2017年河北省八所重点中学高考一模数学

一、选择题

1.设集合 A={y|y=$\sqrt{x^2-1}$}，B={x|y=$\sqrt{x^2-1}$}，则下列结论中正确的是(　)

A.A=B
B.A⊂B
C.B⊂A
D.A∩B={x|x≥1}

解析：由题意，y=$\sqrt{x^2-1}$的值域为[0，+∞)

∴集合 A=[0，+∞)

y=$\sqrt{x^2-1}$的定义域需要满足 x^2-1≥0，解得：x≥1 或 x≤-1，

故得 A∩B={x|x≥1}.
答案：D

2.已知等比数列{a_n}的公比为$-\frac{1}{2}$，则$\frac{a_1+a_3+a_5}{a_2+a_4+a_6}$的值是(　)

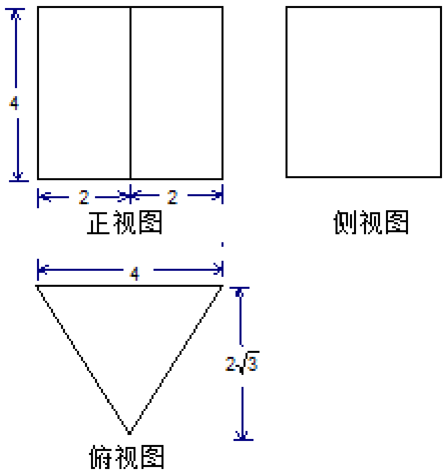
A.-2
B.$-\frac{1}{2}$
C.$\frac{1}{2}$
D.2

解析：∵等比数列{a_n}的公比为$-\frac{1}{2}$，

则$\frac{a_1+a_3+a_5}{a_2+a_4+a_6}==\frac{a_1+a_3+a_5}{q\left(a_1+a_3+a_5\right)}=-2$.

答案：A.

3.某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积是(　)



A. $16+8\sqrt{3}$

B. $16+4\sqrt{3}$

C. $48+8\sqrt{3}$

D. $48+4\sqrt{3}$

解析：由已知中的三视图，可知该几何体是一个以俯视图为底面的三棱柱，

底面面积$S=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$，且底面为边长为 4 的等边三角形，

故底面周长为 12，高为 4，故侧面面积为：12×4=48，

故该几何体的表面积 S=48+8$\sqrt{3}$.

答案：C.

4. 等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，已知$a_2a_5=2a_3$，且a_4与$2a_7$的等差中项为$\frac{5}{4}$，则S_4=(　)

A. 29
B. 30
C. 33
D. 36

解析：设等比数列{an}的公比是 q，由题意和等比数列的通项公式列出方程组，求出a_1和 q 的值，由等比数列的前项和公式求出 S4 的值.

设等比数列$\{a_n\}$的公比是 q，

由题意得，$\begin{cases}a_2a_5=2a_3\\2\times\frac{5}{4}=a_4+2a_7\end{cases}$，即$\begin{cases}a_1{}^2q^5=2a_1q^2\\2\times\frac{5}{4}=a_1q^3+2a_1q^6\end{cases}$，

解得$a_1=16$，$q=\frac{1}{2}$，

所以$S_4=\dfrac{16\left(1-\dfrac{1}{2^4}\right)}{1-\dfrac{1}{2}}=32\left(1-\dfrac{1}{16}\right)=30$.

答案：B.

5.设 f(x)为奇函数，且在(-∞，0)内是减函数，f(-2)=0，则 xf(x)＜0 的解集为(　)

A.(-1，0)∪(2，+∞)

B.(-∞，-2)∪(0，2)

C.(-∞，-2)∪(2，+∞)

D.(-2，0)∪(0，2

解析：∵f(x)为奇函数，且在(-∞，0)内是减函数，f(-2)=0，

∴f(-2)=-f(2)=0，在(0，+∞)内是减函数，

∴x f(x)＜0 则$\begin{cases}x>0\\f(x)<0=f(2)\end{cases}$或$\begin{cases}x<0\\f(x)>0=f(-2)\end{cases}$，

根据在(-∞，0)内是减函数，在(0，+∞)内是减函数，

解得：x∈(-∞，-2)∪(2，+∞).

