

2015年黑龙江省大兴安岭市中考真题数学

一、选择题(本大题共10小题,每小题3分,共30分)

1. 下列各式正确的是( )

A.  $-2^2=4$

B.  $2^0=0$

C.  $\sqrt{4} = \pm 2$

D.  $|\sqrt{-2}| = \sqrt{2}$

解析: 考查有理数的乘方, 任何非零数的零次幂等于1, 算术平方根的定义, 绝对值的性质, 对各选项分析判断:

A. 因为 $-2^2=-4$ , 故本选项错误;

B. 因为 $2^0=1$ , 故本选项错误;

C. 因为 $\sqrt{4} = 2$ , 故本选项错误;

D. 因为 $|\sqrt{-2}| = \sqrt{2}$ , 故本选项正确.

答案: D.

2. 下列汉字或字母中既是中心对称图形又是轴对称图形的是( )

A. 干

B. 由

C. H

D. Z

解析: 考查中心对称图形和轴对称图形, 根据轴对称图形与中心对称图形的概念对各选项分析判断:

A. 是轴对称图形, 不是中心对称图形. 故错误;

B. 是轴对称图形, 不是中心对称图形. 故错误;

C. 是轴对称图形, 也是中心对称图形. 故正确;

D. 不是轴对称图形, 是中心对称图形. 故错误.

答案: C.

3. 下列是某校教学活动小组学生的年龄情况：13, 15, 15, 16, 13, 15, 14, 15(单位：岁). 这组数据的中位数和极差分别是( )

- A. 15, 3
- B. 14, 15
- C. 16, 16
- D. 14, 3

解析：考查极差、中位数，根据中位数与极差的定义分别求出这组数据的中位数和极差：按从小到大的顺序排列为：13, 13, 14, 15, 15, 15, 15, 16，故中位数为  $(15+15) \div 2=15$ ，极差为  $16-13=3$ .

答案：A.

4. 如图，匀速地向此容器内注水，直到把容器注满，在注水过程中，下列图象能大致反映水面高度  $h$  随注水时间  $t$  变化规律的是( )

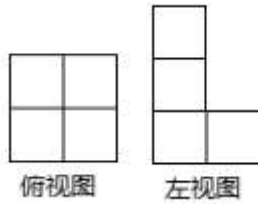


- A.
- B.
- C.
- D.

解析：考查函数的图形，由于三个容器的高度相同，粗细不同，那么水面高度  $h$  随时间  $t$  变化而分三个阶段：最下面的容器容器最小，用时最短，第二个容器最粗，那么第二个阶段的函数图象水面高度  $h$  随时间  $t$  的增大而增长缓慢，用时较长，最上面容器较粗，那么用时较短.

答案：B.

5. 如图，由一些完全相同的小正方体搭成的几何体的俯视图和左视图，组成这个几何体的小正方体的个数是( )



- A. 5 或 6 或 7
- B. 6 或 7
- C. 6 或 7 或 8
- D. 7 或 8 或 9

解析：考查由三视图判断几何体，根据几何体的左视图，可得这个几何体共有 3 层，从俯视图可以看出最底层的个数是 4 个。

(1) 当第一层有 1 个小正方体，第二层有 1 个小正方体时，组成这个几何体的小正方体的个数是：1+1+4=6(个)；

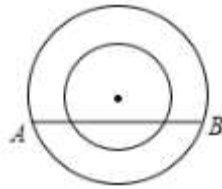
(2) 当第一层有 1 个小正方体，第二层有 2 个小正方体时，或当第一层有 2 个小正方体，第二层有 1 个小正方体时，组成这个几何体的小正方体的个数是：1+2+4=7(个)；

(3) 当第一层有 2 个小正方体，第二层有 2 个小正方体时，组成这个几何体的小正方体的个数是：2+2+4=8(个)。

综上所述：组成这个几何体的小正方体的个数是 6 或 7 或 8。

答案：C.

6. 如图，两个同心圆，大圆的半径为 5，小圆的半径为 3，若大圆的弦 AB 与小圆有公共点，则弦 AB 的取值范围是( )



- A.  $8 \leq AB \leq 10$
- B.  $8 < AB \leq 10$
- C.  $4 \leq AB \leq 5$
- D.  $4 < AB \leq 5$

解析：考查直线与圆的位置关系，勾股定理，垂径定理. AB 最小取与小圆相切的时候的弦长，最大取直径：

当 AB 与小圆相切， $\because$ 大圆半径为 5，小圆的半径为 3， $\therefore AB = 2\sqrt{5^2 - 3^2} = 8$ .

$\because$ 大圆的弦 AB 与小圆有公共点，即相切或相交， $\therefore 8 \leq AB \leq 10$ .

答案：A.

7. 关于 x 的分式方程  $\frac{5}{x} = \frac{a}{x-2}$  有解，则字母 a 的取值范围是( )

- A. a=5 或 a=0
- B. a $\neq$ 0
- C. a $\neq$ 5

D.  $a \neq 5$  且  $a \neq 0$

解析：本题考查分式方程的解：

$\frac{5}{x} = \frac{a}{x-2}$ ，去分母得： $5(x-2)=ax$ ，去括号得： $5x-10=ax$ ，移项，合并同类项得： $(5-a)x=10$ ，

$\therefore$ 关于  $x$  的分式方程  $\frac{5}{x} = \frac{a}{x-2}$  有解， $\therefore 5-a \neq 0$ ， $x \neq 0$  且  $x \neq 2$ ，即  $a \neq 5$ ，系数化为 1 得：

$x = \frac{10}{5-a}$ ， $\therefore \frac{10}{5-a} \neq 0$  且  $\frac{10}{5-a} \neq 2$ ，即  $a \neq 5$ ， $a \neq 0$ ，

综上所述：关于  $x$  的分式方程  $\frac{5}{x} = \frac{a}{x-2}$  有解，则字母  $a$  的取值范围是  $a \neq 5$ ， $a \neq 0$ ，

答案：D.

8. 为了开展阳光体育活动，某班计划购买毽子和跳绳两种体育用品，共花费 35 元，毽子单价 3 元，跳绳单价 5 元，购买方案有( )

- A. 1 种
- B. 2 种
- C. 3 种
- D. 4 种

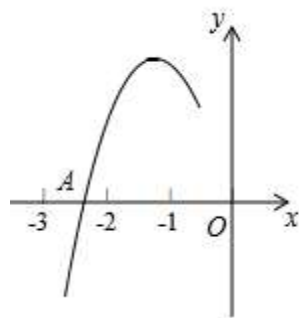
解析：本题考查二元一次方程的应用：设毽子能买  $x$  个，跳绳能买  $y$  根，由题意得：

$$\begin{cases} 3x+5y=35 \\ y=7-35x \end{cases}$$

$\therefore x, y$  都是正整数， $\therefore x=5$  时， $y=4$ ； $x=10$  时， $y=1$ ； $\therefore$ 购买方案有 2 种.

答案：B.

