

## 2014年河北省中考真题数学

一、选择题(共16小题,1~6小题,每小题2分;7~16小题,每小题2分,共42分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

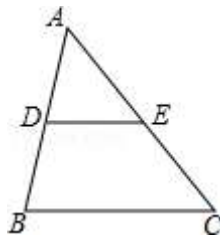
1. (2分)-2是2的( )

- A. 倒数
- B. 相反数
- C. 绝对值
- D. 平方根

解析: -2是2的相反数,

答案: B.

2. (2分)如图,  $\triangle ABC$  中, D, E 分别是边 AB, AC 的中点. 若  $DE=2$ , 则  $BC=( )$



- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

解析:  $\because$  D, E 分别是边 AB, AC 的中点,  $\therefore$  DE 是  $\triangle ABC$  的中位线,  $\therefore BC=2DE=2 \times 2=4$ .

答案: C.

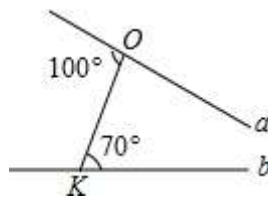
3. (2分)计算:  $85^2-15^2=( )$

- A. 70
- B. 700
- C. 4900
- D. 7000

解析: 原式  $= (85+15)(85-15) = 100 \times 70 = 7000$ .

答案: D.

4. (2分)如图, 平面上直线 a, b 分别过线段 OK 两端点(数据如图), 则 a, b 相交所成的锐角是( )



- A.  $20^\circ$
- B.  $30^\circ$
- C.  $70^\circ$

D.  $80^\circ$

解析: a, b 相交所成的锐角  $= 100^\circ - 70^\circ = 30^\circ$ .

答案: B.

5. (2分) a, b 是两个连续整数, 若  $a < \sqrt{7} < b$ , 则 a, b 分别是( )

A. 2, 3

B. 3, 2

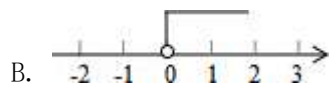
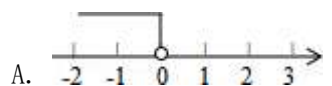
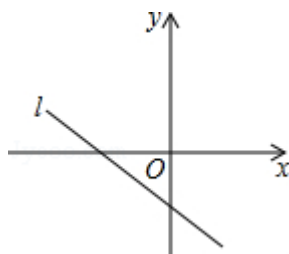
C. 3, 4

D. 6, 8

解析:  $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ ,

答案: A.

6. (2分) 如图, 直线 l 经过第二、三、四象限, l 的解析式是  $y = (m-2)x + n$ , 则 m 的取值范围在数轴上表示为( )



解析:  $\because$  直线  $y = (m-2)x + n$  经过第二、三、四象限,  $\therefore m-2 < 0$  且  $n < 0$ ,  
 $\therefore m < 2$  且  $n < 0$ .

答案: C.

7. (3分) 化简:  $\frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{x-1} = ( )$

A. 0

B. 1

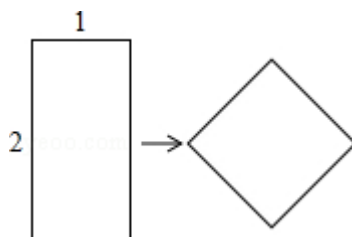
C. x

D.  $\frac{x}{x-1}$

解析: 原式  $= \frac{x(x-1)}{x-1} = x$ .

答案: C

8. (3分)如图,将长为2、宽为1的矩形纸片分割成n个三角形后,拼成面积为2的正方形,则n≠( )



- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

解析: 如图所示: 将长为2、宽为1的矩形纸片分割成n个三角形后, 拼成面积为2的正方形, 则n可以为: 3, 4, 5, 故n≠2.

答案: A.