答案：C

6.设 a＞0，将$\dfrac{a^2}{ag\sqrt[3]{a^2}}$表示成分数指数幂，其结果是(　)

A. $a^{\frac{1}{2}}$

B. $a^{\frac{5}{6}}$

C. $a^{\frac{7}{6}}$

D. $a^{\frac{3}{2}}$

解析：由根式与分数指数幂的互化规则所给的根式化简即可将其表示成分数指数幂，求得其结果选出正确选项.

由题意$\dfrac{a^2}{ag\sqrt[3]{a^2}}=a^{2-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}=a^{\frac{7}{6}}$.

答案：C.

7.不等式 $2x^2$-x-3＞0 解集为(　)

A.{x|-1＜x＜$\dfrac{3}{2}$}

B.{x|x＞$\dfrac{3}{2}$或 x＜-1}

C. $\{x|-\frac{3}{2}<x<1\}$

D. $\{x|x>1$ 或 $x<-\frac{3}{2}\}$

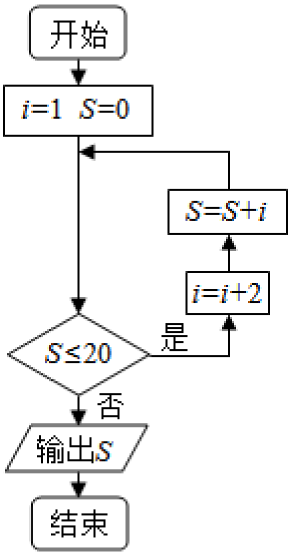
解析：不等式 $2x^2-x-3>0$ 因式分解为 $(x+1)(2x-3)>0$

解得：$x>\frac{3}{2}$ 或 $x<-1$.

∴不等式 $2x^2-x-3>0$ 的解集为 $\{x|x>\frac{3}{2}$ 或 $x<-1\}$.

答案：B.

8. 如图所示，程序框图的输出值 S=(　)



A. 15
B. 22
C. 24
D. 28

解析：分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：

i=1，S=0

满足条件 S≤20，i=3，S=3

满足条件 S≤20，i=5，S=8

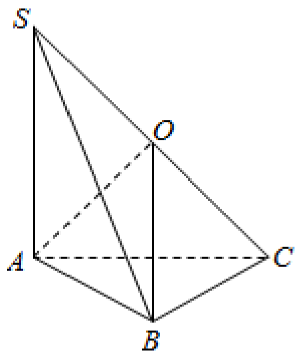
满足条件 S≤20，i=7，S=15

满足条件 S≤20，i=9，S=24

不满足条件 S≤20，退出循环，输出 S 的值为 24.

答案：C.

9. 已知 S，A，B，C 是球 O 表面上的点，SA⊥平面 ABC，AB⊥BC，SA=AB=1，BC=$\sqrt{2}$，则球 O 的表面积等于(　)



A. 4π

B. 3π

C. 2π

D. π

解析：∵已知 S，A，B，C 是球 O 表面上的点

∴OA=OB=OC=OS，

∵又 SA⊥平面 ABC，AB⊥BC，SA=AB=1，BC=$\sqrt{2}$，

∴在 Rt△ABC 中，$AC^2=AB^2+BC^2=3$，在 Rt△SAC 中，SC= $\sqrt{SA^2+AC^2}$ =2

∴球 O 的直径为 2R=SC=2，R=1，

∴表面积为 $4\pi R^2=4\pi$.

答案：A.