9. 抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的对称轴为直线  $x=-1$ ，与  $x$  轴的一个交点 A 在点  $(-3, 0)$  和  $(-2, 0)$  之间，其部分图象如图，则下列结论：①  $4ac-b^2 < 0$ ；②  $2a-b=0$ ；③  $a+b+c < 0$ ；④ 点  $M(x_1, y_1)$ 、 $N(x_2, y_2)$  在抛物线上，若  $x_1 < x_2$ ，则  $y_1 \leq y_2$ ，其中正确结论的个数是( )



- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

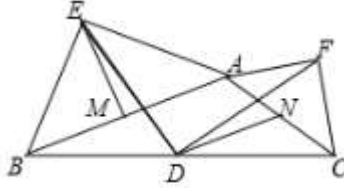
解析：本题考查二次函数图象与系数的关系，根据函数与  $x$  中轴的交点的个数，以及对称轴的解析式，函数值的符号的确定进行判断：函数与  $x$  轴有两个交点，所以  $b^2-4ac > 0$ ，即  $4ac-b^2$

$< 0$ ，故①正确；函数的对称轴是  $x=-1$ ，即  $-\frac{b}{2a} = -1$ ，则  $b=2a$ ， $2a-b=0$ ，故②正确；当  $x=1$

时，函数对应的点在 x 轴下方，则  $a+b+c < 0$ ，则③正确；则  $y_1$  和  $y_2$  的大小无法判断，则④错误。

答案：C.

10. 如图，在钝角  $\triangle ABC$  中，分别以  $AB$  和  $AC$  为斜边向  $\triangle ABC$  的外侧作等腰直角三角形  $ABE$  和等腰直角三角形  $ACF$ ， $EM$  平分  $\angle AEB$  交  $AB$  于点  $M$ ，取  $BC$  中点  $D$ ， $AC$  中点  $N$ ，连接  $DN$ 、 $DE$ 、 $DF$ 。下列结论：①  $EM=DN$ ；②  $S_{\triangle CDN} = \frac{1}{3} S_{\text{四边形} ABDN}$ ；③  $DE=DF$ ；④  $DE \perp DF$ 。其中正确的结论的个数是 ( )



- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

解析：本题考查全等三角形的判定与性质，等腰直角三角形，三角形中位线定理，对各个小题分析判断：

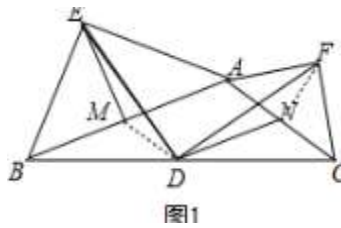
$\because D$  是  $BC$  中点， $N$  是  $AC$  中点， $\therefore DN$  是  $\triangle ABC$  的中位线， $\therefore DN \parallel AB$ ，且  $DN = \frac{1}{2} AB$ ；

$\because$  三角形  $ABE$  是等腰直角三角形， $EM$  平分  $\angle AEB$  交  $AB$  于点  $M$ ， $\therefore M$  是  $AB$  的中点， $\therefore EM = \frac{1}{2} AB$ ，

又  $\because DN = \frac{1}{2} AB$ ， $\therefore EM = DN$ ， $\therefore$  结论①正确； $\because DN \parallel AB$ ， $\therefore \triangle CDN \sim \triangle ABC$ ，

$\because DN = \frac{1}{2} AB$ ， $\therefore S_{\triangle CDN} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$ ， $\therefore S_{\triangle CDN} = \frac{1}{3} S_{\text{四边形} ABDN}$ ， $\therefore$  结论②正确；

如图 1，连接  $MD$ 、 $FN$



$\because D$  是  $BC$  中点， $M$  是  $AB$  中点， $\therefore DM$  是  $\triangle ABC$  的中位线， $\therefore DM \parallel AC$ ，且  $DM = \frac{1}{2} AC$ ；

$\because$  三角形  $ACF$  是等腰直角三角形， $N$  是  $AC$  的中点， $\therefore FN = \frac{1}{2} AC$ ，

又  $\because DM = \frac{1}{2} AC$ ， $\therefore DM = FN$ ， $\because DM \parallel AC$ ， $DN \parallel AB$ ， $\therefore$  四边形  $AMDN$  是平行四边形， $\therefore \angle AMD = \angle AND$ ，

又  $\because \angle EMA = \angle FNA = 90^\circ$ ， $\therefore \angle EMD = \angle DNF$ ，

在 $\triangle EMD$ 和 $\triangle DNF$ 中, 
$$\begin{cases} EM = DN \\ \angle EMD = \angle DNF, \therefore \triangle EMD \cong \triangle DNF, \therefore DE = DF, \therefore \text{结论③正确;} \\ MD = NF \end{cases}$$

如图2, 连接MD, EF, NF,

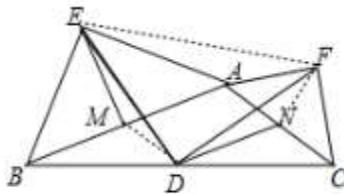


图2

$\because$  三角形 ABE 是等腰直角三角形, EM 平分  $\angle AEB$ ,  $\therefore M$  是 AB 的中点,  $EM \perp AB$ ,

$\therefore EM = MA$ ,  $\angle EMA = 90^\circ$ ,  $\angle AEM = \angle EAM = 45^\circ$ ,  $\therefore \frac{EM}{EA} = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,

$\because D$  是 BC 中点,  $M$  是 AB 中点,  $\therefore DM$  是  $\triangle ABC$  的中位线,  $\therefore DM \parallel AC$ , 且  $DM = \frac{1}{2} AC$ ;

$\because$  三角形 ACF 是等腰直角三角形,  $N$  是 AC 的中点,  $\therefore FN = \frac{1}{2} AC$ ,  $\angle FNA = 90^\circ$ ,  $\angle FAN = \angle AFN = 45^\circ$ ,

又  $\because DM = \frac{1}{2} AC$ ,  $\therefore DM = FN = \frac{\sqrt{2}}{2} FA$ ,

$\because \angle EMD = \angle EMA + \angle AMD = 90^\circ + \angle AMD$ ,  $\angle EAF = 360^\circ - \angle EAM - \angle FAN - \angle BAC = 360^\circ - 45^\circ - 45^\circ - (180^\circ - \angle AMD) = 90^\circ + \angle AMD$ ,  $\therefore \angle EMD = \angle EAF$ ,

在  $\triangle EMD$  和  $\triangle EAF$  中,

$$\frac{EM}{EA} = \frac{DM}{FA} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\angle EMD = \angle EAF$$

$\therefore \triangle EMD \sim \triangle EAF$ ,  $\therefore \angle MED = \angle AEF$ ,

$\because \angle MED + \angle AED = 45^\circ$ ,  $\therefore \angle AED + \angle AEF = 45^\circ$ , 即  $\angle DEF = 45^\circ$ ,

又  $\because DE = DF$ ,  $\therefore \angle DFE = 45^\circ$ ,  $\therefore \angle EDF = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$ ,  $\therefore DE \perp DF$ ,  $\therefore$  结论④正确.

