关系式；
(3)如果将这批小龙虾放养 t 天后一次性出售所得利润为 W 元.问该龙虾养殖大户将这批小龙虾放养多少天后一次性出售所得利润最大？最大利润是多少？
(总成本=放养总费用+收购成本；利润=销售总额-总成本)
解析：(1)根据题意列出方程组，求出方程组的解得到 m 与 n 的值即可；

(2)根据图象，分类讨论利用待定系数法求出 y 与 P 的解析式即可；
(3)根据 W=ya-mt-n，表示出 W 与 t 的函数解析式，利用一次函数与二次函数的性质求出所求即可.

答案：(1)依题意得$\begin{cases}10m+n=166000,\\30m+n=178000,\end{cases}$解得：$\begin{cases}m=600,\\n=160000;\end{cases}$

(2)当 0≤t≤20 时，设 $y=k_1t+b_1$，

由图象得：$\begin{cases}b_1=16,\\20k_1+b_1=28,\end{cases}$解得：$\begin{cases}k_1=\frac{3}{5},\\b_1=16,\end{cases}$∴$y=\frac{3}{5}t+16$；

当 20＜t≤50 时，设 $y=k_2t+b_2$，由图象得：$\begin{cases}20k_2+b_2=28,\\50k_2+b_2=22,\end{cases}$解得：$\begin{cases}k_2=-\frac{1}{5},\\b_2=32,\end{cases}$∴$y=-\frac{1}{5}t+32$，

综上，$y=\begin{cases}\frac{3}{5}t+16(0\le t\le 20),\\-\frac{1}{5}t+32(20<t\le 50);\end{cases}$

(3)W=ya-mt-n，

当 0≤t≤20 时，$W=10000(\frac{3}{5}t+16)-600t-160000=5400t$，

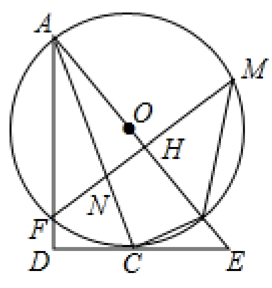
∵5400＞0，∴当 t=20 时，$W_{最大}=5400\times20=108000$，

当 20＜t≤50 时，$W=(-\frac{1}{5}t+32)(100t+8000)-600t-160000=-20t^2+1000t+96000=-20(t-25)^2+108500$，

∵-20＜0，抛物线开口向下，∴当 t=25，$W_{最大}=108500$，

∵108500＞108000，∴当 t=25 时，W 取得最大值，该最大值为 108500 元.

23.如图，AB 为⊙O 的直径，C 为⊙O 上一点，经过点 C 的切线交 AB 的延长线于点 E，AD⊥EC 交 EC 的延长线于点 D，AD 交⊙O 于 F，FM⊥AB 于 H，分别交⊙O、AC 于 M、N，连接 MB，BC.



(1)求证：AC 平分∠DAE；

(2)若 $\cos M=\frac{4}{5}$，BE=1，①求⊙O 的半径；②求 FN 的长.

解析：(1)连接 OC，如图，利用切线的性质得 OC⊥DE，则判断 OC∥AD 得到∠1=∠3，加上∠

2=∠3，从而得到∠1=∠2；

(2)①利用圆周角定理和垂径定理得到$CF=BC$，则∠COE=∠FAB，所以∠FAB=∠M=∠COE，

设⊙O 的半径为 r，然后在 Rt△OCE 中利用余弦的定义得到$\frac{r}{r+1}=\frac{4}{5}$，从而解方程求出 r 即可；

②连接 BF，如图，先在 Rt△AFB 中利用余弦定义计算出 AF=$\frac{32}{5}$，再计算出 OC=3，接着证明△AFN∽△AEC，然后利用相似比可计算出 FN 的长.

答案：(1)连接 OC，如图，

∵直线 DE 与⊙O 相切于点 C，∴OC⊥DE，

又∵AD⊥DE，∴OC∥AD. ∴∠1=∠3，

∵OA=OC，∴∠2=∠3，∴∠1=∠2，∴AC 平方∠DAE；

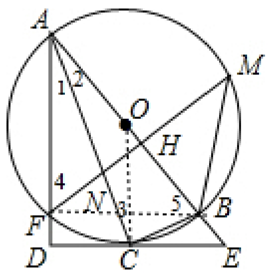
(2)①∵AB 为直径，∴∠AFB=90°，

而 DE⊥AD，∴BF∥DE，∴OC⊥BF，∴$CF=BC$，∴∠COE=∠FAB，

而∠FAB=∠M，∴∠COE=∠M，设⊙O 的半径为 r，

在 Rt△OCE 中，cos∠COE=$\frac{OC}{OE}=\frac{4}{5}$，即$\frac{r}{r+1}=\frac{4}{5}$，解得 r=4，即⊙O 的半径为 4；

②连接 BF，如图，



在 Rt△AFB 中，cos∠FAB=$\frac{AF}{AB}$,$\therefore AF=8\times\frac{4}{5}=\frac{32}{5}$，

