2014年湖北省荆门市中考真题数学

一、选择题(本大题共12小题，每小题只有唯一正确答案.每小题3分，共36分)

1.(3分)若(　　)×(-2)=1，则括号内填一个实数应该是(　　)

A. $\frac{1}{2}$

B. 2

C. -2

D. $-\frac{1}{2}$

解析：$(-\frac{1}{2})\times(-2)=1$，

答案：D.

2.(3分)下列运算正确的是(　　)

A. $3^{-1}=-3$

B. $\sqrt{9}=\pm3$

C. $(ab^2)^3=a^3b^6$

D. $a^6\div a^2=a^3$

解析：A、$3^{-1}=\frac{1}{3}\neq-3$，故A选项错误；

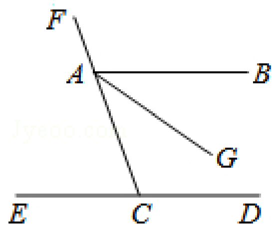
B、$\sqrt{9}=3\neq\pm3$，故B选项错误；

C、$(ab^2)^3=a^3b^6$，故C选项正确；

D、$a^6\div a^2=a^4\neq a^3$，故D选项错误.

答案：C.

3.(3分)如图，AB∥ED，AG平分∠BAC，∠ECF=70°，则∠FAG的度数是(　　)



A. 155°

B. 145°

C. 110°

D. 35°

解析：如图，∵AB∥ED，∠ECF=70°，∴∠BAC=∠ECF=70°，∴∠FAB=180°-∠BAC=110°.

又∵AG平分∠BAC，∴$\angle BAG=\frac{1}{2}\angle BAC=35°$，∴∠FAG=∠FAB+∠BAG=145°.

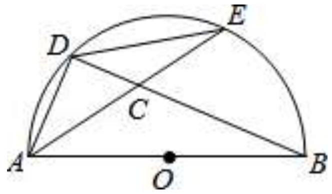
答案：B.

4.(3分)将抛物线$y=x^2-6x+5$向上平移2个单位长度，再向右平移1个单位长度后，得到的抛物线解析式是(　　)

A. $y=(x-4)^2-6$
B. $y=(x-4)^2-2$
C. $y=(x-2)^2-2$
D. $y=(x-1)^2-3$
解析：$y=x^2-6x+5=(x-3)^2-4$，即抛物线的顶点坐标为(3，-4)，
把点(3，-4)向上平移 2 个单位长度，再向右平移 1 个单位长度得到点的坐标为(4，-2)，
所以平移后得到的抛物线解析式为 $y=(x-4)^2-2$.
答案：B.

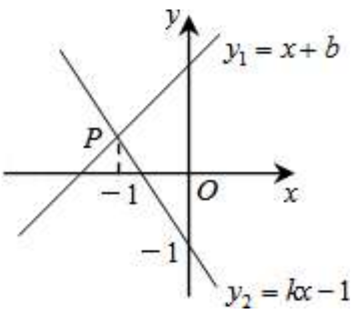
5.(3 分)已知 α 是一元二次方程 $x^2-x-1=0$ 较大的根，则下面对 α 的估计正确的是(　　)
A. 0＜α＜1
B. 1＜α＜1.5
C. 1.5＜α＜2
D. 2＜α＜3
解析：解方程 $x^2-x-1=0$ 得：$x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$,
∵a 是方程 $x^2-x-1=0$ 较大的根，∴$a=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$,
∵$2<\sqrt{5}<3$，∴$3<1+\sqrt{5}<4$，∴$\frac{3}{2}<\frac{1+\sqrt{5}}{2}<2$,
答案：C.

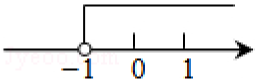
6.(3 分)如图，AB 是半圆 O 的直径，D，E 是半圆上任意两点，连结 AD，DE，AE 与 BD 相交于点 C，要使△ADC 与△ABD 相似，可以添加一个条件.下列添加的条件其中错误的是(　　)

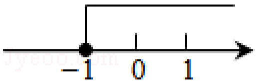


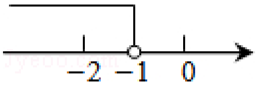
A. ∠ACD=∠DAB
B. AD=DE
C. $AD^2=BD\cdot CD$
D. AD・AB=AC・BD
解析：如图，∠ADC=∠ADB，
A、∵∠ACD=∠DAB，∴△ADC∽△BDA，故 A 选项正确；
B、∵AD=DE，∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DE}$，∴∠DAE=∠B，∴△ADC∽△BDA，故 B 选项正确；
C、∵$AD^2=BD\cdot CD$，∴AD：BD=CD：AD，∴△ADC∽△BDA，故 C 选项正确；
D、∵AD・AB=AC・BD，∴AD：BD=AC：AB，但∠ADC=∠ADB 不是夹角，故 D 选项错误.
答案：D.

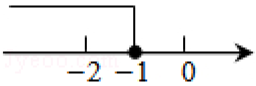
7.(3 分)如图，直线 $y_1=x+b$ 与 $y_2=kx-1$ 相交于点 P，点 P 的横坐标为-1，则关于 x 的不等式 $x+b>kx-1$ 的解集在数轴上表示正确的是(　　)



A. 

B. 

C. 