$\therefore$  正确的结论有 4 个: ①②③④.

答案: D.

## 二、填空题(共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

11. 日前从省教育厅获悉, 为改善农村义务教育办学条件, 促进教育公平, 去年我省共接收 163400 名随迁子女就学, 将 163400 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_

解析: 本题考查用科学记数法表示较大的数, 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数. 确定  $n$  的值时, 要看把原数变成  $a$  时, 小数点移动了多少位,  $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时,  $n$  是正数; 当原数的绝对值  $< 1$  时,  $n$  是负数: 将 163400 用科学记数法表示为  $1.634 \times 10^5$ ,

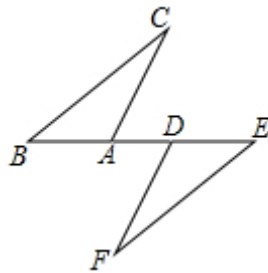
答案:  $1.634 \times 10^5$ .

12. 在函数  $y = \sqrt{x+3} + \frac{1}{x^2}$  中, 自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_

解析: 本题考查函数自变量的取值范围, 根据二次根式的性质和分式的意义, 被开方数大于或等于 0, 分母不等于 0, 可以求出  $x$  的范围: 由题意得,  $x+3 > 0$ ,  $x^2 \neq 0$ , 解得:  $x \geq -3$ , 且  $x \neq 0$ .

答案:  $x \geq -3$ , 且  $x \neq 0$ .

13. 如图, 点 B、A、D、E 在同一直线上,  $BD=AE$ ,  $BC \parallel EF$ , 要使  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ , 则只需添加一个适当的条件是\_\_\_\_\_ (只填一个即可)



解析: 本题考查全等三角形的判定:  $BC=EF$  或  $\angle BAC = \angle EDF$

(1) 若添加  $BC=EF$

$\because BC \parallel EF, \therefore \angle B = \angle E, \because BD=AE, \therefore BD-AD=AE-AD$ , 即  $BA=ED$ ,

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中, 
$$\begin{cases} BC = EF \\ \angle B = \angle E \\ BA = ED \end{cases} \therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (SAS)};$$

(2) 若添加  $\angle BAC = \angle EDF$ ,

$\because BC \parallel EF, \therefore \angle B = \angle E, \because BD=AE, \therefore BD-AD=AE-AD$ , 即  $BA=ED$ ,

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中, 
$$\begin{cases} \angle B = \angle E \\ BA = ED \\ \angle BAC = \angle EDF \end{cases} \therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (ASA)},$$

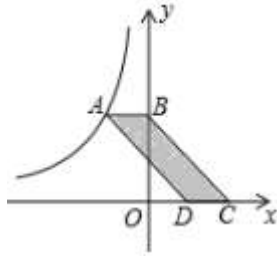
答案:  $BC=EF$  或  $\angle BAC = \angle EDF$  均可.

14.  $\triangle ABC$  的两边长分别为 2 和 3, 第三边的长是方程  $x^2 - 8x + 15 = 0$  的根, 则  $\triangle ABC$  的周长是\_\_\_\_\_

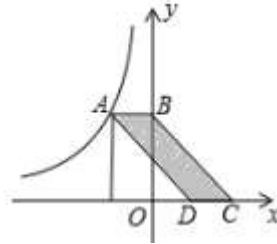
解析: 一元二次方程的解法, 先求得方程的根, 再根据三角形三边关系判断出第三边的长, 可求得三角形的周长: 解方程  $x^2 - 8x + 15 = 0$  可得  $x=3$  或  $x=5$ ,  $\therefore \triangle ABC$  的第三边为 3 或 5, 但当第三边为 5 时,  $2+3=5$ , 不满足三角形三边关系,  $\therefore \triangle ABC$  的第三边长为 3,  $\therefore \triangle ABC$  的周长为  $2+3+3=8$

答案: 8.

15. 如图, 点 A 是反比例函数图象上一点, 过点 A 作  $AB \perp y$  轴于点 B, 点 C、D 在 x 轴上, 且  $BC \parallel AD$ , 四边形 ABCD 的面积为 3, 则这个反比例函数的解析式为\_\_\_\_\_



解析：本题考查反比例函数系数  $k$  的几何意义，过  $A$  点向  $x$  轴作垂线，与坐标轴围成的四边形的面积是定值  $|k|$ ，据此可以求得答案：过  $A$  点向  $x$  轴作垂线，如图：



根据反比例函数的几何意义可得：四边形  $ABCD$  的面积为 3，即  $|k|=3$ ，

又  $\because$  函数图象在二、四象限， $\therefore k=-3$ ，即函数解析式为： $y=-\frac{3}{x}$ 。

答案： $y=-\frac{3}{x}$ 。

16. 底面周长为  $10\pi$  cm，高为 12cm 的圆锥的侧面积为\_\_\_\_\_

解析：本题考查圆锥侧面积的计算，圆锥的侧面积公式： $S=\frac{1}{2}al$ ，代入数据即可求出答案：

设圆锥的底面半径为  $r$ ，母线为  $a$ ， $\therefore r=\frac{10\pi}{2\pi}=5$ ， $\therefore a=\sqrt{5^2+12^2}=13$ ， $\therefore$ 圆锥的侧面

积= $\frac{1}{2}\times 10\pi\times 13=65\pi$  ( $\text{cm}^2$ )，

答案： $65\pi$   $\text{cm}^2$ 。

17. 从点  $A(-2, 3)$ 、 $B(1, -6)$ 、 $C(-2, -4)$  中任取一个点，在  $y=-\frac{6}{x}$  的图象上的概率是\_\_\_\_\_

解析：本题考查概率公式、反比例函数图象上点的坐标特征，先把三点分别代入反比例函数解析式，求出在此函数图象上的点，再利用概率公式即可求出答案：

$\because$   $A$ 、 $B$ 、 $C$  三个点，在函数  $y=-2x$  的图象上的点有  $A$  和  $B$  点，

$\therefore$  随机抽取一张，该点在  $y=-\frac{6}{x}$  的图象上的概率是  $\frac{2}{3}$ 。

答案： $\frac{2}{3}$ 。

18. 菱形  $ABCD$  的对角线  $AC=6\text{cm}$ ， $BD=4\text{cm}$ ，以  $AC$  为边作正方形  $ACEF$ ，则  $BF$  长为\_\_\_\_\_

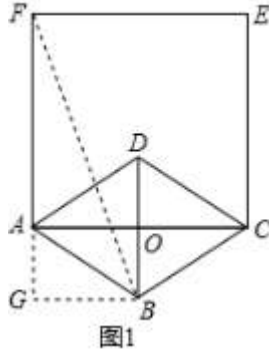
解析：本题考查菱形的性质，正方形的性质. 根据题意，作出图形，根据菱形的对角线互相垂直平分求出  $AO$ 、 $BO$ ，然后分正方形在  $AC$  的两边两种情况补成以  $BF$  为斜边的  $\text{Rt}\triangle BGF$ ，然