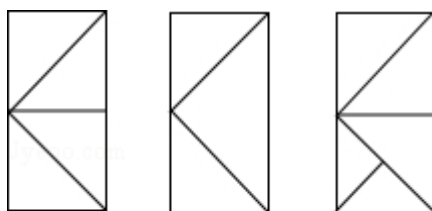


图1

9. (3分)某种正方形合金板材的成本y(元)与它的面积成正比, 设边长为x厘米. 当x=3时, y=18, 那么当成本为72元时, 边长为( )

- A. 6厘米
- B. 12厘米
- C. 24厘米
- D. 36厘米

解析: 设y与x之间的函数关系式为 $y=kx^2$ , 由题意, 得 $18=9k$ ,

解得:  $k=2$ ,  $\therefore y=2x^2$ ,

当 $y=72$ 时,  $72=2x^2$ ,  $\therefore x=6$ .

答案: A.

10. (3分)如图1是边长为1的六个小正方形组成的图形, 它可以围成图2的正方体, 则图1中小正方形顶点A, B围成的正方体上的距离是( )

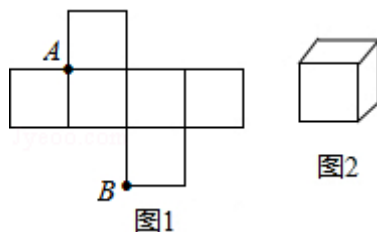


图1

图2

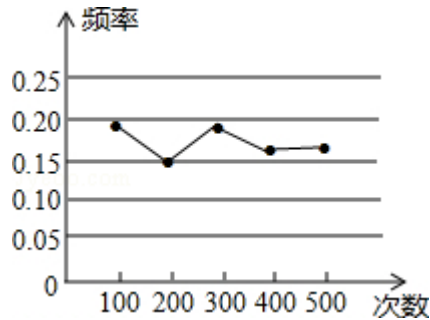
- A. 0
- B. 1

- C.  $\sqrt{2}$   
D.  $\sqrt{3}$

解析：AB 是正方体的边长，AB=1，

答案：B.

11. (3分) 某小组做“用频率估计概率”的实验时，统计了某一结果出现的频率，绘制了如图的折线统计图，则符合这一结果的实验最有可能的是( )



- A. 在“石头、剪刀、布”的游戏中，小明随机出的是“剪刀”  
B. 一副去掉大小王的普通扑克牌洗匀后，从中任抽一张牌的花色是红桃  
C. 暗箱中有 1 个红球和 2 个黄球，它们只有颜色上的区别，从中任取一球是黄球  
D. 掷一个质地均匀的正六面体骰子，向上的面点数是 4

解析：A、在“石头、剪刀、布”的游戏中，小明随机出的是“剪刀”的概率为  $\frac{1}{3}$ ，故此选项错误；

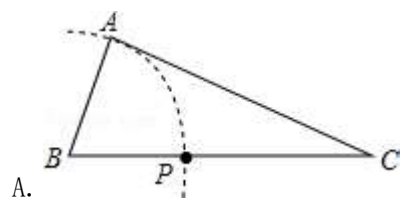
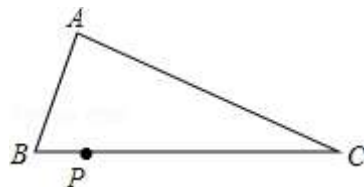
B、一副去掉大小王的普通扑克牌洗匀后，从中任抽一张牌的花色是红桃的概率是： $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ ；故此选项错误；

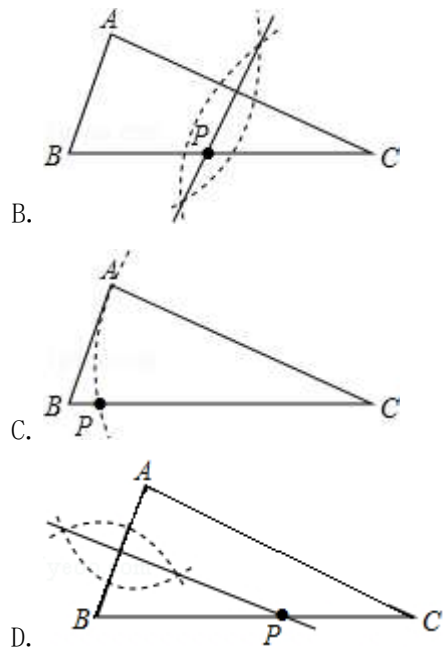
C、暗箱中有 1 个红球和 2 个黄球，它们只有颜色上的区别，从中任取一球是黄球的概率为  $\frac{2}{3}$ ，故此选项错误；

D、掷一个质地均匀的正六面体骰子，向上的面点数是 4 的概率为  $\frac{1}{6} \approx 0.17$ ，故此选项正确.