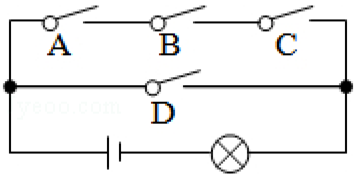
D. 

解析：当 x＞-1 时，x+b＞kx-1，

即不等式 x+b＞kx-1 的解集为 x＞-1.

答案：A.

8.(3 分)如图，电路图上有四个开关 A、B、C、D 和一个小灯泡，闭合开关 D 或同时闭合开关 A、B、C 都可使小灯泡发光，则任意闭合其中两个开关，小灯泡发光的概率是(　　)



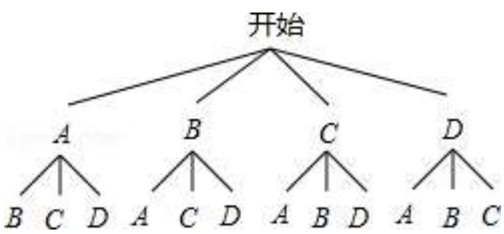
A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{6}$

解析：画树状图得：

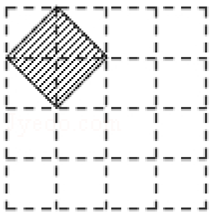


∵共有 12 种等可能的结果，现任意闭合其中两个开关，则小灯泡发光的有 6 种情况，

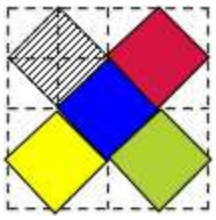
∴小灯泡发光的概率为：$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

答案：A.

9.(3 分)如图，在 4×4 的正方形网格中，每个小正方形的顶点称为格点，左上角阴影部分是一个以格点为顶点的正方形(简称格点正方形).若再作一个格点正方形，并涂上阴影，使这两个格点正方形无重叠面积，且组成的图形是轴对称图形，又是中心对称图形，则这个格点正方形的作法共有(　　)



A.2 种
B.3 种
C.4 种
D.5 种
解析：如图所示：组成的图形是轴对称图形，又是中心对称图形，则这个格点正方形的作法共有 4 种.
答案：C.



10.(3 分)已知点 P(1-2a，a-2)关于原点的对称点在第一象限内，且 a 为整数，则关于 x 的分式方程 $\frac{x+1}{x-a}=2$ 的解是(　　)

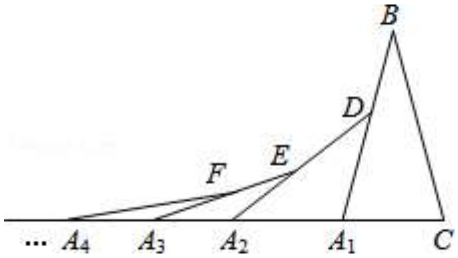
A.5
B.1
C.3
D.不能确定
解析：∵点 P(1-2a，a-2)关于原点的对称点在第一象限内，且 a 为整数，

∴$\begin{cases}1-2a<0\\a-2<0\end{cases}$，解得：$\frac{1}{2}<a<2$，即 a=1，

当 a=1 时，所求方程化为 $\frac{x+1}{x-1}=2$，去分母得：x+1=2x-2，解得：x=3，

经检验 x=3 是分式方程的解，则方程的解为 3.
答案：C

11.(3 分)如图，在第 1 个$\triangle A_1BC$中，$\angle B=30°$，$A_1B=CB$；在边A_1B上任取一点 D，延长CA_1到A_2，使$A_1A_2=A_1D$，得到第 2 个$\triangle A_1A_2D$；在边A_2D上任取一点 E，延长A_1A_2到A_3，使$A_2A_3=A_2E$，得到第3个$\triangle A_2A_3E$，…按此做法继续下去，则第 n 个三角形中以A_n为顶点的内角度数是(　　)



A. $(\frac{1}{2})^n\cdot 75°$

B. $(\frac{1}{2})^{n-1}\cdot 65°$

C. $(\frac{1}{2})^{n-1}\cdot 75°$

D. $(\frac{1}{2})^n\cdot 85°$

解析：∵在$\triangle CBA_1$中，$\angle B=30°$，$A_1B=CB$，∴$\angle BA_1C=\frac{180°-\angle B}{2}=75°$，

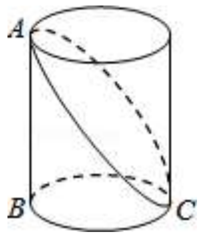
∵$A_1A_2=A_1D$，$\angle BA_1C$是$\triangle A_1A_2D$的外角，∴$\angle DA_2A_1=\frac{1}{2}\angle BA_1C=\frac{1}{2}\times 75°$；

同理可得，$\angle EA_3A_2=(\frac{1}{2})^2\times 75°$，$\angle FA_4A_3=(\frac{1}{2})^3\times 75°$，

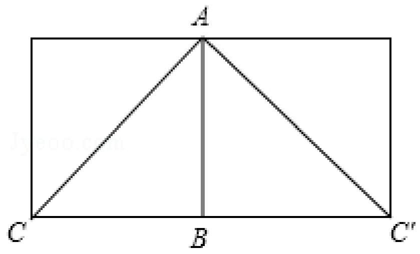
∴第 n 个三角形中以A_n为顶点的内角度数是$(\frac{1}{2})^{n-1}\times 75°$.