10. △ABC 中，AB=$\sqrt{3}$，AC=1，∠B=30°，则△ABC 的面积等于(　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$或$\sqrt{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$或$\frac{\sqrt{3}}{4}$

解析：由 AB=$\sqrt{3}$，AC=1，cosB=cos30° $=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

根据余弦定理得：$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cos B$，即 $1=3+BC^2-3BC$，

即(BC-1)(BC-2)=0，解得：BC=1 或 BC=2，

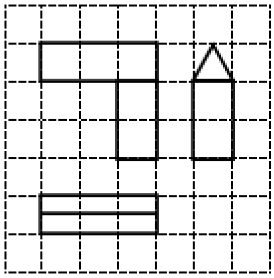
当 BC=1 时，△ABC 的面积 $S=\frac{1}{2}ABgBC\sin B=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times1\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$；

当 BC=2 时，△ABC 的面积$S=\frac{1}{2}ABgBC\sin B=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times2\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

所以△ABC 的面积等于$\frac{\sqrt{3}}{4}$或$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

答案：D.

11.如图，网格纸的小正方形的边长是 1，粗线画出的是一个几何体的三视图，则这个几何体的体积为(　)



A. $\frac{5}{2}$

B. $\frac{7}{2}$

C. 2+$\frac{\sqrt{3}}{4}$

D. 3+$\frac{\sqrt{3}}{3}$

解析：根据几何体的三视图，得；
该几何体是上部为三棱柱，下部为长方体的组合体，
且三棱柱的底面为底面边长是 1，底边上的高是 1，三棱柱的高是 3，
长方体的底面是边长为 1 的正方形，高是 2；
所以该几何体的体积为
V=V $_{三棱柱}$+V $_{长方体}$=$\frac{1}{2}$×1×1×3+1×1×2=$\frac{7}{2}$.
答案：B.

12.已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$(a＞b＞0)的左顶点和上顶点分别为 A、B，左、右焦点分别是 F_1，F_2，在线段 AB 上有且只有一个点 P 满足 $PF_1\perp PF_2$，则椭圆的离心率为(　)

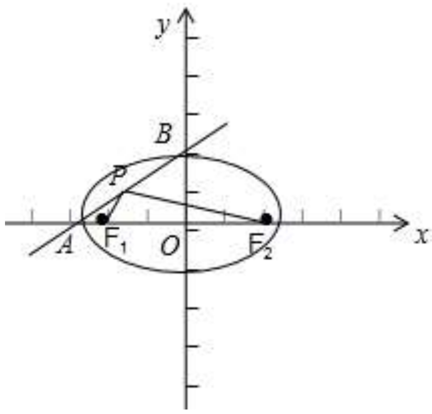
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$

C. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

D. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

解析：依题意，作图如下：



由 A(−a，0)，B(0，b)，F_1(−c，0)，F_2(c，0)，

可得直线 AB 的方程为：$\dfrac{x}{-a}+\dfrac{y}{b}=1$，整理得：bx−ay+ab=0，

设直线 AB 上的点 P(x，y)，则 bx=ay−ab，

x=$\dfrac{a}{b}$y−a，

由 $PF_1 \perp PF_2$，

∴ $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$=(−c−x，−y)•(c−x，−y)=$x^2+y^2-c^2$=($\dfrac{a}{b}$y−a)$^2+y^2-c^2$，

令 f(y)=($\dfrac{a}{b}$y−a)$^2+y^2-c^2$，

则 f′(y)=2($\dfrac{a}{b}$y−a)•$\dfrac{a}{b}$+2y，

由 f′(y)=0 得：$y=\dfrac{a^2b}{a^2+b^2}$，于是 $x=-\dfrac{ab^2}{a^2+b^2}$，

$$\therefore \overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=\left(-\frac{ab^2}{a^2+b^2}\right)^2+\left(\frac{a^2b}{a^2+b^2}\right)^2-c^2=0,$$

整理得：$\dfrac{a^2b^2}{a^2+b^2}=c^2$，又 $b^2=a^2-c^2$，$e^2=\dfrac{c^2}{a^2}$，

∴$e^4-3e^2+1=0$，

$\therefore e^2=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$，又椭圆的离心率 e∈(0，1)，

$\therefore e^2=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}=\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2$，

可得 e= $e=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$.

答案：D.