答案：D.

12. (3分) 如图，已知  $\triangle ABC$  ( $AC < BC$ )，用尺规在 BC 上确定一点 P，使  $PA + PC = BC$ ，则符合要求的作图痕迹是( )

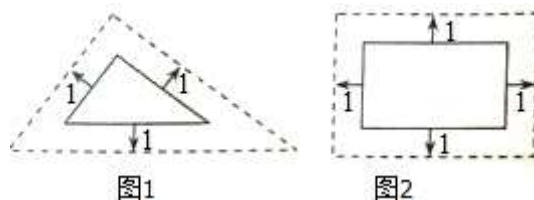




B.  
C.  
D.

解析：D 选项中作的是 AB 的中垂线， $\therefore PA=PB$ ，  
 $\because PB+PC=BC$ ， $\therefore PA+PC=BC$   
 答案：D.

13. (3 分) 在研究相似问题时，甲、乙同学的观点如下：  
 甲：将边长为 3、4、5 的三角形按图 1 的方式向外扩张，得到新三角形，它们的对应边间距为 1，则新三角形与原三角形相似。  
 乙：将邻边为 3 和 5 的矩形按图 2 的方式向外扩张，得到新的矩形，它们的对应边间距均为 1，则新矩形与原矩形不相似。  
 对于两人的观点，下列说法正确的是( )

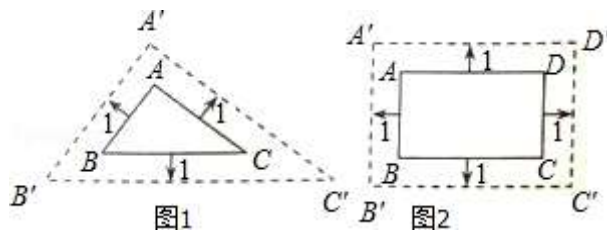


- A. 两人都对  
 B. 两人都不对  
 C. 甲对，乙不对  
 D. 甲不对，乙对

解析：甲：根据题意得： $AB \parallel A'B'$ ， $AC \parallel A'C'$ ， $BC \parallel B'C'$ ，  
 $\therefore \angle A = \angle A'$ ， $\angle B = \angle B'$ ， $\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ， $\therefore$ 甲说法正确；

乙： $\because$ 根据题意得： $AB=CD=3$ ， $AD=BC=5$ ，则  $A'B' = C'D' = 3+2=5$ ， $A'D' = B'C' = 5+2=7$ ，  
 $\therefore \frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{3}{5}$ ， $\frac{AD}{A'D'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{5}{7}$ ， $\therefore \frac{AB}{A'B'} \neq \frac{AD}{A'D'}$ ，  
 $\therefore$ 新矩形与原矩形不相似。 $\therefore$ 乙说法正确。

答案：A.



14. (3分) 定义新运算： $a \oplus b = \begin{cases} \frac{a}{b} & (b > 0) \\ -\frac{a}{b} & (b < 0) \end{cases}$  例如： $4 \oplus 5 = \frac{4}{5}$ ,  $4 \oplus (-5) = -\frac{4}{5}$  则函数

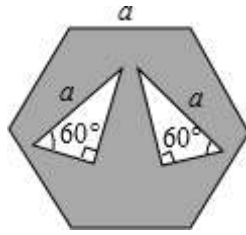
$y = 2 \oplus x (x \neq 0)$  的图象大致是 ( )

- A.
- B.
- C.
- D.

