

2018年河南省许昌市中考一模试卷数学

一、选择题(每小题3分,共30分)下列各小题均有四个答案,其中只有一个是正确的.

1. $-\frac{1}{2}$ 的相反数是()

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $-\frac{1}{2}$
- C. 2
- D. -2

解析: 根据概念得: $-\frac{1}{2}$ 的相反数是 $\frac{1}{2}$.

答案: A

2. 许昌市2017年国内生产总值完成1915.5亿元,同比增长9.3%,增速居全省第一位,用科学记数法表示1915.5亿应为()

- A. 1915.15×10^8
- B. 19.155×10^{10}
- C. 1.9155×10^{11}
- D. 1.9155×10^{12}

解析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式,其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数.确定 n 的值时,要看把原数变成 a 时,小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值 >1 时, n 是正数;当原数的绝对值 <1 时, n 是负数.

用科学记数法表示1915.5亿应为 1.9155×10^{11} .

答案: C

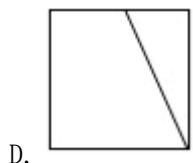
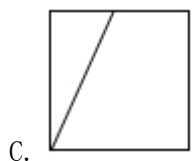
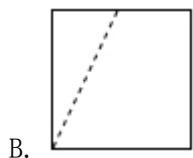
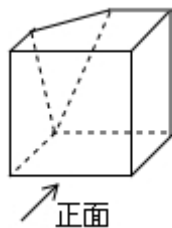
3. 一枚质地均匀的骰子,骰子的六个面上分别刻有1到6的点数,投掷这样的骰子一次,向上一面点数是偶数的结果有()

- A. 1种
- B. 2种
- C. 3种
- D. 6种

解析: 一枚质地均匀的正方体骰子的六个面上分别刻有1到6的点数,掷一次这枚骰子,向上的一面的点数为偶数的有3种情况.

答案: C

4. 如图是将正方体切去一个角后形成的几何体,则该几何体的左视图为()



解析：从左面看所得到的图形是正方形，切去部分的棱能看到，用实线表示.

答案：C

5. 下列运算正确的是()

A. $a^6 \div a^3 = a^2$

B. $3a^2 \cdot 2a = 6a^3$

C. $(3a)^2 = 3a^2$

D. $2x^2 - x^2 = 1$

解析：A、 $a^6 \div a^3 = a^3$ ，故原题计算错误；

B、 $3a^2 \cdot 2a = 6a^3$ ，故原题计算正确；

C、 $(3a)^2 = 9a^2$ ，故原题计算错误；

D、 $2x^2 - x^2 = x^2$ ，故原题计算错误.

答案：B

6. 上体育课时，小明 5 次投掷实心球的成绩如下表所示，则这组数据的众数与中位数分别是 ()

	1	2	3	4	5
成绩 (m)	8.2	8.0	8.2	7.5	7.8

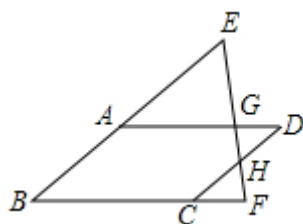
- A. 8.2, 8.2
- B. 8.0, 8.2
- C. 8.2, 7.8
- D. 8.2, 8.0

解析：按从小到大的顺序排列小明 5 次投球的成绩：7.5, 7.8, 8.0, 8.2, 8.2.

其中 8.2 出现 2 次，出现次数最多，8.0 排在第三，∴这组数据的众数与中位数分别是：8.2, 8.0.

答案：D

7. 如图，四边形 ABCD 是平行四边形，点 E 在 BA 的延长线上，点 F 在 BC 的延长线上，连接 EF，分别交 AD，CD 于点 G，H，则下列结论错误的是()



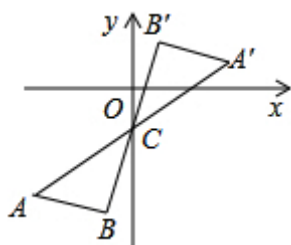
- A. $\frac{EA}{BE} = \frac{EG}{EF}$
- B. $\frac{EG}{GH} = \frac{AG}{GD}$
- C. $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{CF}$
- D. $\frac{FH}{EH} = \frac{CF}{AD}$

解析：∵四边形 ABCD 是平行四边形，∴AD//BF，BE//DC，AD=BC，

$$\therefore \frac{EA}{BE} = \frac{EG}{EF}, \frac{EG}{GH} = \frac{AG}{GD}, \frac{HF}{EH} = \frac{FC}{BC} = \frac{CF}{AD}.$$