二、填空题

13.一组数据 2，x，4，6，10 的平均值是 5，则此组数据的标准差是_____.
解析：由已知条件先求出 x 的值，再计算出此组数据的方差，由此能求出标准差.
∵一组数据 2，x，4，6，10 的平均值是 5，
∴2+x+4+6+10=5×5，
解得 x=3，
∴此组数据的方差 $S^2=\dfrac{1}{5}[(2-5)^2+(3-5)^2+(4-5)^2+(6-5)^2+(10-5)^2]=8$，

∴此组数据的标准差 $S=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

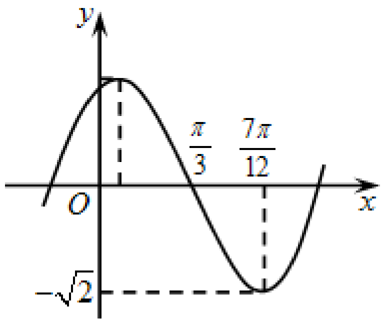
答案：$2\sqrt{2}$.

14.某射手射击 1 次，击中目标的概率是 0.9.他连续射击 4 次，且各次射击是否击中目标相互之间没有影响.有下列结论：
①他第 3 次击中目标的概率是 0.9；
②他恰好击中目标 3 次的概率是 $0.9^3\times0.1$；
③他至少击中目标 1 次的概率是 $1-0.1^4$.
其中正确结论的序号是_____(写出所有正确结论的序号).
解析：∵射击一次击中目标的概率是 0.9，
∴第 3 次击中目标的概率是 0.9，
∴①正确；
∵连续射击 4 次，且各次射击是否击中目标相互之间没有影响，
∴本题是一个独立重复试验，

根据独立重复试验的公式得到恰好击中目标 3 次的概率是 $C_4^3\times0.9^3\times0.1$

∴②不正确；
∵至少击中目标 1 次的概率用对立事件表示是 $1-0.1^4$.
∴③正确.
答案：①③

15. 函数 f(x)=Asin(ωx+φ)(A，ω，φ为常数，A＞0，ω＞0)的部分图象如图所示，则 f($\frac{\pi}{6}$)的值是_____.



解析：根据顶点的纵坐标求 A，根据周期求出ω，由五点法作图的顺序求出φ的值，从而求得 f(x)的解析式，进而求得 f($\frac{\pi}{6}$)的值

由图象可得 A=2，$\frac{T}{4}=\frac{2\pi}{4\omega}=\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{3}$，解得ω=2.

再由五点法作图可得 2×$\frac{\pi}{3}$ φ = π， φ = $\frac{\pi}{3}$，

故 f(x)=$\sqrt{2}$ sin(2x+$\frac{\pi}{3}$)，

故 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{2}\sin\left(2\times\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}\right)=2\sin\left(2\times\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

答案：$\frac{\sqrt{6}}{2}$.

16. $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^8$ 的展开式中 x^7 的系数为_____(用数字作答)

解析：$T_{r+1}=C_8^r\left(x^2\right)^{8-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r=\left(-1\right)^r C_8^r x^{16-3r}$，

令 16-3r=7，解得 r=3.

∴$\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^8$ 的展开式中 x^7 的系数为 $\left(-1\right)^3 C_8^3=-56$.

答案：-56.

三、解答题

17. 已知 $f\left(n\right)=1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}$ (n∈N*)， $g\left(n\right)=2\left(\sqrt{n+1}-1\right)$ (n∈N*).

(Ⅰ)当 n=1，2，3 时，分别比较 f(n)与 g(n)的大小(直接给出结论).
解析：(Ⅰ)先令 n=1，2，3.分别求得 f(n)和 g(n)，再通过计算比较它们的大小即可.

答案：(Ⅰ)当 n=1 时，f(1)=1，g(1)=2($\sqrt{2}$-1)，f(1)＞g(1)，

当 n=2 时，$f\left(2\right)=1+\frac{1}{\sqrt{2}}$，g(2)=2($\sqrt{3}$-1)，f(2)＞g(2)，

当 n=3 时，$f\left(3\right)=1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}$，g(3)=2，f(3)＞g(3).