解析：由题意得： $y = 2 \oplus x = \begin{cases} \frac{2}{x} & (x > 0) \\ -\frac{2}{x} & (x < 0) \end{cases}$ ，

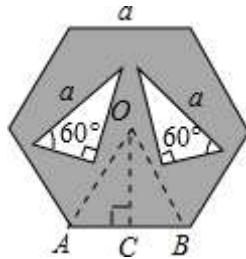
当  $x > 0$  时，反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  在第一象限，当  $x < 0$  时，反比例函数  $y = -\frac{2}{x}$  在第二象限，  
 又因为反比例函数图象是双曲线，因此 D 选项符合。  
 答案：D.

15. (3分) 如图，边长为  $a$  的正六边形内有两个三角形(数据如图)，则  $\frac{S_{阴影}}{S_{空白}} = ( )$



- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6

解析：如图，



$$\because \text{三角形的斜边长为 } a, \therefore \text{两条直角边长为 } \frac{1}{2}a, \frac{\sqrt{3}}{2}a, \therefore S_{\text{空白}} = \frac{1}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2,$$

$$\because AB=a, \therefore OC = \frac{\sqrt{3}}{2}a, \therefore S_{\text{正六边形}} = 6 \times \frac{1}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{正六边形}} - S_{\text{空白}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{5\sqrt{3}}{4}a^2, \therefore \frac{S_{\text{阴影}}}{S_{\text{空白}}} = \frac{\frac{5\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2} = 5,$$

答案：C.

16. (3分) 五名学生投篮，规定每人投 20 次，统计他们每人投中的次数. 得到五个数据. 若这五个数据的中位数是 6. 唯一众数是 7, 则他们投中次数的总和可能是 ( )

- A. 20
- B. 28
- C. 30
- D. 31

解析：中位数是 6. 唯一众数是 7,

则最大的三个数的和是：6+7+7=20, 两个较小的数一定是小于 5 的非负整数，且不相等，则五个数的和一定大于等于 21 且小于等于 29.

答案：B.

## 二、填空题(共 4 小题，每小题 3 分，满分 12 分)

17. (3分) 计算：  $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

解析：  $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2}\sqrt{2} = 2.$

答案：2.

18. (3分) 若实数  $m, n$  满足  $|m-2|+(n-2014)^2=0$ , 则  $m^{-1}+n^0=$  \_\_\_\_\_.

解析：  $|m-2|+(n-2014)^2=0$ ,

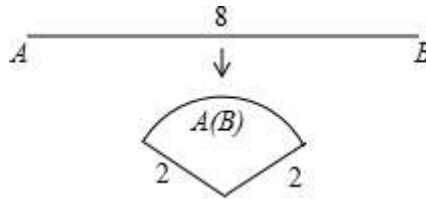
$m-2=0, n-2014=0$ ,

$m=2, n=2014$ .

$$m^{-1}+n^0=2^{-1}+2014^0=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2},$$

答案：  $\frac{3}{2}$ .

19. (3分) 如图，将长为 8cm 的铁丝尾相接围成半径为 2cm 的扇形. 则  $S_{\text{扇形}}=$  \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ .



解析：由题意知，弧长  $=8\text{cm}-2\text{cm}\times 2=4\text{ cm}$ ，扇形的面积是  $\frac{1}{2}\times 4\text{cm}\times 2\text{cm}=4\text{cm}^2$ ,

答案：4.

20. (3分) 如图，点  $O, A$  在数轴上表示的数分别是 0, 0.1.



将线段  $OA$  分成 100 等份，其分点由左向右依次为  $M_1, M_2, \dots, M_{99}$ ;

再将线段  $OM_1$ ，分成 100 等份，其分点由左向右依次为  $N_1, N_2, \dots, N_{99}$ ;

继续将线段  $ON_1$  分成 100 等份，其分点由左向右依次为  $P_1, P_2, \dots, P_{99}$ .

则点  $P_{37}$  所表示的数用科学记数法表示为 \_\_\_\_\_.