答案：C

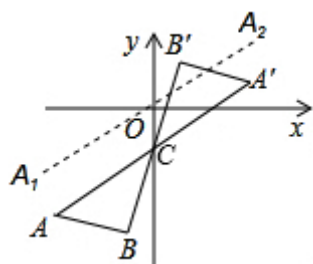
8. 如图，将△ABC 绕点 C(0, -1) 旋转 180° 得到△A'B'C，设点 A 的坐标为(a, b)，则点 A' 的坐标为()



- A. (-a, -b)
- B. (-a, -b-1)
- C. (-a, -b+1)
- D. (-a, -b-2)

解析：把 AA' 向上平移 1 个单位得 A 的对应点 A₁ 坐标为(a, b+1).

因 A_1 、 A_2 关于原点对称，所以 A' 对应点 $A_2(-a, -b-1)$. $\therefore A'(-a, -b-2)$.



答案: D

9. 若关于 x 的分式方程 $\frac{2x-a}{x-2} = \frac{1}{2}$ 的解为非负数，则 a 的取值范围是()

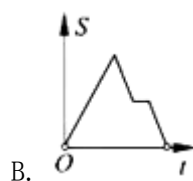
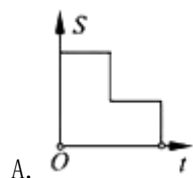
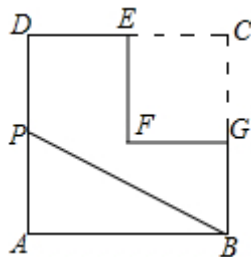
- A. $a \geq 1$
- B. $a > 1$
- C. $a \geq 1$ 且 $a \neq 4$
- D. $a > 1$ 且 $a \neq 4$

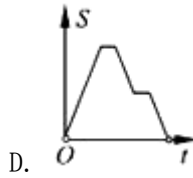
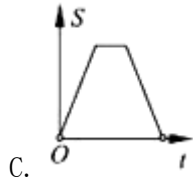
解析: 去分母得: $2(2x-a) = x-2$, 解得: $x = \frac{2a-2}{3}$,

由题意得: $\frac{2a-2}{3} \geq 0$ 且 $\frac{2a-2}{3} \neq 2$, 解得: $a \geq 1$ 且 $a \neq 4$.

答案: C

10. 如图，在边长为 2 的正方形 ABCD 中剪去一个边长为 1 的小正方形 CEFG，动点 P 从点 A 出发，沿 $A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow B$ 的路线绕多边形的边匀速运动到点 B 时停止(不含点 A 和点 B)，则 $\triangle ABP$ 的面积 S 随着时间 t 变化的函数图象大致是()





解析：当点 P 在 AD 上时， $\triangle ABP$ 的底 AB 不变，高增大，所以 $\triangle ABP$ 的面积 S 随着时间 t 的增大而增大；

当点 P 在 DE 上时， $\triangle ABP$ 的底 AB 不变，高不变，所以 $\triangle ABP$ 的面积 S 不变；

当点 P 在 EF 上时， $\triangle ABP$ 的底 AB 不变，高减小，所以 $\triangle ABP$ 的面积 S 随着时间 t 的减小而减小；

当点 P 在 FG 上时， $\triangle ABP$ 的底 AB 不变，高不变，所以 $\triangle ABP$ 的面积 S 不变；

当点 P 在 GB 上时， $\triangle ABP$ 的底 AB 不变，高减小，所以 $\triangle ABP$ 的面积 S 随着时间 t 的减小而减小。

答案：D

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

11. 计算： $(\frac{1}{2})^{-2} - (3.14 - \pi)^0 =$ _____.

解析：根据负整数指数幂与正整数指数幂互为倒数，非零的零次幂等于 1. 原式=4-1=3.

答案：3

12. 不等式组 $\begin{cases} x-1 \geq 1, \\ 2x-5 < 1 \end{cases}$ 的解集是_____.

解析： $\begin{cases} x-1 \geq 1 \text{①}, \\ 2x-5 < 1 \text{②}, \end{cases}$ 由不等式①，得 $x \geq 2$ ，由不等式②，得 $x < 3$ ，

由不等式①②可得，原不等式组的解集是 $2 \leq x < 3$.

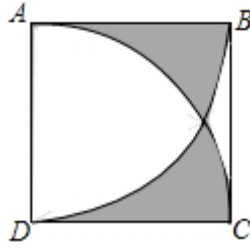
答案： $2 \leq x < 3$

13. 抛物线 $y = x^2 - 2x + m$ 与 x 轴只有一个交点，则 m 的值为_____.