答案：C.

12.(3 分)如图，已知圆柱底面的周长为 4dm，圆柱高为 2dm，在圆柱的侧面上，过点 A 和点 C 嵌有一圈金属丝，则这圈金属丝的周长最小为(　　)



A. $4\sqrt{2}$dm
B. $2\sqrt{2}$dm
C. $2\sqrt{5}$dm
D. $4\sqrt{5}$dm
解析：如图，把圆柱的侧面展开，得到矩形，则这圈金属丝的周长最小为 2AC 的长度.



∵圆柱底面的周长为 4dm，圆柱高为 2dm，∴AB=2dm，BC=BC′=2dm，

∴$AC^2=2^2+2^2=4+4=8$，∴$AC=2\sqrt{2}$dm，∴这圈金属丝的周长最小为 $2AC=4\sqrt{2}$dm.

答案：A.

点评：　本题考查了平面展开-最短路径问题，圆柱的侧面展开图是一个矩形，此矩形的长

二、填空题(本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分)

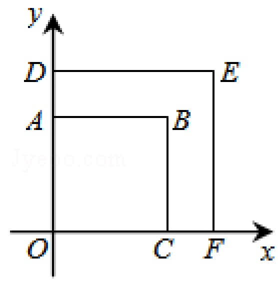
13.(3 分)若 $-2x^{m-n}y^2$ 与 $3x^4y^{2m+n}$ 是同类项，则 m-3n 的立方根是______.

解析:若 $-2x^{m-n}y^2$ 与 $3x^4y^{2m+n}$ 是同类项,∴$\begin{cases}m-n=4\\2m+n=2\end{cases}$,解方程得:$\begin{cases}m=2\\n=-2\end{cases}$. ∴m-3n=2-3×(-2)=8.

8 的立方根是 2.

答案：2.

14.(3 分)如图,正方形 OABC 与正方形 ODEF 是位似图形,点 O 为位似中心,相似比为 $1:\sqrt{2}$,点 A 的坐标为(0，1)，则点 E 的坐标是_______.



解析：∵正方形 OABC 与正方形 ODEF 是位似图形，O 为位似中心，相似比为 $1:\sqrt{2}$,

∴OA：OD=$1:\sqrt{2}$,

∵点 A 的坐标为(0，1)，即 OA=1，∴OD=$\sqrt{2}$,

∵四边形 ODEF 是正方形，∴DE=OD=$\sqrt{2}$. ∴E 点的坐标为：($\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$).

答案：($\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$).

15.(3 分)我们知道,无限循环小数都可以转化为分数.例如:将 $0.\dot{3}$ 转化为分数时,可设 $0.\dot{3}$=x，则 x=0.3+$\frac{1}{10}$x，解得 x=$\frac{1}{3}$，即 $0.\dot{3}=\frac{1}{3}$.仿此方法，将 $0.\dot{4}\dot{5}$ 化成分数是__$\frac{45}{99}$__.

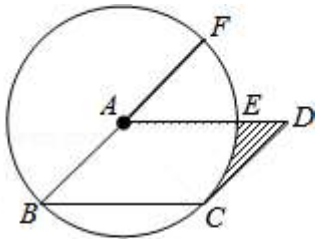
解析：设 x=$0.\dot{4}\dot{5}$，则 x=0.4545…①，

根据等式性质得：100x=45.4545…②，

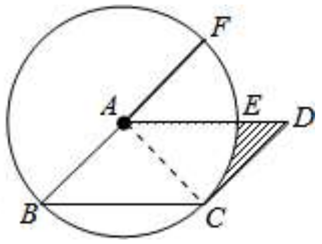
由②-①得：100x-x=45.4545…-0.4545…，即：100x-x=45，99x=45 解方程得：x=$\frac{45}{99}$.

答案：$\frac{45}{99}$.

16.(3分)如图，在▱ABCD中，以点A为圆心，AB的长为半径的圆恰好与CD相切于点C，交AD于点E，延长BA与⊙A相交于点F.若$\overset{\frown}{EF}$的长为$\frac{\pi}{2}$，则图中阴影部分的面积为____.



解析：连接AC，



∵DC是⊙A的切线，∴AC⊥CD，

又∵AB=AC=CD，∴△ACD是等腰直角三角形，∴∠CAD=45°，

又∵四边形ABCD是平行四边形，∴AD∥BC，∴∠CAD=∠ACB=45°，

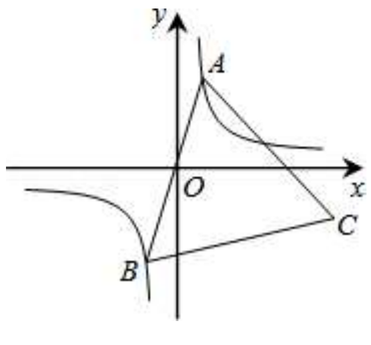
又∵AB=AC，∴∠ACB=∠B=45°，∴∠FAD=∠B=45°，

∵$\overset{\frown}{EF}$的长为$\frac{\pi}{2}$，∴$\frac{\pi}{2}=\frac{45\pi r}{180}$，解得：r=2，

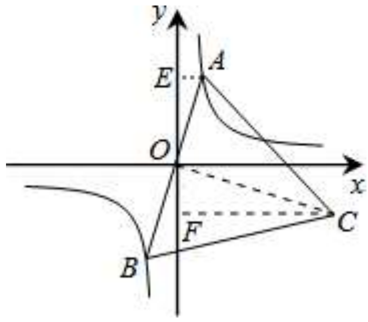
∴$S_{阴影}=S_{\triangle ACD}-S_{扇形ACE}=\frac{1}{2}\times2\times2-\frac{45\pi\times2^2}{360}=2-\frac{\pi}{2}$.