后求出 BG、FG，再利用勾股定理列式计算：

$$\because AC=6\text{cm}, BD=4\text{cm}, \therefore AO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 6=3\text{cm}, BO=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times 4=2\text{cm},$$

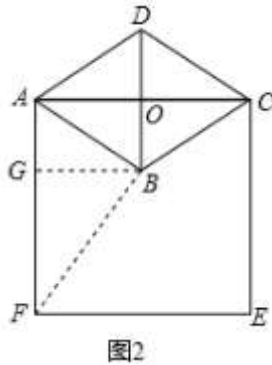
如图 1，正方形 ACEF 在 AC 的上方时，过点 B 作  $BG \perp AF$  交 FA 的延长线于 G，



$$BG=AO=3\text{cm}, FG=AF+AG=6+2=8\text{cm},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BFG \text{ 中, } BF = \sqrt{BG^2 + FG^2} = \sqrt{3^2 + 8^2} = \sqrt{73} \text{ cm},$$

如图 2，正方形 ACEF 在 AC 的下方时，过点 B 作  $BG \perp AF$  于 G，



$$BG=AO=3\text{cm}, FG=AF-AG=6-2=4\text{cm},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BFG \text{ 中, } BF = \sqrt{BG^2 + FG^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm},$$

综上所述，BF 长为 5cm 或  $\sqrt{73}$  cm.

答案：5cm 或  $\sqrt{73}$  cm.

19. BD 为等腰  $\triangle ABC$  的腰 AC 上的高， $BD=1$ ， $\tan \angle ABD = \sqrt{3}$ ，则 CD 的长为\_\_\_\_\_

解析：本题考查解直角三角形，等腰三角形的性质，勾股定理. 根据顶角的大小分三种情况：

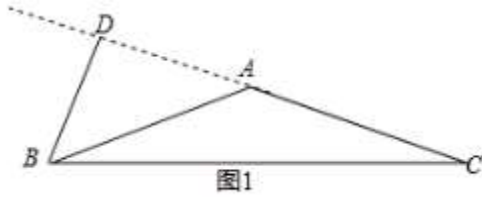
①如图 1， $\angle A$  为钝角， $AB=AC$ ，在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中，根据锐角三角函数的定义即可得到结果；②

如图 2， $\angle A$  为锐角， $AB=AC$ ，在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中根据锐角三角函数的定义即可得到结果；③如图

3， $\angle A$  为底角，由  $\tan \angle ABD = \sqrt{3}$ ，得到  $\angle ABD = 60^\circ$  于是得到  $\angle A = 30^\circ$ ，求得  $\angle C = 120^\circ$ ，

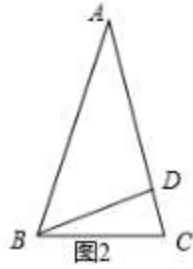
在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中根据锐角三角函数的定义即可得到结果：

① 图 1， $\angle A$  为钝角， $AB=AC$ ，



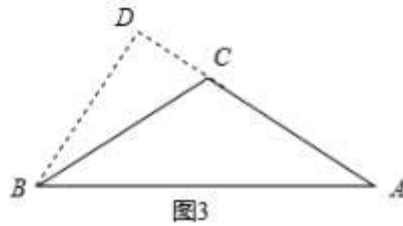
在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  $\because BD=1, \tan \angle ABD=\sqrt{3}, \therefore AD=\sqrt{3}, AB=2, \therefore AC=2, \therefore CD=2+\sqrt{3},$

②如图 2,  $\angle A$  为锐角,  $AB=AC,$



在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  $\because BD=1, \tan \angle ABD=\sqrt{3}, \therefore AD=\sqrt{3}, AB=2, \therefore AC=2, \therefore CD=2-\sqrt{3},$

③如图 3,  $\angle A$  为底角,

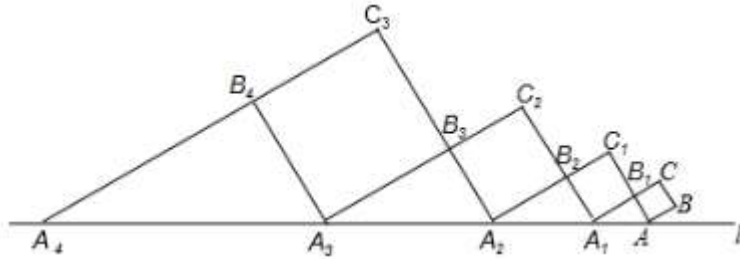


$\because \tan \angle ABD=\sqrt{3}, \therefore \angle ABD=60^\circ, \therefore \angle A=30^\circ, \therefore \angle C=120^\circ, \therefore \angle BCD=60^\circ \because BD=1, \therefore CD=$   
 $\frac{\sqrt{3}}{3};$

综上所述,  $CD$  的长为:  $2+\frac{\sqrt{3}}{3}$  或  $2-\sqrt{3}$  或  $\frac{\sqrt{3}}{3},$

答案:  $2+\frac{\sqrt{3}}{3}$  或  $2-\sqrt{3}$  或  $\frac{\sqrt{3}}{3}.$

20. 如图, 正方形  $ABCB_1$  中,  $AB=1.$   $AB$  与直线  $l$  的夹角为  $30^\circ,$  延长  $CB_1$  交直线  $l$  于点  $A_1,$  作正方形  $A_1B_1C_1B_2,$  延长  $C_1B_2$  交直线  $l$  于点  $A_2,$  作正方形  $A_2B_2C_2B_3,$  延长  $C_2B_3$  交直线  $l$  于点  $A_3,$  作正方形  $A_3B_3C_3B_4, \dots,$  依此规律, 则  $A_{2014}A_{2015}=\underline{\hspace{2cm}}$



解析：本题考查相似三角形的判定与性质，正方形的性质. 因为四边形  $ABCB_1$  是正方形，所以  $AB=AB_1$ ， $AB \parallel CB_1$ ，可得  $AB \parallel A_1C$ ，根据平行线的性质得到  $\angle CA_1A=30^\circ$ ，解直角三角形得到  $A_1B_1=\sqrt{3}$ ， $AA_1=2$ ，同理： $A_2A_3=2(\sqrt{3})^2$ ， $A_3A_4=2(\sqrt{3})^3$ ，发现存在规律  $A_nA_{n+1}=2(\sqrt{3})^n$ ，根据此规律，即可求出答案：

$\because$  四边形  $ABCB_1$  是正方形， $\therefore AB=AB_1$ ， $AB \parallel CB_1$ ，

$\therefore AB \parallel A_1C$ ， $\therefore \angle CA_1A=30^\circ$ ， $\therefore A_1B_1=\sqrt{3}$ ， $AA_1=2$ ， $\therefore A_1B_2=A_1B_1=\sqrt{3}$ ，

$\therefore A_1A_2=2\sqrt{3}$ ，

同理： $A_2A_3=2(\sqrt{3})^2$ ，

$A_3A_4=2(\sqrt{3})^3$ ，

...

