2007年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数学（文史类）

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共**150**分．考试用时**120**分钟．第Ⅰ卷**1**至**2**页．第Ⅱ卷**3**至**10**页．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

祝各位考生考试顺利！

第Ⅰ卷

注意事项：

1．答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考号、科目涂写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码．

2．每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，答在试卷上无效．

3．本卷共**10**小题，每小题**5**分，共**50**分．

参考公式：

如果事件A,B互斥，那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件A,B相互独立，那么

$P(A\bullet B)=P(A)\bullet P(B)$

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

其中R表示球的半径

一、选择题：在每小题列出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

（1）已知集合$S=\{x\in\mathbf{R}\,|\,x+1\geqslant 2\}$，$T=\{-2,-1,0,1,2\}$，则$S\cap T=$（　　）

A．$\{2\}$　　B．$\{1,2\}$　　C．$\{0,1,2\}$　　D．$\{-1,0,1,2\}$

（2）设变量x,y满足约束条件$\begin{cases}x-y\geqslant -1,\\ x+y\leqslant 4,\\ y\geqslant 2\end{cases}$则目标函数$z=2x+4y$的最大值为（　　）

A．10　　B．12　　C．13　　D．14

（3）“$a=2$”是“直线$ax+2y=0$平行于直线$x+y=1$”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

（4）设$a=\log_{\frac{1}{2}}3$，$b=\left(\frac{1}{3}\right)^{0.2}$，$c=2^{\frac{1}{3}}$，则（　　）

A．$a<b<c$　　B．$c<b<a$　　C．$c<a<b$　　D．$b<a<c$

（5）函数$y=\log_2(x+4)(x>0)$的反函数是（　　）

A．$y=2^x+4(x>2)$　　B．$y=2^x+4(x>0)$

C. $y=2^x-4(x>2)$　　　　D. $y=2^x-4(x>0)$

（6）设a，b为两条直线，α，β为两个平面，下列四个命题中，正确的命题是（　　）

A. 若a，b与α所成的角相等，则$a\parallel b$

B. 若$a\parallel\alpha$，$b\parallel\beta$，$\alpha\parallel\beta$，则$a\parallel b$

C. 若$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，$a\parallel b$，则$\alpha\parallel\beta$

D. 若$a\perp\alpha$，$b\perp\beta$，$\alpha\perp\beta$，则$a\perp b$

（7）设双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$的离心率为$\sqrt{3}$，且它的一条准线与抛物线$y^2=4x$的准线重合，则此双曲线的方程为（　　）

A. $\dfrac{x^2}{12}-\dfrac{y^2}{24}=1$　　　　B. $\dfrac{x^2}{48}-\dfrac{y^2}{96}=1$

C. $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{2y^2}{3}=1$　　　　D. $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{6}=1$

（8）设等差数列$\{a_n\}$的公差d不为0，$a_1=9d$．若a_k是a_1与a_{2k}的等比中项，则$k=$（　　）

A．2　　B．4　　C．6　　D．8

（9）设函数$f(x)=\left|\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)\right|(x\in\mathbf{R})$，则$f(x)$（　　）

A. 在区间$\left[\dfrac{2\pi}{3},\dfrac{7\pi}{6}\right]$上是增函数　　　　B. 在区间$\left[-\pi,-\dfrac{\pi}{2}\right]$上是减函数

C. 在区间$\left[\dfrac{\pi}{8},\dfrac{\pi}{4}\right]$上是增函数　　　　D. 在区间$\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{6}\right]$上是减函数

（10）设$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，且当$x\geqslant 0$时，$f(x)=x^2$，若对任意的$x\in[t,\ t+2]$，不等式$f(x+t)\geqslant 2f(x)$恒成立，则实数t的取值范围是（　　）

A. $\left[\sqrt{2},+\infty\right)$　　B. $\left[2,+\infty\right)$　　C. $\left(0,2\right]$　　D. $\left[-\sqrt{2},-1\right]\cup\left[\sqrt{2},0\right]$