答案：$2-\frac{\pi}{2}$.

17.(3分)如图，已知点A是双曲线$y=\frac{2}{x}$在第一象限的分支上的一个动点，连结AO并延长交另一分支于点B，以AB为边作等边△ABC，点C在第四象限.随着点A的运动，点C的位置也不断变化，但点C始终在双曲线$y=\frac{k}{x}(k>0)$上运动，则k的值是______.



解析：∵双曲线 $y=\frac{2}{x}$关于原点对称，∴点 A 与点 B 关于原点对称.∴OA=OB.连接 OC，如图所示.



∵△ABC 是等边三角形，OA=OB，∴OC⊥AB.∠BAC=60°.∴$\tan\angle OAC=\frac{OC}{OA}=\sqrt{3}$.∴$OC=\sqrt{3}OA$.
过点 A 作 AE⊥y 轴，垂足为 E，
过点 C 作 CF⊥y 轴，垂足为 F，
∵AE⊥OE，CF⊥OF，OC⊥OA，
∴∠AEO=∠OFC，∠AOE=90°-∠FOC=∠OCF.∴△AEO∽△OFC.∴$\frac{AE}{OF}=\frac{EO}{FC}=\frac{AO}{OC}$.
∵$OC=\sqrt{3}OA$，∴$OF=\sqrt{3}AE$，$FC=\sqrt{3}EO$.
设点 A 坐标为(a，b)，
∵点 A 在第一象限，∴AE=a，OE=b.∴$OF=\sqrt{3}AE=\sqrt{3}a$，$FC=\sqrt{3}EO=\sqrt{3}b$.
∵点 A 在双曲线 $y=\frac{2}{x}$上，∴ab=2.∴$FC\cdot OF=\sqrt{3}b\cdot\sqrt{3}a=3ab=6$
设点 C 坐标为(x，y)，∵点 C 在第四象限，∴FC=x，OF=-y.∴FC•OF=x•(-y)=-xy=6.∴xy=-6.
∵点 C 在双曲线 $y=\frac{k}{x}$上，∴k=xy=-6.
答案：-6.

三、解答题(本大题共 7 题，共 69 分)

18.(8 分)(1)计算：$\sqrt{24}\times\sqrt{\frac{1}{3}}-4\times\sqrt{\frac{1}{8}}\times(1-\sqrt{2})^0$；

(2)先化简，再求值：$(\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}+\frac{a}{b-a})\div\frac{b^2}{a^2-ab}$，其中 a，b 满足$\sqrt{a+1}+|b-\sqrt{3}|=0$.

解析：(1)根据二次根式的乘法法则和零指数幂的意义得到原式$=\sqrt{24\times\frac{1}{3}}-4\times\frac{\sqrt{2}}{4}\times1=2\sqrt{2}-\sqrt{2}$，然后合并即可；
(2)先把分子和分母因式分解和除法运算化为乘法运算，再计算括号内的运算，然后约分得到原式$=\frac{a}{b}$，再根据非负数的性质得到 a+1=0，$b-\sqrt{3}=0$，解得 a=-1，$b=\sqrt{3}$，然后把 a 和 b 的值代入计算即可.
答案：(1)原式$=\sqrt{24\times\frac{1}{3}}-4\times\frac{\sqrt{2}}{4}\times1=2\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$;

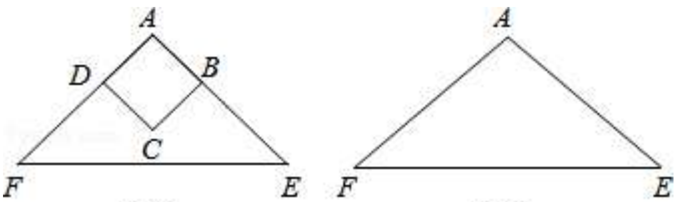
(2)原式=$\left[\frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)^2}-\frac{a}{a-b}\right]\cdot\frac{a(a-b)}{b^2}=\left(\frac{a+b}{a-b}-\frac{a}{a-b}\right)\cdot\frac{a(a-b)}{b^2}=$

$\frac{b}{a-b}\cdot\frac{a(a-b)}{b^2}=\frac{a}{b}$,

∵$\sqrt{a+1}+|b-\sqrt{3}|=0$，∴a+1=0，$b-\sqrt{3}=0$，解得 a=-1，$b=\sqrt{3}$，

当 a=-1，$b=\sqrt{3}$时，原式=$-\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

19.(9 分)如图①，正方形 ABCD 的边 AB，AD 分别在等腰直角△AEF 的腰 AE，AF 上，点 C 在△AEF 内，则有 DF=BE(不必证明).将正方形 ABCD 绕点 A 逆时针旋转一定角度 α(0°＜α＜90°)后，连结 BE，DF.请在图②中用实线补全图形，这时 DF=BE 还成立吗？请说明理由.