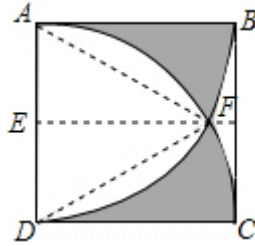
解析： \because 抛物线 $y = x^2 - 2x + m$ 与 x 轴只有一个交点， $\therefore \Delta = 0$ ， $\therefore b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times 1 \times m = 0$ ； $\therefore m = 1$.

答案：1

14. 如图，正方形 ABCD 的边长为 2，分别以 A、D 为圆心，2 为半径画弧 BD、AC，则图中阴影部分的面积为_____.



解析：如图所示，过点 F 作 $FE \perp AD$ 于点 E，



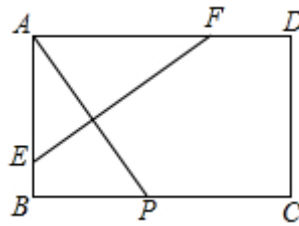
\because 正方形 ABCD 的边长为 2, $\therefore AE = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} AF = 1$, $\therefore \angle AFE = \angle BAF = 30^\circ$, $\therefore EF = \sqrt{3}$.

$$\therefore S_{\text{弓形 AF}} = S_{\text{扇形 ADF}} - S_{\triangle ADF} = \frac{30\pi \cdot 2^2}{360} - \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3},$$

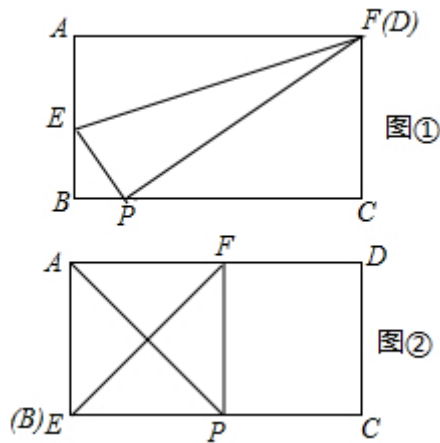
$$\therefore S_{\text{阴影}} = 2(S_{\text{扇形 BAF}} - S_{\text{弓形 AF}}) = 2\left(\frac{30\pi \cdot 2^2}{360} - \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}\right) = 2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}.$$

答案： $2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$

15. 如图，矩形纸片 ABCD 中， $AB=3$ ， $AD=5$ ，点 P 是边 BC 上的动点，现将纸片折叠使点 A 与点 P 重合，折痕与矩形边的交点分别为 E，F，要使折痕始终与边 AB，AD 有交点，BP 的取值范围是_____.



解析：如图：



①当 F、D 重合时，BP 的值最小；

根据折叠的性质知：AF=PF=5；在 Rt△PFC 中，PF=5，FC=3，则 PC=4；∴BP=x_{min}=1；

②当 E、B 重合时，BP 的值最大；由折叠的性质可得 BP=AB=3. 所以 BP 的取值范围是：1 ≤ x ≤ 3.

答案：1 ≤ x ≤ 3

三、解答题(本大题 8 个小题，共 75 分)

16. 先化简，再求值： $\left(1 - \frac{3}{x+2}\right) \div \frac{x-1}{x^2+2x} - \frac{x}{x+1}$ ，其中 x 满足 $x^2-x-1=0$.

解析：根据分式的减法和除法可以化简题目中的式子，再根据 $x^2-x-1=0$ ，即可解答本题.

$$\begin{aligned} \text{答案：} & \left(1 - \frac{3}{x+2}\right) \div \frac{x-1}{x^2+2x} - \frac{x}{x+1} = \frac{x+2-3}{x+2} \cdot \frac{x(x+2)}{x-1} - \frac{x}{x+1} \\ & = \frac{x-1}{x+2} \cdot \frac{x(x+2)}{x-1} - \frac{x}{x+1} = x - \frac{x}{x+1} = \frac{x^2+x-x}{x+1} = \frac{x^2}{x+1}, \end{aligned}$$

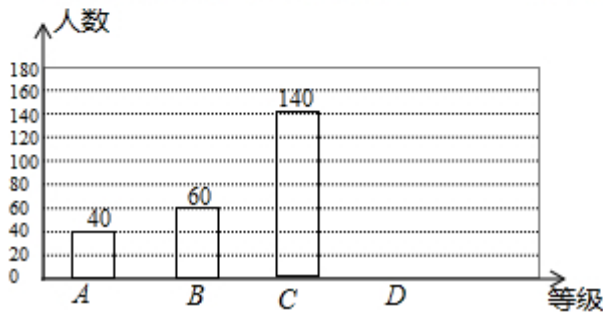
$$\because x^2-x-1=0, \therefore x^2=x+1, \therefore \text{原式} = \frac{x+1}{x+1} = 1.$$

17. 2018 年平昌冬奥会在 2 月 9 日到 25 日在韩国平昌郡举行，为了调查中学生对冬奥会比赛项目的了解程度，某中学在学生中做了一次抽样调查，调查结果共分为四个等级：A、非常了解 B、比较了解 C、基本了解 D、不了解. 根据调查统计结果，绘制了如图所示的不完整的三种统计图表.