第Ⅱ卷

注意事项：

1．答卷前将密封线内的项目填写清楚．

2．用钢笔或圆珠笔直接答在试卷上．

3．本卷共 12 小题，共 100 分．

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分．把答案填在题中横线上．

（11）从一堆苹果中任取了 20 只，并得到它们的质量（单位：克）数据分布表如下：

分组	$[90,100)$	$[100,110)$	$[110,120)$	$[120,130)$	$[130,140)$	$[140,150)$
频数	1	2	3	10		1

则这堆苹果中，质量不小于 120 克的苹果数约占苹果总数的________%．

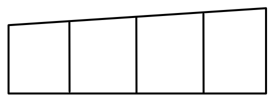
（12）$\left(x+\dfrac{1}{x^2}\right)^9$ 的二项展开式中常数项是__________（用数字作答）．

（13）一个长方体的各顶点均在同一球的球面上，且一个顶点上的三条棱的长分别为1，2，3，则此球的表面积为______．

（14）已知两圆 $x^2+y^2=10$ 和 $(x-1)^2+(y-3)^2=20$ 相交于 A，B 两点，则直线 AB 的方程是__________．

（15）在$\triangle ABC$中，$AB=2$，$AC=3$，D 是边 BC 的中点，则 $\overrightarrow{AD}\bullet\overrightarrow{BC}=$______．

（16）如图，用 6 种不同的颜色给图中的 4 个格子涂色，每个格子涂一种颜色，要求相邻的两个格子颜色不同，且两端的格子的颜色也不同，则不同的涂色方法共有__________种（用数字作答）．



三、解答题：本大题共 6 小题，共 76 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

（17）（本小题满分 12 分）

在$\triangle ABC$中，已知 $AC=2$，$BC=3$，$\cos A=-\dfrac{4}{5}$．

（Ⅰ）求 $\sin B$ 的值；

（Ⅱ）求 $\sin\left(2B+\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的值．

（18）（本小题满分 12 分）

已知甲盒内有大小相同的 3 个红球和 4 个黑球，乙盒内有大小相同的 5 个红球和 4 个黑球．现从甲、乙两个盒内各任取 2 个球．

（Ⅰ）求取出的 4 个球均为红球的概率；

（Ⅱ）求取出的 4 个球中恰有 1 个红球的概率；

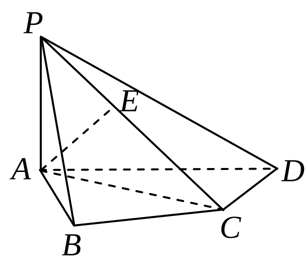
（19）（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$底面 $ABCD$，$AB\perp AD$，$AC\perp CD$，$\angle ABC=60^\circ$，$PA=AB=BC$，E 是 PC 的中点．

（Ⅰ）求 PB 和平面 PAD 所成的角的大小；

（Ⅱ）证明 $AE\perp$平面 PCD；

（Ⅲ）求二面角 $A-PD-C$ 的大小．



（20）（本小题满分 12 分）

在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}=4a_n-3n+1$，$n\in\mathbf{N}^*$.

（Ⅰ）证明数列$\{a_n-n\}$是等比数列；

（Ⅱ）求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n；

（Ⅲ）证明不等式$S_{n+1}\leqslant 4S_n$，对任意$n\in\mathbf{N}^*$皆成立.

（21）（本小题满分 14 分）

设函数$f(x)=-x(x-a)^2$（$x\in\mathbf{R}$），其中$a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）当$a=1$时，求曲线$y=f(x)$在点$(2，f(2))$处的切线方程；

（Ⅱ）当$a\neq 0$时，求函数$f(x)$的极大值和极小值；

（Ⅲ）当$a>3$时，证明存在$k\in[-1,0]$，使得不等式$f(k-\cos x)\geqslant f(k^2-\cos^2 x)$对任意的$x\in\mathbf{R}$恒成立.

（22）（本小题满分 14 分）

设椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，$A$是椭圆上的一点，$AF_2\perp F_1F_2$，原点$O$到直线$AF_1$的距离为$\dfrac{1}{3}|OF_1|$.