解析：  $M_1$  表示的数为  $0.1\times \frac{1}{100}=10^{-3}$ ,

$N_1$  表示的数为  $\frac{1}{100}\times 10^{-3}=10^{-5}$ ,

$P_1$  表示的数为  $10^{-5}\times \frac{1}{100}=10^{-7}$ ,

$P_{37}=37\times 10^{-7}=3.7\times 10^{-6}$ .

答案：  $3.7\times 10^{-6}$ .

### 三、解答题(共 6 小题，满分 66 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

21. (10分) 嘉淇同学用配方法推导一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a\neq 0$ ) 的求根公式时，对于  $b^2-4ac>0$  的情况，她是这样做的：

由于  $a\neq 0$ ，方程  $ax^2++bx+c=0$  变形为：

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}, \dots \text{第一步},$$



$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2, \dots \text{第二步},$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}, \dots \text{第三步},$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (b^2 - 4ac > 0), \dots \text{第四步},$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \dots \text{第五步},$$

嘉淇的解法从第\_\_\_\_\_步开始出现错误；事实上，当  $b^2 - 4ac > 0$  时，方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的求根公式是\_\_\_\_\_。

用配方法解方程： $x^2 - 2x - 24 = 0$ 。

解析：第四步，开方时出错；把常数项 24 移项后，应该在左右两边同时加上一次项系数 -2 的一半的平方。

答案：在第四步中，开方应该是  $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 。

所以求根公式为： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 。

答案：四； $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ；

用配方法解方程： $x^2 - 2x - 24 = 0$

解：移项，得  $x^2 - 2x = 24$ ，

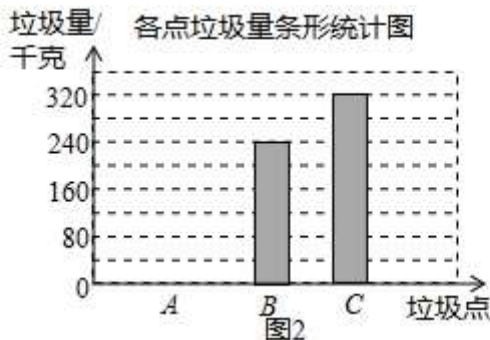
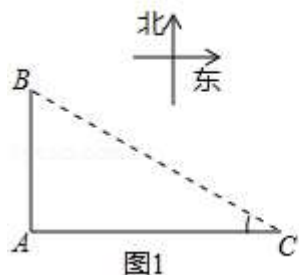
配方，得  $x^2 - 2x + 1 = 24 + 1$ ，即  $(x - 1)^2 = 25$ ，

开方得  $x - 1 = \pm 5$ ， $\therefore x_1 = 6, x_2 = -4$ 。

22. (10分) 如图 1，A，B，C 是三个垃圾存放点，点 B，C 分别位于点 A 的正北和正东方向，AC = 100 米。四人分别测得  $\angle C$  的度数如下表：

	甲	乙	丙	丁
$\angle C$ (单位：度)	34	36	38	40

他们又调查了各点的垃圾量，并绘制了下列尚不完整的统计图 2，图 3：



- (1) 求表中  $\angle C$  度数的平均数  $\bar{x}$ ;
- (2) 求 A 处的垃圾量, 并将图 2 补充完整;
- (3) 用 (1) 中的  $\bar{x}$  作为  $\angle C$  的度数, 要将 A 处的垃圾沿道路 AB 都运到 B 处, 已知运送 1 千克垃圾每米的费用为 0.005 元, 求运垃圾所需的费用. (注:  $\sin 37^\circ = 0.6$ ,  $\cos 37^\circ = 0.8$ ,  $\tan 37^\circ = 0.75$ )

解析: (1) 利用平均数求法进而得出答案;

(2) 利用扇形统计图以及条形统计图可得出 C 处垃圾量以及所占百分比, 进而求出垃圾总量, 进而得出 A 处垃圾量;

(3) 利用锐角三角函数得出 AB 的长, 进而得出运垃圾所需的费用.