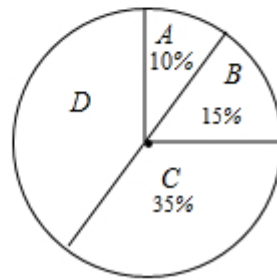
对冬奥会了解程度的统计表

对冬奥会的了解程度	百分比
A非常了解	10%
B比较了解	15%
C基本了解	35%
D不了解	n%

对冬奥会的了解程度的条形统计图



对冬奥会的了解程度的扇形统计图



- (1) $n = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 扇形统计图中, D 部分扇形所对应的圆心角是 $\underline{\hspace{2cm}}$;
- (3) 请补全条形统计图;
- (4) 根据调查结果, 学校准备开展冬奥会的知识竞赛, 某班要从“非常了解”程度的小明和小刚中选一人参加, 现设计了如下游戏来确定谁参赛, 具体规则是: 把四个完全相同的乒乓球标上数字 1, 2, 3, 4 然后放到一个不透明的袋中, 一个人先从袋中摸出一个球, 另一人再从剩下的三个球中随机摸出一个球, 若摸出的两个球上的数字和为偶数, 则小明去, 否则小刚去, 请用画树状图或列表的方法说明这个游戏是否公平.

解析: (1) 根据统计图可以求出这次调查的 n 的值;

(2) 根据统计图可以求得扇形统计图中 D 部分扇形所对应的圆心角的度数;

(3) 根据题意可以求得调查为 D 的人数, 从而可以将条形统计图补充完整;

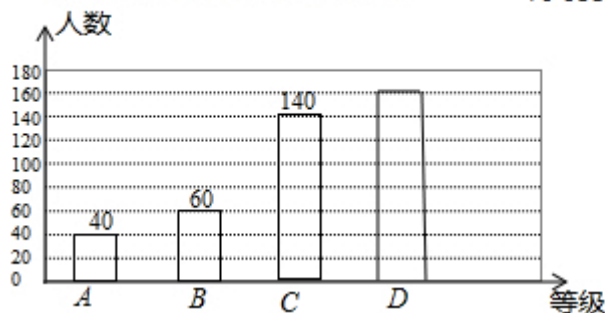
(4) 根据题意可以写出树状图, 从而可以解答本题.

答案: (1) $n = 1 - 10\% - 15\% - 35\% = 40\%$.

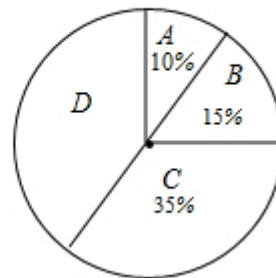
(2) 扇形统计图中 D 部分扇形所对应的圆心角是: $360^\circ \times 40\% = 144^\circ$.

(3) 调查的结果为 D 等级的人数为: $400 \times 40\% = 160$, 故补全的条形统计图如图所示.

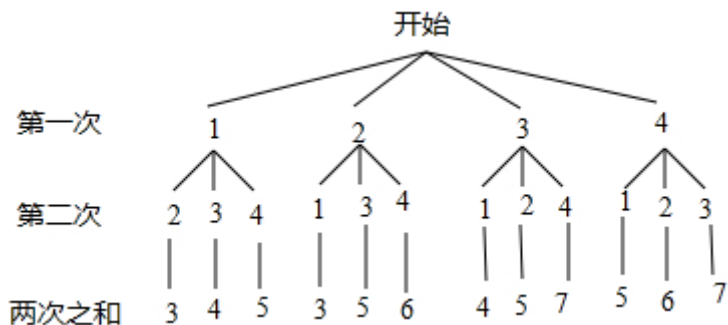
对冬奥会的了解程度的条形统计图



对冬奥会的了解程度的扇形统计图

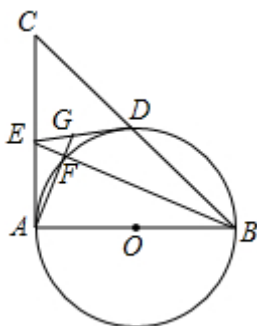


(4) 由题意可得，树状图如图所示，



$$P(\text{奇数}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}, \quad P(\text{偶数}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}, \quad \text{故游戏规则不公平.}$$

18. 已知：如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，AB=AC，BC 交 $\odot O$ 于点 D，DE \perp AC 于 E.