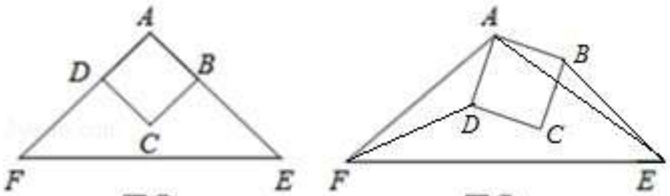
图①　　　　　　图②

解析：根据旋转角求出∠FAD=∠EAB，然后利用“边角边”证明△ABE 和△ADF 全等，根据全等三角形对应边相等可得 BE=DF.

答案：　DF=BE 还成立；

理由：∵正方形 ABCD 绕点 A 逆时针旋转一定角度 α，∴∠FAD=∠EAB，

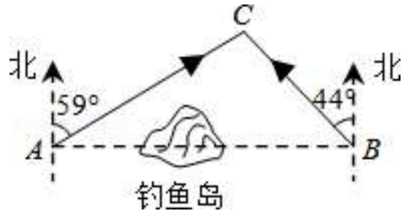
在△ADF 与△ABE 中，$\begin{cases}AF=AE\\ \angle FAD=\angle EAB\\ AD=AB\end{cases}$∴△ADF≌△ABE(SAS)，∴DF=BE.



图①　　　　　　图②

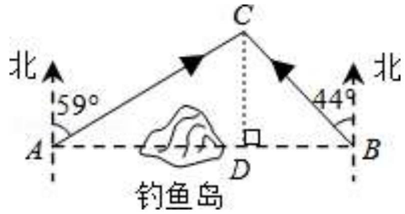
20.(10 分)钓鱼岛自古以来就是中国的领土.如图，我国甲、乙两艘海监执法船某天在钓鱼岛附近海域巡航，某一时刻这两艘船分别位于钓鱼岛正西方向的 A 处和正东方向的 B 处，这时两船同时接到立即赶往 C 处海域巡查的任务，并测得 C 处位于 A 处北偏东 59°方向、位于 B 处北偏西 44°方向.若甲、乙两船分别沿 AC，BC 方向航行，其平均速度分别是 20 海里/小时，18 海里/小时，试估算哪艘船先赶到 C 处.

(参考数据：cos59°≈0.52，sin46°≈0.72)



解析：作 CD⊥AB 于点 D，由题意得：∠ACD=59°，∠DCB=44°，设 CD 的长为 a 海里，分别在 Rt△ACD 中，和在 Rt△BCD 中，用 a 表示出 AC 和 BC，然后除以速度即可求得时间，比较即可确定答案

答案：如图，作 CD⊥AB 于点 D，



由题意得：∠ACD=59°，∠DCB=44°，

设 CD 的长为 a 海里，

∵在 Rt△ACD 中，$\frac{CD}{AC}=\cos\angle ACD$，∴$AC=\frac{CD}{\cos\angle ACD}=\frac{a}{0.52}\approx 1.92a$；

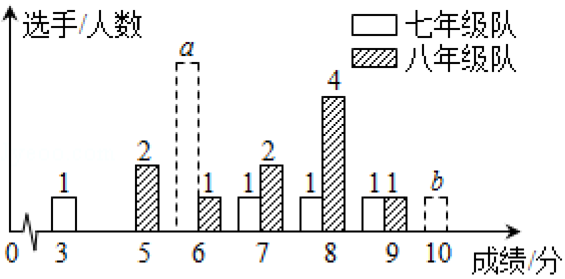
∵在 Rt△BCD 中，$\frac{CD}{BC}=\cos\angle BCD$，∴$BC=\frac{CD}{\cos\angle BCD}=\frac{a}{0.72}\approx 1.39a$；

∵其平均速度分别是 20 海里/小时，18 海里/小时，∴$1.92a\div 20=0.096a$．$1.39a\div 18=0.077a$，

∵$a>0$，∴$0.096a>0.077a$，∴乙先到达.

21.(10 分)我市某中学七、八年级各选派 10 名选手参加学校举办的“爱我荆门”知识竞赛，计分采用 10 分制，选手得分均为整数，成绩达到 6 分或 6 分以上为合格，达到 9 分或 10 分为优秀.这次竞赛后，七、八年级两支代表队选手成绩分布的条形统计图和成绩统计分析表如下，其中七年级代表队得 6 分、10 分的选手人数分别为 a，b.

队别	平均分	中位数	方差	合格率	优秀率
七年级	6.7	m	3.41	90%	n
八年级	7.1	7.5	1.69	80%	10%



(1)请依据图表中的数据，求 a，b 的值；

(2)直接写出表中的 m，n 的值；

(3)有人说七年级的合格率、优秀率均高于八年级，所以七年级队成绩比八年级队好，但也有人说八年级队成绩比七年级队好.请你给出两条支持八年级队成绩好的理由.

解析：(1)根据题中数据求出 a 与 b 的值即可；

(2)根据(1)a 与 b 的值，确定出 m 与 n 的值即可；

(3)从方差，平均分角度考虑，给出两条支持八年级队成绩好的理由即可.

答案：(1)根据题意得：$\begin{cases}3\times1+6a+7\times1+8\times1+9\times1+10b=6.7\times10\\1+a+1+1+1+b=10\end{cases}$，解得 a=5，b=1.