$\therefore A_nA_{n+1}=2(\sqrt{3})^n$ ，

$\therefore A_{2014}A_{2015}=2(\sqrt{3})^{2014}$ ，

答案： $2(\sqrt{3})^{2014}$ .

### 三、解答题(本小题共 8 小题，共 60 分)

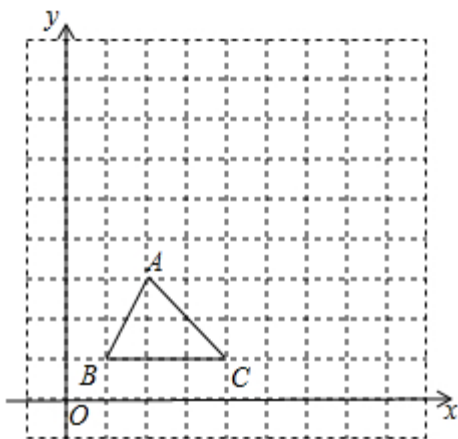
21. 先化简，再求值： $\frac{x^2}{x^2-1} \div (\frac{1}{x-1} + 1)$ ，其中  $x$  是  $\sqrt{5}$  的整数部分.

解析：本题考查分式的化简求值，估算无理数的大小. 原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，求出  $x$  的值代入计算即可求出值.

答案：原式= $\frac{x^2}{(x+1)(x-1)} \div \frac{1+x-1}{x-1} = \frac{x^2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x-1}{x} = \frac{x}{x+1}$ ，

$\because x$  是  $\sqrt{5}$  的整数部分， $\therefore x=2$ ，则原式= $\frac{2}{3}$ .

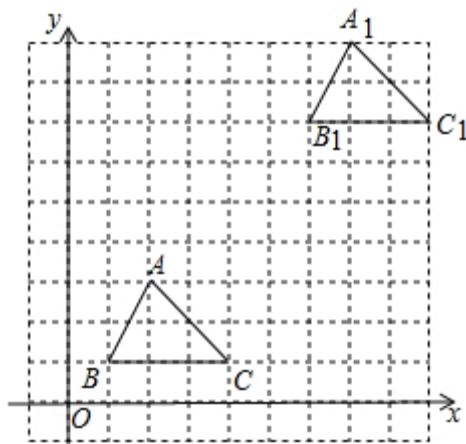
22. 如图，在边上为 1 个单位长度的小正方形网格中：



(1) 画出 $\triangle ABC$  向上平移 6 个单位长度，再向右平移 5 个单位长度后的 $\triangle A_1B_1C_1$ .

解析：考查平移的性质，根据平移的性质画出图形即可.

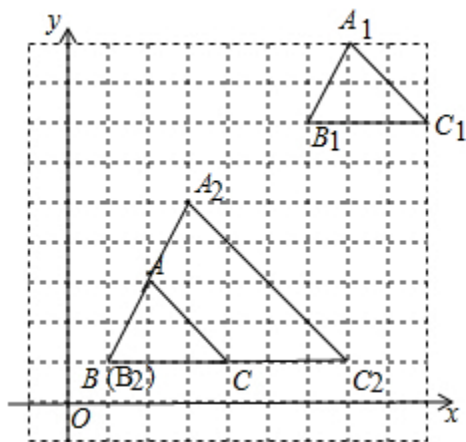
答案：如图所示：



(2) 以点 B 为位似中心，将 $\triangle ABC$  放大为原来的 2 倍，得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，请在网格中画出 $\triangle A_2B_2C_2$ .

解析：考查位似图形的性质，根据位似的性质画出图形即可.

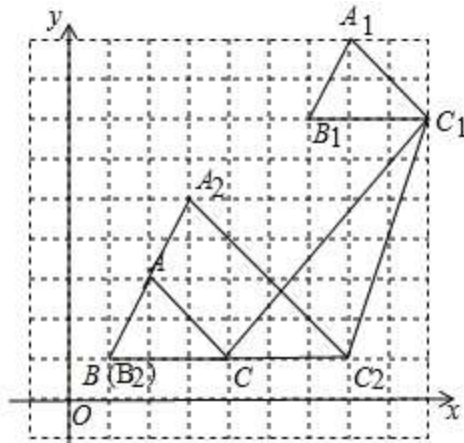
答案：如图所示：



(3) 求 $\triangle CC_1C_2$  的面积.

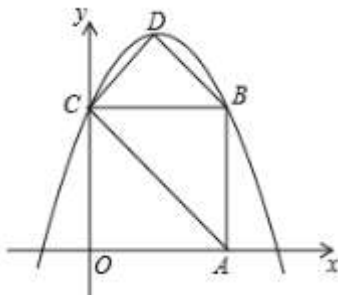
解析：考查三角形的面积公式，根据三角形的面积公式求出即可.

答案：如图所示：



$\triangle CC_1C_2$  的面积为  $\frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9$ .

23. 如图，在平面直角坐标系中，正方形 OABC 的边长为 4，顶点 A、C 分别在 x 轴、y 轴的正半轴，抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$  经过 B、C 两点，点 D 为抛物线的顶点，连接 AC、BD、CD.



(1) 求此抛物线的解析式.

解析：考查待定系数法求二次函数解析式，根据题意和图形可以确定出 B 与 C 的坐标，代入抛物线解析式  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$  即可求出 b 与 c 的值，进而确定抛物线解析式.

答案：由已知得：C(0, 4)，B(4, 4)，

把 B 与 C 坐标代入  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$  得： 
$$\begin{cases} 4b + c = 12 \\ c = 4 \end{cases}, \text{ 解得： } \begin{cases} b = 2 \\ c = 4 \end{cases}$$

则解析式为  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$ .

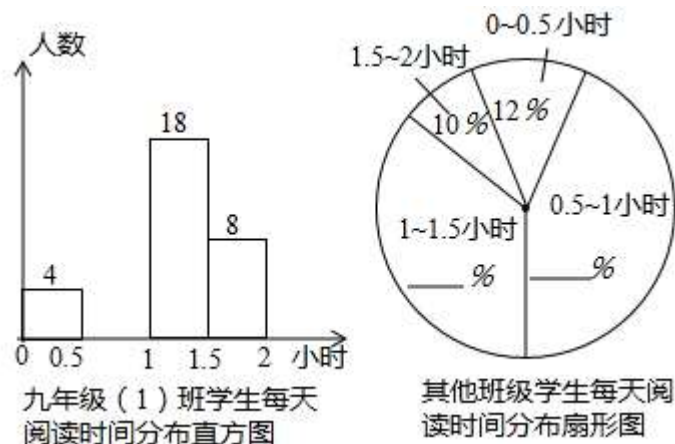
(2) 求此抛物线顶点 D 的坐标和四边形 ABCD 的面积.

解析：考查二次函数顶点坐标，把抛物线解析式化为顶点形式，找出顶点坐标，四边形 ABCD 的面积 =  $\triangle ABC$  的面积 +  $\triangle BCD$  的面积.