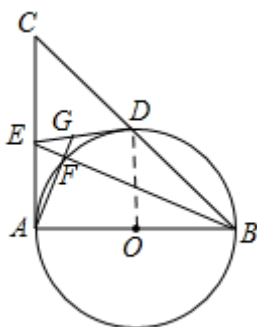
(1) 求证：DE 为 $\odot O$ 的切线；

(2) G 是 ED 上一点，连接 BE 交圆于 F，连接 AF 并延长交 ED 于 G. 若 GE=2, AF=3, 求 EF 的长.

解析：(1) 根据中位线定理证明：OD \parallel AC，得：DE \perp OD，可得 DE 为 $\odot O$ 的切线；

(2) 证明 $\triangle GEF \sim \triangle GAE$ ，列比例式 $\frac{EG}{AG} = \frac{FG}{EG}$ ，解方程可得结论.

答案：(1) 连结 OD，



$\because AB=AC, \therefore \angle C=\angle ABC,$

又 $\because OD=OB, \therefore \angle ODB=\angle ABC, \therefore \angle ODB=\angle C, \therefore OD \parallel AC,$

$\because DE \perp AC, \therefore DE \perp OD, \therefore DE$ 为 $\odot O$ 的切线.

(2) $\because AB$ 为直径， $\therefore \angle BFA=90^\circ$ ，则 $\angle FEA+\angle FAE=90^\circ$

$\because \angle GEF+\angle FEA=90^\circ, \therefore \angle GEF=\angle FAE,$

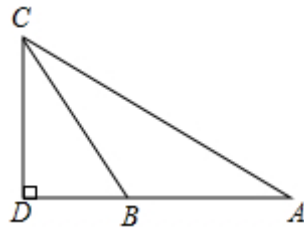
又 $\because \angle EGF=\angle AGE, \therefore \triangle GEF \sim \triangle GAE, \therefore \frac{EG}{AG} = \frac{FG}{EG},$ 即 $EG^2=AG \cdot FG,$

设 $FG=x$ ，则 $AG=3+x$ ，

又 $\because EG=2, AF=3, \therefore 2^2=x(3+x)$ ，解得 $x=1$ 或 -4 (舍去). $\therefore FG=1$ ，

在 $Rt\triangle EFG$ 中，由勾股定理得： $EF=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$.

19. 许昌文峰塔又称文明寺塔，为全国重点文物保护单位，某校初三数学兴趣小组的同学想要利用学过的知识测量文峰塔的高度，他们找来了测角仪和卷尺，在点 A 处测得塔顶 C 的仰角为 30° ，向塔的方向移动 60 米后到达点 B，再次测得塔顶 C 的仰角为 60° ，试通过计算求出文峰塔的高度 CD. (结果保留两位小数)



解析：先根据三角形外角的性质得出 $\angle ACB=30^\circ$ ，进而得出 $AB=BC=60$ ，在 $Rt\triangle BDC$ 中， $\sin 60^\circ = \frac{CD}{BC}$ 即可求出 CD 的长.

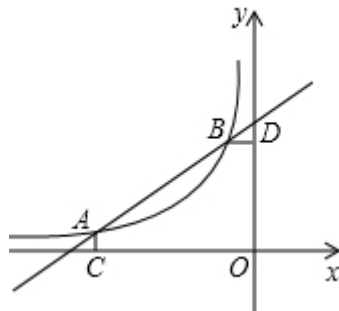
答案： $\because \angle CBD=60^\circ, \angle CAB=30^\circ, \therefore \angle ACB=30^\circ \therefore AB=BC=60$.

在 $Rt\triangle BDC$ 中， $\sin 60^\circ = \frac{CD}{BC}$ ， $\therefore CD=BC \cdot \sin 60^\circ = 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3} \approx 51.96$ (米).

答：文峰塔的高度 CD 约为 51.96 米.

20. 如图，已知 $A(-4, \frac{1}{2})$ ， $B(-1, m)$ 是一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{n}{x}$ 图象的两个交点，

$AC \perp x$ 轴于点 C， $BD \perp y$ 轴于点 D.