（Ⅰ）证明$a=\sqrt{2}b$；

（Ⅱ）求$t\in(0，b)$使得下述命题成立：设圆$x^2+y^2=t^2$上任意点$M(x_0，y_0)$处的切线交椭圆于Q_1，Q_2两点，则$OQ_1\perp OQ_2$.

2007年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数学（文史类）参考答案

一、选择题：本题考查基本知识和基本运算．每小题5分，满分50分．

（1）B　（2）C　（3）C　（4）A　（5）C

（6）D　（7）D　（8）B　（9）A　（10）A

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算．每小题4分，满分24分．

（11）70　（12）84　（13）14π

（14）$x+3y=0$　（15）$\dfrac{5}{2}$　（16）630

三、解答题

（17）本小题考查同角三角函数的基本关系式、两角和公式、倍角公式、正弦定理等的知识，考查基本运算能力．满分12分．

（Ⅰ）解：在$\triangle ABC$中，$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\left(-\dfrac{4}{5}\right)^2}=\dfrac{3}{5}$，由正弦定理，

$$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}.$$

所以$\sin B=\dfrac{AC}{BC}\sin A=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{2}{5}$．

（Ⅱ）解：因为$\cos A=-\dfrac{4}{5}$，所以角A为钝角，从而角B为锐角，于是

$$\cos B=\sqrt{1-\sin^2 B}=\sqrt{1-\left(\frac{2}{5}\right)^2}=\frac{\sqrt{21}}{5},$$

$$\cos 2B=2\cos^2 B-1=2\times\frac{\sqrt{21}}{5}-1=\frac{17}{25},$$

$$\sin 2B=2\sin B\cos B=2\times\frac{2}{5}\times\frac{\sqrt{21}}{5}=\frac{4\sqrt{21}}{15}.$$

$$\sin\left(2B+\frac{\pi}{6}\right)=\sin 2B\cos\frac{\pi}{6}+\cos 2B\sin\frac{\pi}{6}$$

$$=\frac{4\sqrt{21}}{25}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{17}{25}\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{12\sqrt{7}+17}{50}.$$

（18）本小题主要考查互斥事件、相互独立事件等概率的基础知识，考查运用概率知识解决实际问题的能力．满分12分．

（Ⅰ）解：设“从甲盒内取出的2个球均为红球”为事件A，“从乙盒内取出的2个球均为

红球”为事件B．由于事件$A，B$相互独立，且

$$P(A)=\frac{C_3^2}{C_7^2}=\frac{1}{7}，\ P(B)=\frac{C_3^2}{C_9^2}=\frac{5}{18}，$$

故取出的4个球均为红球的概率是

$$P(A\bullet B)=P(A)\bullet P(B)=\frac{1}{7}\times\frac{5}{18}=\frac{5}{126}.$$

（Ⅱ）解：设“从甲盒内取出的2个球中，1个是红球，1个是黑球；从乙盒内取出的2个红球为黑球”为事件C，“从甲盒内取出的2个球均为黑球；从乙盒内取出的2个球中，1个是红球，1个是黑球”为事件D．由于事件$C，D$互斥，且

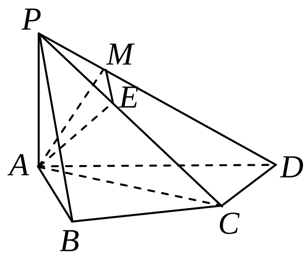
$$P(C)=\frac{C_3^1C_4^1}{C_7^2}\bullet\frac{C_4^2}{C_9^2}=\frac{2}{21}，\ P(D)=\frac{C_4^2}{C_7^2}\bullet\frac{C_5^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{10}{63}.$$

故取出的4个红球中恰有4个红球的概率为

$$P(C+D)=P(C)+P(D)=\frac{2}{21}+\frac{10}{63}=\frac{16}{63}.$$

（19）本小题考查直线与平面垂直、直线和平面所成的角、二面角等基础知识．考查空间想象能力、记忆能力和推理论证能力．满分12分．

（Ⅰ）解：在四棱锥$P-ABCD$中，因$PA\perp$底面$ABCD$，$AB\subset$平面$ABCD$，故$PA\perp AB$．又$AB\perp AD$，$PA\bigcap AD=A$，从而$AB\perp$平面PAD．故PB在平面PAD内的射影为PA，从而$\angle APB$为PB和平面PAD所成的角．