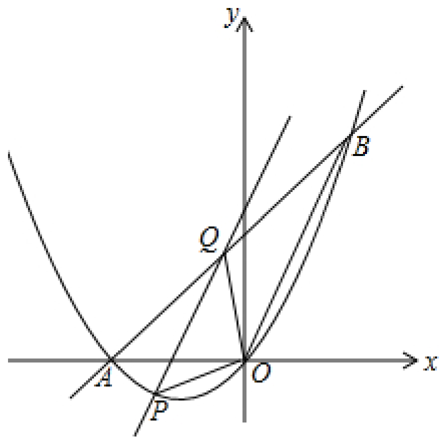
在 Rt△OCE 中，OE=5，OC=4，∴CE=3，

∵AB⊥FM，∴$AM=AF$，∴∠5=∠4，

∵FB∥DE，∴∠5=∠E=∠4，∵$CF=BC$，∴∠1=∠2，

∴△AFN∽△AEC，∴$\frac{FN}{CE}=\frac{AF}{AE}$，即$\frac{FN}{3}=\frac{\frac{32}{5}}{9}$，∴FN=$\frac{32}{15}$.

24.如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$与 x 轴交于原点及点 A，且经过点 B(4，8)，对称轴为直线 x=-2.



(1)求抛物线的解析式;

(2)设直线 y=kx+4 与抛物线两交点的横坐标分别为 x_1，$x_2(x_1<x_2)$，当 $\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{2}$ 时，求 k 的值;

(3)连接 OB，点 P 为 x 轴下方抛物线上一动点，过点 P 作 OB 的平行线交直线 AB 于点 Q，当 $S_{\triangle POQ}$：$S_{\triangle BOQ}$=1：2 时，求出点 P 的坐标.(坐标平面内两点 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$之间的距离 MN=$\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$)

解析：(1)先利用对称轴公式得出 b=4a，进而利用待定系数法即可得出结论;

(2)先利用根与系数的关系得出，$x_1+x_2=4(k-1)$，$x_1x_2=-16$，转化已知条件，代入即可得出结论;

(3)先判断出 OB=2PQ，进而判断出点 C 是 OB 中点，再求出 AB 解析式，判断出 PC∥AB，即可得出 PC 解析式，和抛物线解析式联立解方程组即可得出结论.

答案：(1)根据题意得，$\begin{cases}-\frac{b}{2a}=-2,\\16a+4b+c=8,\\c=0,\end{cases}$ ∴$\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\b=1,\\c=0,\end{cases}$ ∴抛物线解析式为 $y=\frac{1}{4}x^2+x$;

(2)∵直线 y=kx+4 与抛物线两交点的横坐标分别为 x_1，x_2，

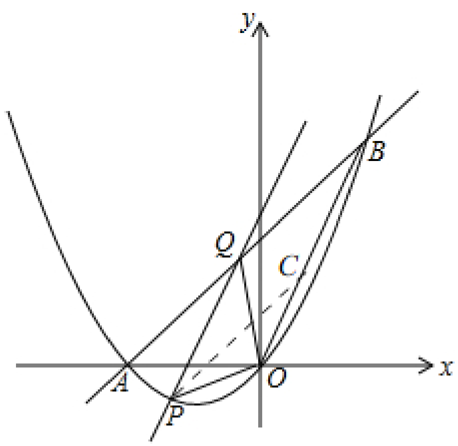
∴$\frac{1}{4}x^2+x=kx+4$，∴$x^2-4(k-1)x-16=0$，

根据根与系数的关系得，$x_1+x_2=4(k-1)$，$x_1x_2=-16$，

∵$\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{1}{2}$，∴$2(x_1-x_2)=x_1x_2$，∴$4(x_1-x_2)^2=(x_1x_2)^2$，

∴$4[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]=(x_1x_2)^2$，∴$4[16(k-1)^2+64]=16^2$，∴k=1;

(3)如图，取 OB 的中点 C，∴$BC=\frac{1}{2}OB$，



∵B(4，8)，∴C(2，4)，

∵PQ∥OB，∴点 O 到 PQ 的距离等于点 O 到 OB 的距离，

∵$S_{\triangle POQ}$：$S_{\triangle BOQ}$=1：2，∴OB=2PQ，∴PQ=BC，∵PQ∥OB，

∴四边形 BCPQ 是平行四边形，∴PC∥AB，

∵抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{4}x^2+x$②，

令 y=0，∴$\frac{1}{4}x^2+x=0$，∴x=0 或 x=-4，∴A(-4，0)，

∵B(4，8)，∴直线 AB 解析式为 y=x+4，设直线 PC 的解析式为 y=x+m，

∵C(2，4)，∴直线 PC 的解析式为 y=x+2②，

联立①②解得，$\begin{cases} x=2\sqrt{2}, \\ y=2\sqrt{2}+2 \end{cases}$（舍）或$\begin{cases} x=-2\sqrt{2}, \\ y=-2\sqrt{2}+2, \end{cases}$∴P$(-2\sqrt{2},-2\sqrt{2}+2)$.