(1) 求 m 的值及一次函数解析式；

(2) P 是线段 AB 上的一点连接 PC、PD，若 $\triangle PCA$ 和 $\triangle PDB$ 面积相等，求点 P 坐标.

解析：(1) 根据反比例函数 $y=\frac{n}{x}$ 的图象过点 $(-4, \frac{1}{2})$ ，求得 $n=-2$ ，由于点 $B(-1, m)$ 也在该反比例函数的图象上，得到 $m=2$ ，设一次函数的解析式为 $y=kx+b$ ，将 A、B 两点的坐标代入，解方程组即可得到一次函数的解析式；

(2) 连接 PC、PD，如图，设 $P(x, \frac{1}{2}x + \frac{5}{2})$ ，根据 $\triangle PCA$ 和 $\triangle PDB$ 面积相等得到方程，解方程即可得到结论.

答案：(1) \because 反比例函数 $y = \frac{n}{x}$ 的图象过点 $(-4, \frac{1}{2})$, $\therefore n = -4 \times \frac{1}{2} = -2$,

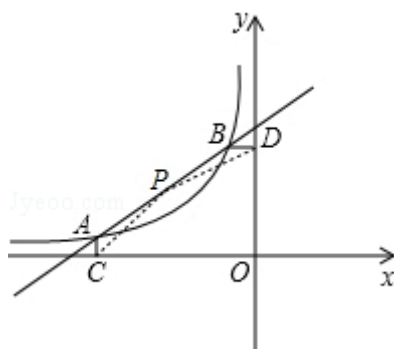
\because 点 $B(-1, m)$ 也在该反比例函数的图象上, $\therefore -1 \cdot m = -2$, $\therefore m = 2$;

设一次函数的解析式为 $y = kx + b$,

由 $y = kx + b$ 的图象过点 $A(-4, \frac{1}{2})$, $B(-1, 2)$, 则 $\begin{cases} -4k + b = \frac{1}{2}, \\ -k + b = 2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = \frac{1}{2}, \\ b = \frac{5}{2}, \end{cases}$

\therefore 一次函数的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$;

(2) 连接 PC 、 PD , 如图, 设 $P(x, \frac{1}{2}x + \frac{5}{2})$,



$\because \triangle PCA$ 和 $\triangle PDB$ 面积相等, $\therefore \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (x+4) = \frac{1}{2} \times |-1| \times (2 - \frac{1}{2}x - \frac{5}{2})$,

解得: $x = -\frac{5}{2}$, $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} = \frac{5}{4}$, $\therefore P$ 点坐标是 $(-\frac{5}{2}, \frac{5}{4})$.

21. 2017年10月31日, 在广州举行的世界城市日全球主场活动开幕式上, 住建部公布许昌成为“国家生态园林城市”在2018年植树节到来之际, 许昌某中学购买了甲、乙两种树木用于绿化校园. 若购买7棵甲种树和4棵乙种树需510元; 购买3棵甲种树和5棵乙种树需350元.

(1) 求甲种树和乙种树的单价;

(2) 按学校规划, 准备购买甲、乙两种树共200棵, 且甲种树的数量不少于乙种树的数量的 $\frac{1}{2}$,

请设计出最省钱的购买方案, 并说明理由.

解析: (1) 设甲种树的单价为 x 元/棵, 乙种树的单价为 y 元/棵, 根据“购买7棵甲种树和4棵乙种树需510元; 购买3棵甲种树和5棵乙种树需350元”, 即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组, 解之即可得出结论;

(2) 设购买甲种树 a 棵, 则购买乙种树 $(200-a)$ 棵, 根据甲种树的数量不少于乙种树的数量的 $\frac{1}{2}$, 可得出关于 a 的一元一次不等式, 解之即可得出 a 的取值范围, 再由甲种树的单价比乙种树的单价贵, 即可找出最省钱的购买方案.

答案：(1) 设甲种树的单价为 x 元/棵，乙种树的单价为 y 元/棵，

根据题意得：
$$\begin{cases} 7x + 4y = 510, \\ 3x + 5y = 350, \end{cases} \text{ 解得： } \begin{cases} x = 50, \\ y = 40. \end{cases}$$

答：甲种树的单价为 50 元/棵，乙种树的单价为 40 元/棵.

(2) 设购买甲种树 a 棵，则购买乙种树 $(200-a)$ 棵，

根据题意得： $a \geq \frac{1}{2}(200-a)$ ，解得： $a \geq \frac{200}{3}$ ，

$\because a$ 为整数， $\therefore a \geq 67$.

\because 甲种树的单价比乙种树的单价贵， \therefore 当购买 67 棵甲种树、133 棵乙种树时，购买费用最低.