答案：  $\because y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 6$ ,  $\therefore$  抛物线顶点坐标为 (2, 6),

则  $S_{\text{四边形}ABDC} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 8 + 4 = 12$ .

24. 4月23日是“世界读书日”，学校开展“让书香溢满校园”读书活动，以提升青少年的阅读兴趣，九年(1)班数学活动小组对本年级600名学生每天阅读时间进行了统计，根据所得数据绘制了两幅不完整统计图(每组包括最小值不包括最大值). 九年(1)班每天阅读时间在0.5小时以内的学生占全班人数的8%. 根据统计图解答下列问题：



(1) 九年(1)班有\_\_\_\_\_名学生；

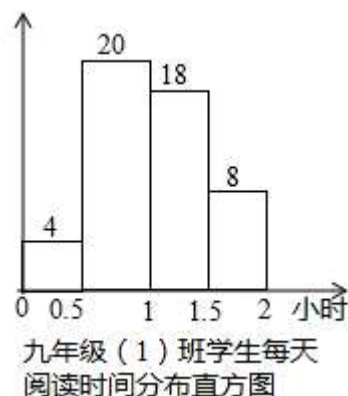
解析：考查频数(率)分布直方图的相关知识，利用条形统计图与扇形统计图中1.5~2小时的人数以及所占比例进而得出该班的人数。

答案：由题意可得： $4 \div 8\% = 50$ (人)，所以九年(1)班有50名学生。

(2) 补全直方图；

解析：利用班级人数减去其他时间段的人数，得出0.5~1小时的人数，进而补全直方图。

答案：由(1)得：0.5~1小时的为： $50 - 4 - 18 - 8 = 20$ (人)，如图所示：



(3) 除九年(1)班外，九年级其他班级每天阅读时间在1~1.5小时的学生有165人，请你补全扇形统计图；

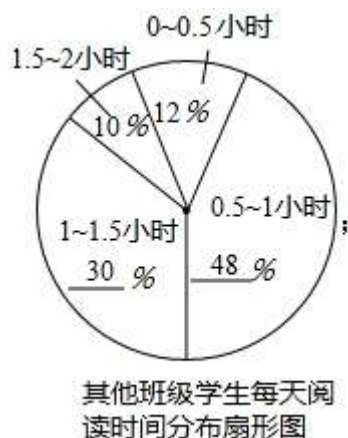
解析：九年级其他班级每天阅读时间在1~1.5小时的学生有165人，可以求出1~1.5小时在扇形统计图中所占比例，进而得出0.5~1小时在扇形统计图中所占比例。

答案： $\because$ 除九年(1)班外，九年级其他班级总人数为(600-50)人，九年级其他班级每天阅读时间在1~1.5小时的学生有165人

∴1~1.5 小时在扇形统计图中所占比例为： $165 \div (600-50) \times 100\%=30\%$ ；

∴0.5~1 小时在扇形统计图中所占比例为： $1-30\%-10\%-12\%=48\%$ 。

如图所示：

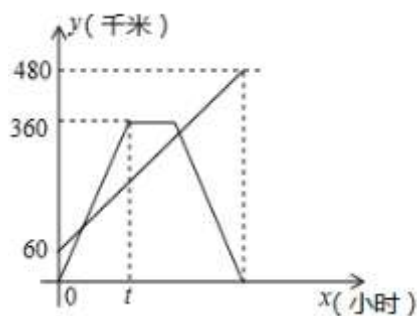


(4) 求该年级每天阅读时间不少于 1 小时的学生有多少人？

解析：利用该年级总人数和扇形统计图每天阅读时间不少于 1 小时的人数所占比例，求得该年级每天阅读时间不少于 1 小时的人数。

答案：该年级每天阅读时间不少于 1 小时的学生有： $(600-50) \times (30\%+10\%)+18+8=246$  (人)。

25. 甲、乙两车分别从相距 480km 的 A、B 两地相向而行，乙车比甲车先出发 1 小时，并以各自的速度匀速行驶，途径 C 地，甲车到达 C 地停留 1 小时，因有事按原路原速返回 A 地. 乙车从 B 地直达 A 地，两车同时到达 A 地. 甲、乙两车距各自出发地的路程  $y$  (千米) 与甲车出发所用的时间  $x$  (小时) 的关系如图，结合图象信息解答下列问题：



(1) 乙车的速度是\_\_\_\_\_千米/时， $t=_____$ 小时；

解析：本题考查一次函数的应用. 根据图象，可知乙车的速度是 60 千米/时，根据时间=路程 $\div$ 速度，用两地之间的距离除以乙车的速度，求出乙车到达 A 地用的时间是多少；根据速度=路程 $\div$ 时间，用两地之间的距离除以甲车往返 AC 两地用的时间，求出甲车的速度；再用 AC 间的距离 360 除以甲车的速度，即可求出  $t$  的值。

答案：根据图示，可得乙车的速度是 60 千米/时，

甲车的速度是： $(360 \times 2) \div (480 \div 60 - 1 - 1) = 720 \div 6 = 120$  (千米/小时) ∴ $t = 360 \div 120 = 3$  (小时)。

(2) 求甲车距它出发地的路程  $y$  与它出发的时间  $x$  的函数关系式，并写出自变量的取值范围；

解析：根据题意，分 3 种情况：①当  $0 \leq x \leq 3$  时；②当  $3 < x \leq 4$  时；③  $4 < x \leq 7$  时；对这三种情况分类讨论，求出甲车距它出发地的路程  $y$  与它出发的时间  $x$  的函数关系式，然后写出

自变量的取值范围即可.

答案: ①当  $0 \leq x \leq 3$  时, 设  $y=k_1x$ , 把  $(3, 360)$  代入, 可得  $3k_1=360$ , 解得  $k_1=120$ ,  $\therefore y=120x (0 \leq x \leq 3)$ .

②当  $3 < x \leq 4$  时,  $y=360$ .

③当  $4 < x \leq 7$  时, 设  $y=k_2x+b$ , 把  $(4, 360)$  和  $(7, 0)$  代入, 可得

$$\begin{cases} 4k_2 + b = 360 \\ 7k_2 + b = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k_2 = -120 \\ b = 840 \end{cases}, \therefore y = -120x + 840 (4 < x \leq 7).$$

(3) 直接写出乙车出发多长时间两车相距 120 千米.

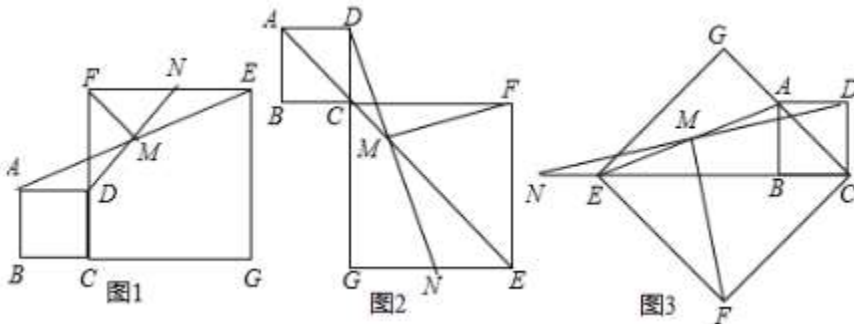
解析: 根据题意, 分 3 种情况: ①甲乙两车相遇之前相距 120 千米; ②当甲车停留在 C 地时; ③两车都朝 A 地行驶时; 根据时间=路程 $\div$ 速度, 分类讨论, 求出两车相距 120 千米时乙车出发多长时间.