在$\mathrm{Rt}\triangle PAB$中，$AB=PA$，故$\angle APB=45^\circ$．

所以PB和平面PAD所成的角的大小为45°．

（Ⅱ）证明：在四棱锥$P-ABCD$中，

因$PA\perp$底面$ABCD$，$CD\subset$平面$ABCD$，故$CD\perp PA$．

由条件$CD\perp PC$，$PA\bigcap AC=A$，$\therefore CD\perp$面PAC．

又$AE\subset$面PAC，$\therefore AE\perp CD$．

由$PA\bullet AB=BC$，$\angle ABC=60^\circ$，可得$AC=PA$．

$\because E$是PC的中点，$\therefore AE\perp PC$，

$\therefore PC\bigcap CD=C$．综上得$AE\perp$平面$PCD$．

（Ⅲ）解：过点E作$EM\perp PD$，垂足为M，连结AM．由（Ⅱ）知，$AE\perp$平面PCD，AM在平面PCD内的射影是EM，则$AM\perp PD$．

因此$\angle AME$是二面角$A-PD-C$的平面角．

由已知，可得$\angle CAD=30^\circ$．设$AC=a$，可得

$$PA=a，\ AD=\frac{2\sqrt{3}}{3}a，\ PD=\frac{\sqrt{21}}{3}a，\ AE=\frac{\sqrt{2}}{2}a.$$

在$\mathrm{Rt}\triangle ADP$中，$\because AM\perp PD$，$\therefore AM\bullet PD=PA\bullet AD$，则

$$AM=\frac{PA\bullet AD}{PD}=\frac{a\bullet\frac{2\sqrt{3}}{3}a}{\frac{\sqrt{21}}{3}a}\frac{2\sqrt{7}}{7}a.$$

在 $\mathrm{Rt}\triangle AEM$ 中，$\sin AME=\frac{AE}{AM}=\frac{\sqrt{14}}{4}$.

所以二面角 $A-PD-C$ 的大小 $\arcsin\frac{\sqrt{14}}{4}$.

（20）本小题以数列的递推关系式为载体，主要考查等比数列的概念、等比数列的通项公式及前 n 项和公式、不等式的证明等基础知识，考查运算能力和推理论证能力．满分 12 分．

（Ⅰ）证明：由题设 $a_{n+1}=4a_n-3n+1$，得

$$a_{n+1}-(n+1)=4(a_n-n)，\ n\in\mathbf{N}^*.$$

又 $a_1-1=1$，所以数列 $\{a_n-n\}$ 是首项为 1，且公比为 4 的等比数列.

（Ⅱ）解：由（Ⅰ）可知 $a_n-n=4^{n-1}$，于是数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为

$$a_n=4^{n-1}+n.$$

所以数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\frac{4^n-1}{3}+\frac{n(n+1)}{2}$.

（Ⅲ）证明：对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，

$$S_{n+1}-4S_n=\frac{4^{n+1}-1}{3}+\frac{(n+1)(n+2)}{2}-4\left(\frac{4^n-1}{3}+\frac{n(n+1)}{2}\right)$$

$$=-\frac{1}{2}(3n^2+n-4)\leqslant 0.$$

所以不等式 $S_{n+1}\leqslant 4S_n$，对任意 $n\in\mathbf{N}^*$ 皆成立.