(2)七年级成绩为 3，6，6，6，6，6，7，8，9，10，中位数为 6，即 m=6；

优秀率为$\frac{1+1}{10}=\frac{1}{5}$=20%，即 n=20%；

(3)八年级平均分高于七年级，方差小于七年级，成绩比较稳定，

故八年级队比七年级队成绩好.

22.(10 分)我国中东部地区雾霾天气趋于严重，环境治理已刻不容缓.我市某电器商场根据民众健康需要，代理销售某种家用空气净化器，其进价是 200 元/台.经过市场销售后发现：在一个月内，当售价是 400 元/台时，可售出 200 台，且售价每降低 10 元，就可多售出 50 台.若供货商规定这种空气净化器售价不能低于 300 元/台，代理销售商每月要完成不低于 450 台的销售任务.

(1)试确定月销售量 y(台)与售价 x(元/台)之间的函数关系式；

(2)求售价 x 的范围；

(3)当售价 x(元/台)定为多少时，商场每月销售这种空气净化器所获得的利润 w(元)最大？最大利润是多少？

解析：(1)根据题中条件销售价每降低 10 元，月销售量就可多售出 50 台，即可列出函数关系式；

(2)根据供货商规定这种空气净化器售价不能低于 300 元/台,代理销售商每月要完成不低于 450 台的销售即可求出 x 的取值.

(3)用 x 表示 y，然后再用 x 来表示出 w，根据函数关系式，即可求出最大 w；

答案：(1)根据题中条件销售价每降低 10 元，月销售量就可多售出 50 台，

则月销售量 y(台)与售价 x(元/台)之间的函数关系式：$y=200+50\times\frac{400-x}{10}$，化简得：

y=-5x+2200；

供货商规定这种空气净化器售价不能低于 300 元/台,代理销售商每月要完成不低于 450 台，

则$\begin{cases}x\geqslant300\\-5x+2200\geqslant450\end{cases}$，解得：300≤x≤350.

∴y 与 x 之间的函数关系式为：y=-5x+2200(300≤x≤350)；

(2)$W=(x-200)(-5x+2200)$，整理得：$W=-5(x-320)^2+72000$.

∵x=320 在 300≤x≤350 内，∴当 x=320 时，最大值为 72000，

即售价定为 320 元/台时，商场每月销售这种空气净化器所获得的利润 w 最大，最大利润是 72000 元.

23.(10 分)已知：函数 $y=ax^2-(3a+1)x+2a+1$(a 为常数).

(1)若该函数图象与坐标轴只有两个交点，求 a 的值；

(2)若该函数图象是开口向上的抛物线，与 x 轴相交于点 $A(x_1，0)$，$B(x_2，0)$两点，与 y 轴相交于点 C，且 $x_2-x_1=2$.

①求抛物线的解析式；

②作点 A 关于 y 轴的对称点 D，连结 BC，DC，求 sin∠DCB 的值.

解析：(1)根据 a 取值的不同，有三种情形，需要分类讨论，避免漏解.

(2)①函数与 x 轴相交于点 A(x_1，0)，B(x_2，0)两点，则 x_1，x_2，满足 y=0 时，方程的根与系数关系.因为 $x_2-x_1=2$，则可平方，用 x_1+x_2，x_1x_2 表示，则得关于 a 的方程，可求，并得抛物线解析式.

②已知解析式则可得 A，B，C，D 坐标，求 sin∠DCB，须作垂线构造直角三角形，结论易得.

答案：(1)函数 $y=ax^2-(3a+1)x+2a+1$(a 为常数)，

若 a=0，则 y=-x+1，与坐标轴有两个交点(0，1)，(1，0)；

若 a≠0 且图象过原点时，2a+1=0，$a=-\frac{1}{2}$，有两个交点(0，0)，(1，0)；

若 a≠0 且图象与 x 轴只有一个交点时，令 y=0 有：

$\triangle=(3a+1)^2-4a(2a+1)=0$，解得 a=-1，有两个交点(0，-1)，(1，0).

综上得：a=0 或$-\frac{1}{2}$或-1 时，函数图象与坐标轴有两个交点.

(2)①∵函数与 x 轴相交于点 A(x_1，0)，B(x_2，0)两点，

∴x_1，x_2 为 $ax^2-(3a+1)x+2a+1=0$ 的两个根，∴$x_1+x_2=\frac{3a+1}{a}$，$x_1x_2=\frac{2a+1}{a}$，

∵$x_2-x_1=2$，∴$4=(x_2-x_1)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=(\frac{3a+1}{a})^2-4\cdot\frac{2a+1}{a}$，

解得 $a=-\frac{1}{3}$(函数开口向上，a＞0，舍去)，或 a=1，∴$y=x^2-4x+3$.

②∵函数 $y=x^2-4x+3$ 与 x 轴相交于点 A(x_1，0)，B(x_2，0)两点，与 y 轴相交于点 C，且 $x_1<x_2$，

∴A(1，0)，B(3，0)，C(0，3)，

∵D 为 A 关于 y 轴的对称点，∴D(-1，0).