22. (1) 观察猜想

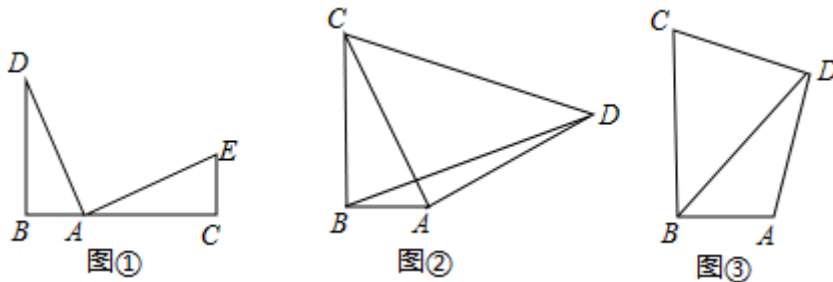
如图①点 B 、 A 、 C 在同一条直线上， $DB \perp BC$ ， $EC \perp BC$ 且 $\angle DAE = 90^\circ$ ， $AD = AE$ ，则 BC 、 BD 、 CE 之间的数量关系为；

(2) 问题解决

如图②，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $CB = 4$ ， $AB = 2$ ，以 AC 为直角边向外作等腰 $Rt\triangle DAC$ ，连结 BD ，求 BD 的长；

(3) 拓展延伸

如图③，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ， $CB = 4$ ， $AB = 2$ ， $DC = DA$ ，请直接写出 BD 的长.



解析：(1) 观察猜想：证明 $\triangle ADB \cong \triangle EAC$ ，可得结论： $BC = AB + AC = BD + CE$ ；

(2) 问题解决：作辅助线，同理证明： $\triangle ABC \cong \triangle DEA$ ，可得 $DE = AB = 2$ ， $AE = BC = 4$ ，最后利用勾股定理求 BD 的长；

(3) 拓展延伸：同理证明三角形全等，设 $AF = x$ ， $DF = y$ ，根据全等三角形对应边相等列方程组可得结论.

答案：(1) 观察猜想

结论： $BC = BD + CE$ ，理由是：

如图①， $\because \angle B = 90^\circ$ ， $\angle DAE = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle D + \angle DAB = \angle DAB + \angle EAC = 90^\circ，$$

$$\therefore \angle D = \angle EAC，$$

$$\because \angle B = \angle C = 90^\circ，AD = AC，$$

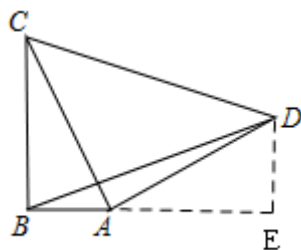
$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle EAC，$$

$$\therefore BD = AC，EC = AB，$$

$$\therefore BC = AB + AC = BD + CE；$$

(2) 问题解决

如图②，过 D 作 $DE \perp AB$ ，交 BA 的延长线于 E ，



图②

由(1)同理得: $\triangle ABC \cong \triangle DEA$,

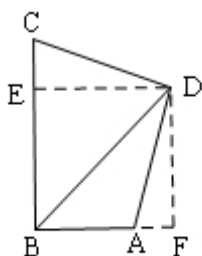
$\therefore DE=AB=2, AE=BC=4$,

Rt $\triangle BDE$ 中, $BE=6$,

由勾股定理得: $BD = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$;

(3)拓展延伸

如图③, 过 D 作 $DE \perp BC$ 于 E, 作 $DF \perp AB$ 于 F,



图③

同理得: $\triangle CED \cong \triangle AFD$,

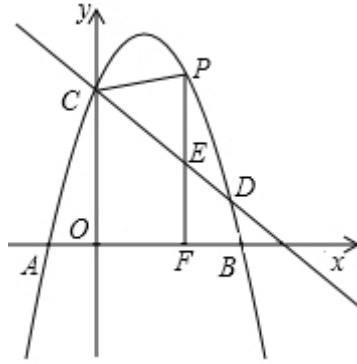
$\therefore CE=AF, ED=DF$,

设 $AF=x, DF=y$,

$$\text{则} \begin{cases} x + y = 4, \\ 2 + x = y, \end{cases} \text{解得: } \begin{cases} x = 1, \\ y = 3, \end{cases} \therefore BF=2+1=3, DF=3,$$

由勾股定理得: $BD = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$.

23. 如图, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B , 与 y 轴交于 $C(0, 3)$, 直线 $y = -\frac{1}{2}x + m$ 经过点 C , 与抛物线的另一交点为点 D , 点 P 是直线 CD 上方抛物线上的一个动点, 过点 P 作 $PF \perp x$ 轴于点 F , 交直线 CD 于点 E , 设点 P 的横坐标为 m .