（21）本小题主要考查运用导数研究函数的性质、曲线的切线方程，函数的极值、解不等式等基础知识，考查综合分析和解决问题的能力及分类讨论的思想方法．满分 14 分．

（Ⅰ）解：当 $a=1$ 时，$f(x)=-x(x-1)^2=-x^3+2x^2-x$，得 $f(2)=-2$，且

$$f'(x)=-3x^2+4x-1，\ f'(2)=-5.$$

所以，曲线 $y=-x(x-1)^2$ 在点 $(2,-2)$ 处的切线方程是 $y+2=-5(x-2)$，整理得

$$5x+y-8=0.$$

（Ⅱ）解：$f(x)=-x(x-a)^2=-x^3+2ax^2-a^2x$

$f'(x)=-3x^2+4ax-a^2=-(3x-a)(x-a)$.

令 $f'(x)=0$，解得 $x=\frac{a}{3}$ 或 $x=a$.

由于 $a\neq 0$，以下分两种情况讨论.

（1）若 $a>0$，当 x 变化时，$f'(x)$ 的正负如下表：

x	$\left(-\infty,\frac{a}{3}\right)$	$\frac{a}{3}$	$\left(\frac{a}{3}，a\right)$	a	$(a,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

因此，函数 $f(x)$ 在 $x=\frac{a}{3}$ 处取得极小值 $f\left(\frac{a}{3}\right)$，且

$f\left(\frac{a}{3}\right)=-\frac{4}{27}a^3$；

函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 处取得极大值 $f(a)$，且

$f(a)=0$.

（2）若 $a<0$，当 x 变化时，$f'(x)$ 的正负如下表：

x	$(-\infty，a)$	a	$\left(a,\frac{a}{3}\right)$	$\frac{a}{3}$	$\left(\frac{a}{3},+\infty\right)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

因此，函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 处取得极小值 $f(a)$，且

$f(a)=0$；

函数 $f(x)$ 在 $x=\frac{a}{3}$ 处取得极大值 $f\left(\frac{a}{3}\right)$，且

$f\left(\frac{a}{3}\right)=-\frac{4}{27}a^3$.

（Ⅲ）证明：由$a>3$，得$\dfrac{a}{3}>1$，当$k\in[-1,0]$时，

$k-\cos x\leqslant 1$，$k^2-\cos^2 x\leqslant 1$.

由（Ⅱ）知，$f(x)$在$(-\infty,1]$上是减函数，要使$f(k-\cos x)\geqslant f(k^2-\cos^2 x)$，$x\in\mathbf{R}$

只要$k-\cos x\leqslant k^2-\cos^2 x(x\in\mathbf{R})$

即

$\cos^2 x-\cos x\leqslant k^2-k(x\in\mathbf{R})$　　　　　　①

设$g(x)=\cos^2 x-\cos x=\left(\cos x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}$，则函数$g(x)$在$\mathbf{R}$上的最大值为$2$.

要使①式恒成立，必须$k^2-k\geqslant 2$，即$k\geqslant 2$或$k\leqslant -1$.

所以，在区间$[-1,0]$上存在$k=-1$，使得$f(k-\cos x)\geqslant f(k^2-\cos^2 x)$对任意的$x\in\mathbf{R}$恒成立.

（22）本小题主要考查椭圆的标准方程和几何性质、直线方程、两条直线垂直、圆的方程等基础知识，考查曲线和方程的关系等解析几何的基本思想方法及推理、运算能力．满分 14 分.

（Ⅰ）证法一：由题设$AF_2\perp F_1F_2$及$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，不妨设点$A(c,y)$，其中

$y>0$，由于点A在椭圆上，有$\dfrac{c^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，

$\dfrac{a^2-b^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，

解得$y=\dfrac{b^2}{a}$，从而得到$A\left(c,\dfrac{b^2}{a}\right)$，

直线AF_2的方程为$y=\dfrac{b^2}{2ac}(x+c)$，整理得

$b^2x-2acy+b^2c=0$.

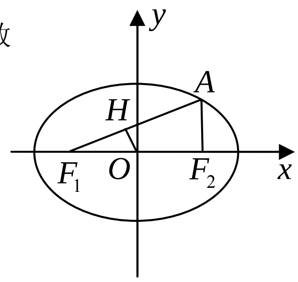
由题设，原点O到直线AF_1的距离为$\dfrac{1}{3}|OF_1|$，即

$\dfrac{c}{3}=\dfrac{b^2c}{\sqrt{b^4+4a^2c^2}}$，

将$c^2=a^2-b^2$代入原式并化简得$a^2=2b^2$，即$a=\sqrt{2}b$.