(Ⅱ)由(1)猜想 f(n)与 g(n)的大小关系，并证明你的结论.
解析：(Ⅱ)通过前 3 项进行归纳猜想，用数学归纳法证明.检验 n 取第一个值时，等式成立，假设 n=k 时成立，证明当 n=k+1 时也成立，即可得到猜想成立.

答案：(Ⅱ)猜想：f(n)＞g(n)(n∈N*)，即$1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}>2\left(\sqrt{n+1}-1\right)$(n∈N*).

下面用数学归纳法证明：①当 n=1 时，上面已证.

②假设当 n=k 时，猜想成立，即$1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{k}}>2\left(\sqrt{k+1}-1\right)$

则当 n=k+1 时，

$$f\left(k+1\right)=1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{k}}+\frac{1}{\sqrt{k+1}}>2\left(\sqrt{k+1}-1\right)+\frac{1}{\sqrt{k+1}}=2\sqrt{k+1}+\frac{1}{\sqrt{k+1}}-2$$

.

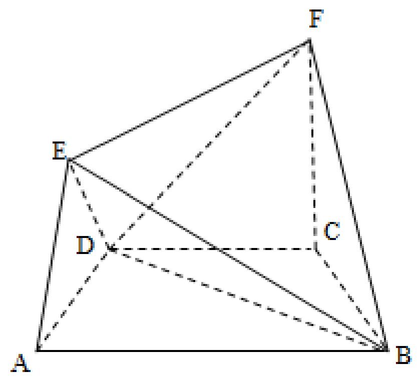
而$g\left(k+1\right)=2\left(\sqrt{k+2}-1\right)=2\sqrt{k+2}-2$，下面转化为证明：$2\sqrt{k+1}+\frac{1}{\sqrt{k+1}}>2\sqrt{k+2}$

只要证：$2\left(k+1\right)+1=2k+3>2\sqrt{\left(k+2\right)\left(k+1\right)}$，需证：$(2k+3)^2>4(k+2)(k+1)$，

即证：$4k^2+12k+9>4k^2+12k+8$，此式显然成立.所以，当 n=k+1 时猜想也成立.
综上可知：对 n∈N*，猜想都成立，

即$1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}>2\left(\sqrt{n+1}-1\right)$(n∈N*)成立.

18.在如图所示的几何体中，四边形 ABCD 是等腰梯形，AB∥CD，∠DAB=60°，FC⊥平面 ABCD，AE⊥BD，CB=CD=CF.



(Ⅰ)求证：BD⊥平面 AED.

解析：(Ⅰ)由题意及图可得，先由条件证得 AD⊥BD 及 AE⊥BD，再由线面垂直的判定定理即可证得线面垂直.

答案：(Ⅰ)证明：∵四边形 ABCD 是等腰梯形，AB∥CD，∠DAB=60°.

∴∠ADC=∠BCD=120°.

∵CB=CD，

∴∠CDB=30°，因此，∠ADB=90°，AD⊥BD，

∵AE⊥BD 且，AE∩AD=A，AE，AD⊂平面 AED，

∴BD⊥平面 AED.

(Ⅱ)求二面角 F-BD-C 的余弦值.

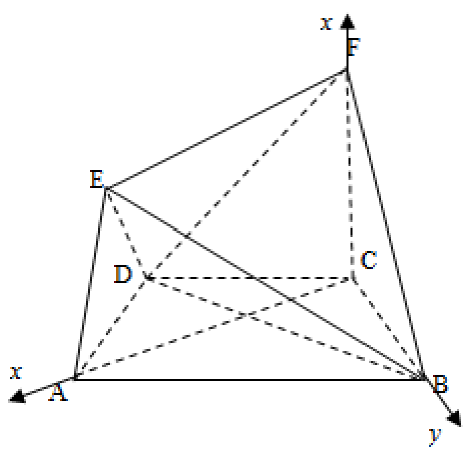
解析：(Ⅱ)解法一：由(I)知，AD⊥BD，可得出 AC⊥BC，结合 FC⊥平面 ABCD，知 CA，CA，CF 两两垂直，因此可以 C 为坐标原点，分别以 CA，CB，CF 所在的直线为 X 轴，Y 轴，Z 轴建立如图的空间直角坐标系，设 CB=1，表示出各点的坐标，再求出两个平面的法向量的坐标，由公式求出二面角 F-BD-C 的余弦值即可；