答案: ①  $(480-60-120) \div (120+60) + 1 = 300 \div 180 + 1 = \frac{5}{3} + 1 = \frac{8}{3}$  (小时)

②当甲车停留在 C 地时,  $(480-360+120) \div 60 = 240 \div 60 = 4$  (小时)

③两车都朝 A 地行驶时, 设乙车出发  $x$  小时后两车相距 120 千米, 则  $60x - [120(x-1) - 360] = 120$ , 所以  $480 - 60x = 120$ , 所以  $60x = 360$ , 解得  $x = 6$ . 综上所述: 乙车出发  $\frac{8}{3}$  小时、4 小时、6 小时后两车相距 120 千米.

26. 如图 1 所示, 在正方形 ABCD 和正方形 CGEF 中, 点 B、C、G 在同一条直线上, M 是线段 AE 的中点, DM 的延长线交 EF 于点 N, 连接 FM, 易证:  $DM=FM$ ,  $DM \perp FM$  (无需写证明过程)



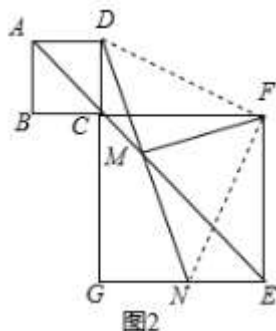
(1) 如图 2, 当点 B、C、F 在同一条直线上, DM 的延长线交 EG 于点 N, 其余条件不变, 试探究线段 DM 与 FM 有怎样的关系? 请写出猜想, 并给予证明:

解析: 连接 DF, NF, 因为四边形 ABCD 和 CGEF 是正方形, 所以得出  $AD \parallel BC$ ,  $BC \parallel GE$ , 于是得到  $AD \parallel GE$ , 进而求得  $\angle DAM = \angle NEM$ , 证得  $\triangle MAD \cong \triangle MEN$ , 得出  $DM=MN$ ,  $AD=EN$ , 推出  $\triangle MAD \cong \triangle MEN$ , 证出  $\triangle DFN$  是等腰直角三角形, 进而证得结论.

答案: 如图 2,  $DM=FM$ ,  $DM \perp FM$ ,

证明: 如图所示, 连接 DF, NF





∵ 四边形 ABCD 和 CGEF 是正方形, ∴ AD//BC, BC//GE, ∴ AD//GE, ∴ ∠DAM=∠NEM,  
 ∵ M 是 AE 的中点, ∴ AM=EM,

在△MAD 与△MEN 中,

$$\begin{cases} \angle AMD = \angle EMN \\ AM = EM \\ \angle DAM = \angle NEM \end{cases}, \therefore \triangle MAD \cong \triangle MEN, \therefore DM = MN, AD = EN,$$

∵ AD=CD, ∴ CD=NE, ∵ CF=EF, ∠DCF=∠ECF=90°,

在△DCF 与△NEF 中,

$$\begin{cases} CD = EN \\ \angle DCF = \angle NEF = 90^\circ \\ CF = EF \end{cases}, \therefore \triangle DCF \cong \triangle NEF, \therefore DF = NF, \angle CDF = \angle ENF,$$

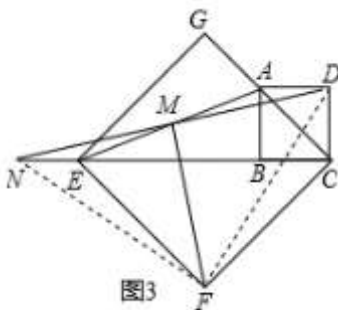
∵ ∠ENF+∠NFC=90°, ∴ ∠DFC+∠CFN=90°, ∴ ∠DFN=90°, ∴ DM⊥FM, DM=FM.

(2) 如图 3, 当点 E、B、C 在同一条直线上, DM 的延长线交 CE 的延长线于点 N, 其余条件不变, 探究线段 DM 与 FM 有怎样的关系? 请直接写出猜想.

解析: 连接 DF, NF, 在正方形 ABCD 中, 有 AD//BC, 因为点 E、B、C 在同一条直线上, 所以 AD//CN, 求得 ∠DAM=∠NEM, 证得 △MAD≌△MEN, 得出 DM=MN, AD=EN, 进而推出 △MAD≌△MEN, 证出 △DFN 是等腰直角三角形, 证得结论.

答案: 猜想: DM⊥FM, DM=FM

证明: 如图所示, 连接 DF, NF



∵ 四边形 ABCD 是正方形, ∴ AD//BC, ∵ 点 E、B、C 在同一条直线上, ∴ AD//CN, ∴ ∠ADN=∠MNE,

在△MAD 与△MEN 中,

$$\begin{cases} \angle AMD = \angle EMN \\ AM = EM \\ \angle DAM = \angle NEM \end{cases}, \therefore \triangle MAD \cong \triangle MEN, \therefore DM = MN, AD = EN,$$

$\because AD = CD, \therefore CD = NE,$

$\because CF = EF, \therefore \angle DCF = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ, \angle NEF = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ, \therefore \angle DCF = \angle NEF,$

在  $\triangle DCF$  与  $\triangle NEF$  中,

$$\begin{cases} CD = NE \\ \angle DCF = \angle NEF = 135^\circ, \therefore \triangle DCF \cong \triangle NEF, \therefore DF = NF, \angle CFD = \angle EFN, \\ CF = EF \end{cases}$$

$\because \angle CFD + \angle EFD = 90^\circ, \therefore \angle NFE + \angle EFD = 90^\circ, \therefore \angle DFN = 90^\circ, \therefore DM \perp FM, DM = FM.$

27. 母亲节前夕,某淘宝店主从厂家购进 A、B 两种礼盒,已知 A、B 两种礼盒的单价比为 2:3, 单价和为 200 元.

(1) 求 A、B 两种礼盒的单价分别是多少元?

解析: 根据 A、B 两种礼盒的单价比为 2:3, 有知道两种礼盒单价和为 200 元, 进而可以求得两种礼盒的单价.

答案: 设 A 种礼盒单价为  $2x$  元, B 种礼盒单价为  $3x$  元, 依据题意得:  $2x + 3x = 200$

解得:  $x = 40$ , 则  $2x = 80$ ,  $3x = 120$ , 答: A 种礼盒单价为 80 元, B 种礼盒单价为 120 元.

(2) 该店主购进这两种礼盒恰好用去 9600 元, 且购进 A 种礼盒最多 36 个, B 种礼盒的数量不超过 A 种礼盒数量的 2 倍, 共有几种进货方案?