证法二：同证法一，得到点A的坐标为$\left(c,\dfrac{b^2}{a}\right)$，

过点O作$OB\perp AF_1$，垂足为H，易知$\triangle F_1BC\backsim\triangle F_1F_2A$，故



$$\frac{|BO|}{|OF_1|}=\frac{|F_2A|}{|F_1A|}$$

由椭圆定义得$|AF_1|+|AF_2|=2a$，又$|BO|=\dfrac{1}{3}|OF_1|$，所以

$$\frac{1}{3}=\frac{|F_2A|}{|F_1A|}=\frac{|F_2A|}{2a-|F_2A|},$$

解得$|F_2A|=\dfrac{a}{2}$，而$|F_2A|=\dfrac{b^2}{a}$，得$\dfrac{b^2}{a}=\dfrac{a}{2}$，即$a=\sqrt{2}b$．

（Ⅱ）解法一：圆$x^2+y^2=t^2$上的任意点$M(x_0,\ y_0)$处的切线方程为$x_0x+y_0y=t^2$．

当$t\in(0,\ b)$时，圆$x^2+y^2=t^2$上的任意点都在椭圆内，故此圆在点A处的切线必交椭圆于两个不同的点Q_1和Q_2，因此点$Q_1(x_1,\ y_1)$，$Q_2(x_2,\ y_2)$的坐标是方程组

$$\begin{cases}x_0x+y_0y=t^2 & ①\\ x^2+2y^2=2b^2 & ②\end{cases}$$的解．当$y_0\neq 0$时，由①式得

$$y=\frac{t^2-x_0x}{y_0}$$

代入②式，得$x^2+2\left(\dfrac{t^2-x_0x}{y_0}\right)^2=2b^2$，即

$$(2x_0^2+y_0^2)x^2-4t^2x_0x+2t^4-2b^2y_0^2=0,$$

于是$x_1+x_2=\dfrac{4t^2x_0}{2x_0^2+y_0^2}$，$x_1x_2=\dfrac{2t^4-2b^2y_0^2}{2x_0^2+y_0^2}$

$$y_1y_2=\frac{t^2-x_0x_1}{y_0}\bullet\frac{t^2-x_1x_2}{y_1}$$

$$=\frac{1}{y_0^2}\left[t^4-x_0t^2(x_1+x_2)+x_0^2x_1x_2\right]$$

$$=\frac{1}{y_0^2}\left(t^4-x_0t^2\frac{4t^2x_0}{2x_0^2+y_0^2}+x_0^2\frac{2t^4-2b^2y_0^2}{2x_0^2+y_0^2}\right)$$

$=\dfrac{t^4-2b^2x_0^2}{2x_0^2+y_0^2}$.

若 $OQ_1 \perp OQ_2$，则

$$x_1x_2+y_1y_2=\frac{2t^4-2b^2y_0^2}{2x_0^2+y_0^2}+\frac{t^4-2b^2x_0^2}{2x_0^2+y_0^2}=\frac{3t^4-2b^2(x_0^2+y_0^2)}{2x_0^2+y_0^2}=0 .$$

所以，$3t^4-2b^2(x_0^2+y_0^2)=0$. 由 $x_0^2+y_0^2=t^2$，得 $3t^4-2b^2t^2=0$. 在区间 $(0，b)$ 内此方程的解为 $t=\dfrac{\sqrt{6}}{3}b$.

当 $y_0=0$ 时，必有 $x_0 \neq 0$，同理求得在区间 $(0，b)$ 内的解为 $t=\dfrac{\sqrt{6}}{3}b$.

另一方面，当 $t=\dfrac{\sqrt{6}}{3}b$ 时，可推出 $x_1x_2+y_1y_2=0$，从而 $OQ_1 \perp OQ_2$.

综上所述，$t=\dfrac{\sqrt{6}}{3}b \in (0，b)$ 使得所述命题成立.