解法二：取 BD 的中点 G，连接 CG，FG，由于 CB=CD，因此 CG⊥BD，又 FC⊥平面 ABCD，BD⊂平面 ABCD，可证明出∠FGC 为二面角 F-BD-C 的平面角，再解三角形求出二面角 F-BD-C 的余弦值.

答案：(Ⅱ)解法一：由(I)知，AD⊥BD，同理 AC⊥BC，

∵FC⊥平面 ABCD，

∴CA，CB，CF 两两垂直，以 C 为坐标原点，分别以 CA，CB，CF 所在的直线为 X 轴，Y 轴，Z 轴建立如图的空间直角坐标系：



不妨设 CB=1，则 C(0，0，0)，B(0，1，0)，D($\frac{\sqrt{3}}{2}$，$-\frac{1}{2}$，0)，F(0，0，1)，因此 $\overrightarrow{BD}$=($\frac{\sqrt{3}}{2}$，$-\frac{3}{2}$，0)，$\overrightarrow{BF}$=(0，-1，1)

设平面 BDF 的一个法向量为 $\overrightarrow{m}$=(x，y，z)，则 $\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{BF}=0$，$\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{BD}=0$，

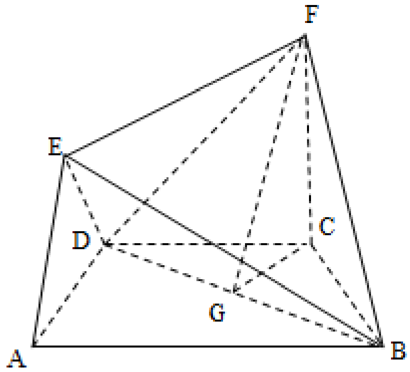
∴x=$\sqrt{3}$y=$\sqrt{3}$z，取 z=1，则 $\overrightarrow{m}$=($\sqrt{3}$，1，1)，

∵$\overrightarrow{CF}$=(0，0，1)是平面 BDC 的一个法向量，

∴cos<$\overrightarrow{m}$，$\overrightarrow{CF}$>$=\frac{\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{CF}}{|\overrightarrow{CF}||\overrightarrow{m}|}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

∴二面角 F-BD-C 的余弦值为$\frac{\sqrt{5}}{5}$.

解法二：取 BD 的中点 G，连接 CG，FG，



∵CB=CD，
∴CG⊥BD，
∵FC⊥平面 ABCD，BD⊂平面 ABCD，
∴FC⊥BD，由于 FC∩CG=C，FC，CG⊂平面 FCG.
∴BD⊥平面 FCG. 故 BD⊥FG，所以∠FGC 为二面角 F-BD-C 的平面角，
在等腰三角形 BCD 中，
∵∠BCD=120°，
∴CG=$\frac{1}{2}$CB，又 CB=CF，

∴$GF=\sqrt{CG^2+CF^2}=\sqrt{5}CG$，

∴cos∠FGC=$\frac{\sqrt{5}}{5}$，

∴二面角 F-BD-C 的余弦值为$\frac{\sqrt{5}}{5}$.

19.已知△ABC的三个顶点分别为A(2，3)，B(1，-2)，C(-3，4)，求

(Ⅰ)BC边上的中线AD所在的直线方程.
解析：(Ⅰ)求出中点D的坐标，用两点式求出中线AD所在直线的方程，并化为一般式.