根据题意画图，如图 1，过点 D 作 DE⊥CB 于 E，

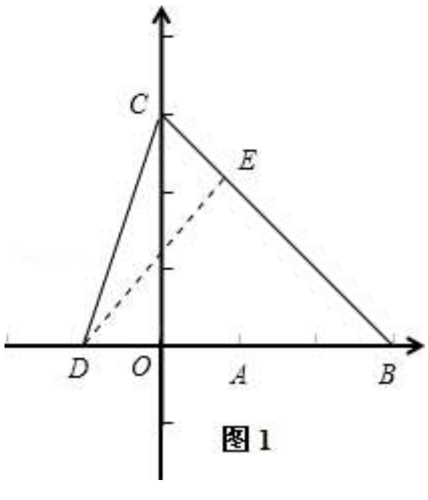


图1

∵OC=3，OB=3，OC⊥OB，∴△OCB 为等腰直角三角形，

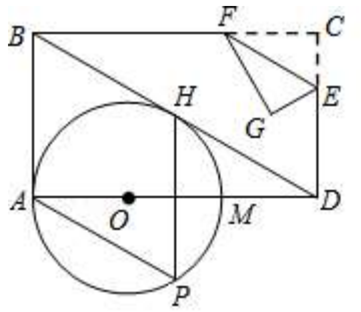
∴∠CBO=45°，∴△EDB 为等腰直角三角形，

设 DE=x，则 EB=x，

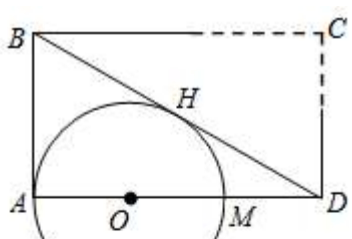
∵DB=4，∴$x^2+x^2=4^2$，∴$x=2\sqrt{2}$，即 $DE=2\sqrt{2}$.

在 Rt△COD 中，∵DO=1，CO=3，∴$CD=\sqrt{DO^2+CO^2}=\sqrt{10}$，∴$\sin\angle DCB=\frac{DE}{CD}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

24.(12 分)如图①，已知：在矩形 ABCD 的边 AD 上有一点 O，OA=$\sqrt{3}$，以 O 为圆心，OA 长为半径作圆，交 AD 于 M，恰好与 BD 相切于 H，过 H 作弦 HP∥AB，弦 HP=3.若点 E 是 CD 边上一动点(点 E 与 C，D 不重合)，过 E 作直线 EF∥BD 交 BC 于 F，再把△CEF 沿着动直线 EF 对折，点 C 的对应点为 G.设 CE=x，△EFG 与矩形 ABCD 重叠部分的面积为 S.



图①



图②(备用图)

(1)求证：四边形 ABHP 是菱形；

(2)问△EFG 的直角顶点 G 能落在⊙O 上吗？若能，求出此时 x 的值；若不能，请说明理由；

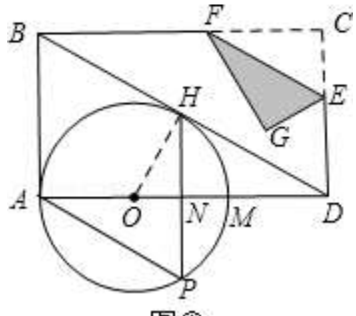
(3)求 S 与 x 之间的函数关系式，并直接写出 FG 与⊙O 相切时，S 的值.

解析：(1)连接 OH，可以求出∠HOD=60°，∠HDO=30°，从而可以求出 AB=3，由 HP∥AB，HP=3 可证到四边形 ABHP 是平行四边形,再根据切线长定理可得 BA=BH,即可证到四边形 ABHP 是菱形.

(2)当点 G 落到 AD 上时，可以证到点 G 与点 M 重合，可求出 x=2.

(3)当 0≤x≤2 时，如图①，S=$S_{\triangle EGF}$，只需求出 FG，就可得到 S 与 x 之间的函数关系式；当 2＜x≤3 时，如图④，S=$S_{\triangle GEF}-S_{\triangle SGR}$，只需求出 SG、RG，就可得到 S 与 x 之间的函数关系式.当 FG 与⊙O 相切时，如图⑤，易得 FK=AB=3，KQ=AQ-AK=2-2$\sqrt{3}$+$\sqrt{3}$x.再由 FK=$\sqrt{3}$KQ 即可求出 x，从而求出 S.

答案：(1)连接 OH，如图①所示.



图①

∵四边形 ABCD 是矩形，∴∠ADC=∠BAD=90°，BC=AD，AB=CD.

∵HP∥AB，∴∠ANH+∠BAD=180°.∴∠ANH=90°.∴HN=PN=$\frac{1}{2}$HP=$\frac{3}{2}$.

∵OH=OA=$\sqrt{3}$，∴sin∠HON=$\frac{HN}{OH}$=$\frac{\sqrt{3}}{2}$.∴∠HON=60°

∵BD 与⊙O 相切于点 H，∴OH⊥BD.∴∠HDO=30°.∴OD=2$\sqrt{3}$.∴AD=3$\sqrt{3}$.∴BC=3$\sqrt{3}$.

∵∠BAD=90°，∠BDA=30°.∴tan∠BDA=$\frac{AB}{AD}$=$\frac{\sqrt{3}}{3}$.∴AB=3.

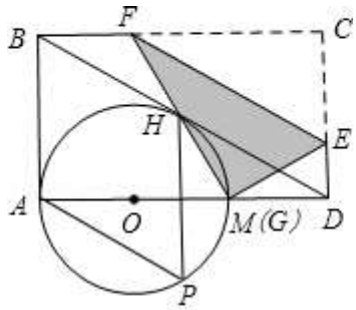
∵HP=3，∴AB=HP.