解析: 假设购买 A 种礼盒  $a$  盒, B 种礼盒  $b$  盒, 结合(1)中所求两种礼盒的单价, 根据两种礼盒恰好用去 9600 元, 列出相应关系式, 进而求得两种礼盒的数量关系, 再分情况讨论几种进货方案.

答案: 设购进 A 种礼盒  $a$  个, B 种礼盒  $b$  个, 依据题意可得:

$$\begin{cases} 80a + 120b = 9600 \\ a \leq 36 \\ b \leq 2a \end{cases}, \text{解得: } 30 \leq a \leq 36,$$

$\because a, b$  的值均为整数,  $\therefore a, b$  的值为:

$$\begin{cases} a = 30 \\ b = 60 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a = 33 \\ b = 58 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a = 36 \\ b = 56 \end{cases}$$

$\therefore$  共有三种方案.

(3) 根据市场行情, 销售一个 A 种礼盒可获利 10 元, 销售一个 B 种礼盒可获利 18 元. 为奉献爱心, 该店主决定每售出一个 B 种礼盒, 为爱心公益基金捐款  $m$  元, 每个 A 种礼盒的利润不变, 在(2)的条件下, 要使礼盒全部售出后所有方案获利相同,  $m$  值是多少? 此时店主获利多少元?

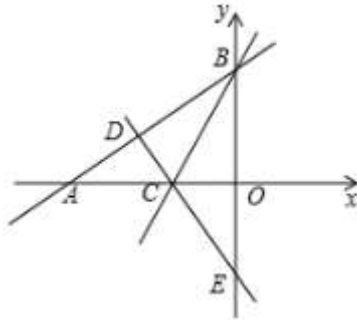
解析: 首先求出店主获利, 进而利用  $a, b$  关系, 探讨出符合题意的答案.

答案: 设店主获利为  $w$  元, 则  $w = 10a + (18 - m)b$ ,

由  $80a+120b=9600$ , 得:  $a=120-\frac{3}{2}b$ , 则  $w=(3-m)b+1200$ ,

$\because$  要使 (2) 中方案获利都相同,  $\therefore 3-m=0$ ,  $\therefore m=3$ ,  
此时店主获利 1200 元.

28. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知  $Rt\triangle AOB$  的两直角边  $OA$ 、 $OB$  分别在  $x$  轴的负半轴和  $y$  轴的正半轴上, 且  $OA$ 、 $OB$  的长满足  $|OA-8|+(OB-6)^2=0$ ,  $\angle ABO$  的平分线交  $x$  轴于点  $C$ , 过点  $C$  作  $AB$  的垂线, 垂足为点  $D$ , 交  $y$  轴于点  $E$ .



(1) 求线段  $AB$  的长;

解析:  $|OA-8|+(OB-6)^2=0$ , 根据非负数的性质求得  $OA$  和  $OB$  的长, 然后根据勾股定理求得  $AB$  的长.

答案:  $\because |OA-8|+(OB-6)^2=0$ ,  $\therefore OA=8$ ,  $OB=6$ ,

在  $Rt\triangle AOB$  中,  $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ .

(2) 求直线  $CE$  的解析式;

解析: 证明  $\triangle ACD \sim \triangle AOB$ , 则  $OC=CD$ , 然后根据  $\triangle ACD \sim \triangle AOB$ , 利用相似三角形的性质对应边的比相等, 求得  $OC$  的长, 从而求得  $C$  的坐标, 根据  $CD \perp AB$ , 求得  $AB$  的解析式, 进而求得  $CE$  的解析式.

答案: 在  $\triangle OBC$  和  $\triangle DBC$  中,

$$\begin{cases} \angle OBC = \angle DBC \\ BC = BC \\ \angle BOC = \angle BDC \end{cases}, \therefore \triangle OBC \cong \triangle DBC, \therefore OC = CD,$$

设  $OC=x$ , 则  $AC=8-x$ ,  $CD=x$ .

$\because \triangle ACD$  和  $\triangle AOB$  中,  $\angle CAD = \angle BAO$ ,  $\angle ADC = \angle AOB = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle AOB$ ,  $\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{OB}$ , 即  $\frac{8-x}{10} = \frac{x}{6}$ , 解得:  $x=3$ .

即  $OC=3$ , 则  $C$  的坐标是  $(-3, 0)$ .

设  $AB$  的解析式是  $y=kx+b$ , 根据题意得

$$\begin{cases} b=6 \\ -8k+b=0 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} b=6 \\ k=\frac{3}{4} \end{cases}, \text{则直线 } AB \text{ 的解析式是 } y=\frac{3}{4}x+6,$$

设 CD 的解析式是  $y = -\frac{3}{4}x + m$ , 则  $4 + m = 0$ , 则  $m = -4$ .

则直线 CE 的解析式是  $y = -\frac{3}{4}x - 4$ .

(3) 若 M 是射线 BC 上的一个动点, 在坐标平面内是否存在点 P, 使以 A、B、M、P 为顶点的四边形是矩形? 若存在, 请直接写出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

解析: 根据勾股定理求出 M 点的坐标, 根据中点坐标公式求出 P 点的坐标.

答案: ①当 AB 为矩形的边时, 如图所示矩形  $AM_1P_1B$ , 易知 BC 的直线方程为  $y = 2x + 6$ ,

设  $M_1(m, 2m+6)$ ,  $P_1(x, y)$ , 因为  $A(-8, 0)$ ,  $B(0, 6)$ , 则

$$AM_1^2 = (m+8)^2 + (2m+6)^2 = 5m^2 + 40m + 100, \quad BM_1^2 = m^2 + (2m+6-6)^2 = 5m^2, \quad AB=10,$$

根据  $AB^2 + AM_1^2 = BM_1^2$  得  $100 + 5m^2 + 40m + 100 = 5m^2$ ,  $m = -5$ ,  $\therefore M_1(-5, -4)$ ,  $BM_1$  中点坐标为  $(-\frac{5}{2}, 1)$ ,

$$BM_1 \text{ 中点同时也是 } AP_1 \text{ 中点, 则有 } \begin{cases} \frac{-8+x}{2} = -\frac{5}{2} \\ \frac{0+y}{2} = 1 \end{cases}, \text{ 解得 } P_1(3, 2)$$

②当 AB 为矩形的对角线时, 此时有  $AB^2 = AM_2^2 + BM_2^2$ , 即  $100 = 5m^2 + 40m + 100 + 5m^2$ ,  $m = -4$  或  $m = 0$  (舍去),  $\therefore M_2(-4, -2)$ , AB 中点坐标为  $(-4, 3)$ ,

$$AB \text{ 中点同时也是 } P_2M_2 \text{ 中点, 则有 } \begin{cases} \frac{-4+x}{2} = -4 \\ \frac{-2+y}{2} = 3 \end{cases}, \text{ 解得 } P_2(-4, 8)$$

综上所述, 满足条件的 P 点的坐标为  $P_1(3, 2)$  或  $P_2(-4, 8)$ .