答案：(Ⅰ)设D(x，y)，则x=$\frac{1-3}{2}$=-1，y=$\frac{-2+4}{2}$=1，

∴D(-1，1)，而A(2，3)，

$\therefore K_{AD}=\frac{3-1}{2+1}=\frac{2}{3}$，

∴BC边上的中线AD所在的直线方程为：

y-1=$\frac{2}{3}$(x+1)，即：2x-3y+5=0.

(Ⅱ)△ABC的面积.
解析：(Ⅱ)求出线段BC的长度，求出直线BC的方程和点A到直线BC的距离，即可求得△ABC的面积.

答案：(Ⅱ)$\left|BC\right|=\sqrt{\left(-3-1\right)^2+\left(4+2\right)^2}=2\sqrt{13}$，直线BC的方程是：3x+2y+1=0，

A到BC的距离$d=\left|\frac{3\times2+2\times3+1}{\sqrt{3^2+2^2}}\right|=\sqrt{13}$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\left|BC\right|\cdot d=\frac{1}{2}\times2\sqrt{13}\times\sqrt{13}=13$.

20.设数列{a_n}前n项和为S_n，且$S_n+a_n=2$.

(Ⅰ)求数列{a_n}的通项公式.
解析：(Ⅰ)由数列递推式可得 $S_{n+1}+a_{n+1}=2$，与原数列递推式作差可得数列{a_n}是等比数列，则数列{a_n}的通项公式可求.

答案：(Ⅰ)由$S_n+a_n=2$，得$S_{n+1}+a_{n+1}=2$，两式相减，得$2a_{n+1}=a_n$，$\therefore \frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{1}{2}$(常数)，

∴数列{a_n}是等比数列，

又n=1时，$S_1+a_1=2$，$\therefore a_n=\frac{1}{2^{n-1}}$.

(Ⅱ)若数列{b_n}满足$b_1=a_1$，$b_n=\frac{3b_{n-1}}{b_{n-1}+3}$，n≥2.求证{$\frac{1}{b_n}$}为等比数列，并求数列{$b_n$}的通项公式.

解析：(Ⅱ)由$b_1=a_1$求得b_1，把$b_n=\frac{3b_{n-1}}{b_{n-1}+3}$变形可得{$\frac{1}{b_n}$}为等比数列，求其通项公式后可

得数列{bₙ}的通项公式.

答案：（Ⅱ）证明：由 $b_1=a_1=1$，且 n≥2 时，$b_n=\frac{3b_{n-1}}{b_{n-1}+3}$，得 $b_nb_{n-1}+3b_n=3b_{n-1}$，

$\therefore \frac{1}{b_n}-\frac{1}{b_{n-1}}=\frac{1}{3}$，

$\therefore \{\frac{1}{b_n}\}$是以 1 为首项，$\frac{1}{3}$为公差的等差数列，

$\therefore \frac{1}{b_n}=1+\frac{n-1}{3}=\frac{n+2}{3}$，故 $b_n=\frac{3}{n+2}$.

(III)设 $c_n=\frac{a_n}{b_n}$，求数列{c_n}的前 n 和 T_n.

解析：(III)把{a_n}，{b_n}的通项公式代入 $c_n=\frac{a_n}{b_n}$，利用错位相减法求数列{c_n}的前 n 和 T_n.

答案：(III) $c_n=\frac{a_n}{b_n}=\frac{n+2}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$，

$$T_n=\frac{1}{3}\left[3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0+4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1+\ldots+(n+2)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right],$$

$$\frac{1}{2}T_n=\frac{1}{3}\left[3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1+4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+\ldots+(n+1)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}+(n+2)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n\right],$$

以上两式相减得，

$$\frac{1}{2}T_n=\frac{1}{3}\left[3+\left(\frac{1}{2}\right)^1+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\ldots+\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-(n+2)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]]$$

$$=\frac{1}{3}\left\{3+\frac{\frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right]}{1-\frac{1}{2}}-(n+2)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}$$

$$=\frac{1}{3}\left[4-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-(n+2)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n\right].$$

$$\therefore T_n=\frac{8}{3}-\frac{n+4}{3\cdot 2^{n-1}}.$$