∵AB∥HP，∴四边形 ABHP 是平行四边形.

∵∠BAD=90°，AM 是⊙O 的直径，∴BA 与⊙O 相切于点 A.

∵BD 与⊙O 相切于点 H，∴BA=BH. ∴平行四边形 ABHP 是菱形.

(2)△EFG 的直角顶点 G 能落在⊙O 上. 如图②所示，点 G 落到 AD 上.



图②

∵EF∥BD，∴∠FEC=∠BDC.

∵∠BDC=90°-30°=60°，∴∠CEF=60°.

由折叠可得：∠GEF=∠CEF=60°. ∴∠GED=60°.

∵CE=x，∴GE=CE=x. ED=DC-CE=3-x. ∴cos∠GED=$\frac{ED}{GE}$=$\frac{3-x}{x}$=$\frac{1}{2}$. ∴x=2. ∴GE=2，ED=1.

∴GD=$\sqrt{3}$. ∴OG=AD-AO-GD=3$\sqrt{3}$-$\sqrt{3}$-$\sqrt{3}$=$\sqrt{3}$. ∴OG=OM. ∴点 G 与点 M 重合.

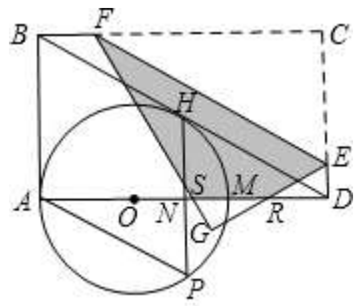
此时△EFG 的直角顶点 G 落在⊙O 上，对应的 x 的值为 2.

∴当△EFG 的直角顶点 G 落在⊙O 上时，对应的 x 的值为 2.

(3)①如图①，在 Rt△EGF 中，tan∠FEG=$\frac{FG}{GE}$=$\frac{FG}{x}$=$\sqrt{3}$. ∴FG=$\sqrt{3}$x.

∴S=$\frac{1}{2}$GE·FG=$\frac{1}{2}$x·$\sqrt{3}$x=$\frac{\sqrt{3}}{2}x^2$.

②如图③，



图③

ED=3-x，RE=2ED=6-2x，GR=GE-ER=x-(6-2x)=3x-6.

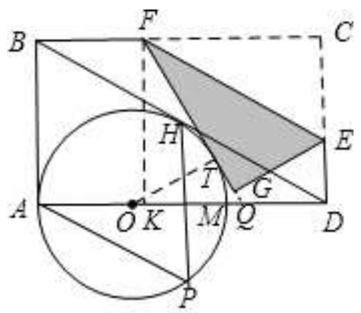
∵tan∠SRG=$\frac{SG}{RG}$=$\frac{SG}{3x-6}$=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，∴SG=$\sqrt{3}$(x-2).

∴$S_{\triangle SGR}$=$\frac{1}{2}$SG·RG=$\frac{1}{2}$·$\sqrt{3}$(x-2)·(3x-6)=$\frac{3\sqrt{3}}{2}(x-2)^2$.

∵$S_{\triangle GEF}$=$\frac{\sqrt{3}}{2}x^2$，∴S=$S_{\triangle GEF}$-$S_{\triangle SGR}$=$\frac{\sqrt{3}}{2}x^2$-$\frac{3\sqrt{3}}{2}(x-2)^2$=$-\sqrt{3}x^2+6\sqrt{3}x-6\sqrt{3}$.

综上所述：当 0≤x≤2 时，S=$\frac{\sqrt{3}}{2}x^2$；当 2＜x＜3 时，S=$-\sqrt{3}x^2+6\sqrt{3}x-6\sqrt{3}$.

当 FG 与⊙O 相切于点 T 时，延长 FG 交 AD 于点 Q，过点 F 作 FK⊥AD，垂足为 K，如图④所示.



图④

∵四边形 ABCD 是矩形，∴BC∥AD，∠ABC=∠BAD=90°，∴∠AQF=∠CFG=60°.

∵OT=$\sqrt{3}$，∴OQ=2. ∴AQ=$\sqrt{3}$+2.

∵∠FKA=∠ABC=∠BAD=90°，∴四边形 ABFK 是矩形.

∴FK=AB=3，AK=BF=3$\sqrt{3}$-$\sqrt{3}$x.

∴KQ=AQ-AK=($\sqrt{3}$+2)-(3$\sqrt{3}$-$\sqrt{3}$x)=2-2$\sqrt{3}$+$\sqrt{3}$x.

在 Rt△FKQ 中，tan∠FQK=$\frac{FK}{QK}$=$\sqrt{3}$. ∴FK=$\sqrt{3}$QK.

∴3=$\sqrt{3}$(2-2$\sqrt{3}$+$\sqrt{3}$x). 解得：x=3-$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

∵0≤3-$\frac{2\sqrt{3}}{3}$≤2，∴S=$\frac{\sqrt{3}}{2}x^2$=$\frac{\sqrt{3}}{2}\times(3-\frac{2\sqrt{3}}{3})^2$=$\frac{31\sqrt{3}}{6}$-6.

∴FG 与⊙O 相切时，S 的值为$\frac{31\sqrt{3}}{6}$-6.