- (1) 求抛物线解析式并求出点 D 的坐标;
 (2) 连接 PD, $\triangle CDP$ 的面积是否存在最大值? 若存在, 请求出面积的最大值; 若不存在, 请说明理由;
 (3) 当 $\triangle CPE$ 是等腰三角形时, 请直接写出 m 的值.

解析: (1) 利用待定系数法求抛物线解析式和直线 CD 的解析式, 然后解方程组

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 3, \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases} \quad \text{得 D 点坐标;}$$

(2) 设 $P(m, -m^2+2m+3)$, 则 $E(m, -\frac{1}{2}m+3)$, 则 $PE = -m^2 + \frac{5}{2}m$, 利用三角形面积公式得到 $S_{\triangle PCD} =$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-m^2 + \frac{5}{2}m\right) = -\frac{5}{4}m^2 + \frac{25}{8}m, \quad \text{然后利用二次函数的性质解决问题;}$$

(3) 讨论: 当 $PC=PE$ 时, $m^2 + (-m^2+2m+3-3)^2 = (-m^2 + \frac{5}{2}m)^2$; 当 $CP=CE$ 时, $m^2 + (-m^2+2m+3-3)^2 = m^2 + (-$

$$\frac{1}{2}m+3-3)^2; \quad \text{当 } EC=EP \text{ 时, } m^2 + \left(-\frac{1}{2}m+3-3\right)^2 = \left(-m^2 + \frac{5}{2}m\right)^2, \quad \text{然后分别解方程即可得}$$

到满足条件的 m 的值.

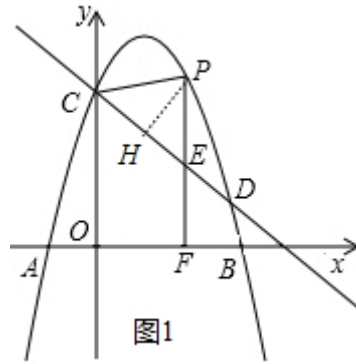
答案: (1) 把 $A(-1, 0)$, $C(0, 3)$ 分别代入 $y = -x^2 + bx + c$ 得 $\begin{cases} -1 - b + c = 0, \\ c = 3, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b = 2, \\ c = 3, \end{cases}$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$;

把 $C(0, 3)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x + n$, 解得 $n = 3$, \therefore 直线 CD 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$,

$$\text{解方程组 } \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 3, \\ y = -x^2 + 2x + 3, \end{cases} \quad \text{解得 } \begin{cases} x = 0, \\ y = 3, \end{cases} \quad \text{或 } \begin{cases} x = \frac{5}{2}, \\ y = \frac{7}{4}, \end{cases} \quad \therefore \text{D 点坐标为 } \left(\frac{5}{2}, \frac{7}{4}\right);$$

(2) 存在.



设 $P(m, -m^2+2m+3)$, 则 $E(m, -\frac{1}{2}m+3)$,

$$\therefore PE = -m^2+2m+3 - \left(-\frac{1}{2}m+3\right) = -m^2 + \frac{5}{2}m,$$

$$\therefore S_{\triangle PCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-m^2 + \frac{5}{2}m\right) = -\frac{5}{4}m^2 + \frac{25}{8}m = -\frac{5}{4}\left(m - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{125}{64},$$

当 $m = \frac{5}{4}$ 时, $\triangle CDP$ 的面积存在最大值, 最大值为 $\frac{125}{64}$;

(3) 当 $PC=PE$ 时, $m^2 + (-m^2+2m+3-3)^2 = (-m^2 + \frac{5}{2}m)^2$, 解得 $m=0$ (舍去) 或 $m = \frac{5}{4}$;

当 $CP=CE$ 时, $m^2 + (-m^2+2m+3-3)^2 = m^2 + (-\frac{1}{2}m+3-3)^2$, 解得 $m=0$ (舍去) 或 $m = \frac{5}{2}$ (舍去) 或 $m = \frac{3}{2}$;

当 $EC=EP$ 时, $m^2 + \left(-\frac{1}{2}m+3-3\right)^2 = \left(-m^2 + \frac{5}{2}m\right)^2$, 解得 $m = \frac{5+\sqrt{5}}{2}$ (舍去) 或 $m = \frac{5-\sqrt{5}}{2}$,

综上所述, m 的值为 $\frac{5}{4}$ 或 $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{5-\sqrt{5}}{2}$.