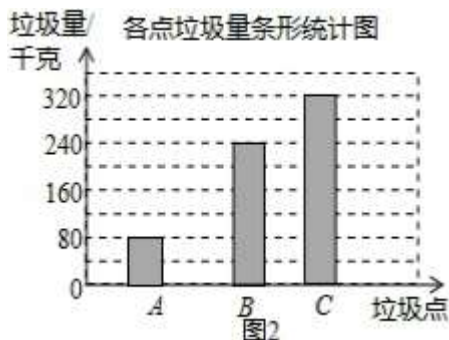
答案: (1)  $\bar{x} = \frac{34+36+38+40}{4} = 37$ ;

(2)  $\because$  C 处垃圾存放量为: 320kg, 在扇形统计图中所占比例为: 50%,

$\therefore$  垃圾总量为:  $320 \div 50\% = 640$  (kg),

$\therefore$  A 处垃圾存放量为:  $(1 - 50\% - 37.5\%) \times 640 = 80$  (kg), 占 12.5%.

补全条形图如下:

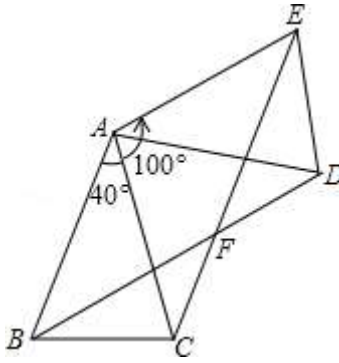


(3)  $\because AC = 100$  米,  $\angle C = 37^\circ$ ,  $\therefore \tan 37^\circ = \frac{AB}{AC}$ ,  $\therefore AB = AC \tan 37^\circ = 100 \times 0.75 = 75$  (m),

$\because$  运送 1 千克垃圾每米的费用为 0.005 元,  $\therefore$  运垃圾所需的费用为:  $75 \times 80 \times 0.005 = 30$  (元),

答: 运垃圾所需的费用为 30 元.

23. (11 分) 如图,  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = 40^\circ$ , 将  $\triangle ABC$  绕点 A 按逆时针方向旋转  $100^\circ$  得到  $\triangle ADE$ , 连接 BD, CE 交于点 F.



(1) 求证:  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ;

(2) 求  $\angle ACE$  的度数;

(3) 求证: 四边形 ABEF 是菱形.

解析: (1) 根据旋转角求出  $\angle BAD = \angle CAE$ , 然后利用“边角边”证明  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACE$  全等.

(2) 根据全等三角形对应角相等, 得出  $\angle ACE = \angle ABD$ , 即可求得.

(3) 根据对角相等的四边形是平行四边形, 可证得四边形 ABEF 是平行四边形, 然后依据邻边相等的平行四边形是菱形, 即可证得.

答案: (1)  $\because \triangle ABC$  绕点 A 按逆时针方向旋转  $100^\circ$ ,

$\therefore \angle BAC = \angle DAE = 40^\circ$ ,

$\therefore \angle BAD = \angle CAE = 100^\circ$ ,

又  $\because AB = AC$ ,  $\therefore AB = AC = AD = AE$ ,

在  $\triangle ABD$  与  $\triangle ACE$  中, 
$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases} \therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)}.$$

(2)  $\because \angle CAE = 100^\circ$ ,  $AC = AE$ ,  $\therefore \angle ACE = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle CAE) = \frac{1}{2}(180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$ ;

(3)  $\because \angle BAD = \angle CAE = 140^\circ$ ,  $AB = AC = AD = AE$ ,  $\therefore \angle ABD = \angle ADB = \angle ACE = \angle AEC = 20^\circ$ .

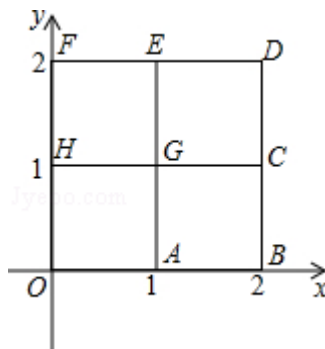
$\therefore \angle BAE = \angle BAD + \angle DAE = 160^\circ$ ,

$\therefore \angle BFE = 360^\circ - \angle DAE - \angle ABD - \angle AEC = 160^\circ$ ,  $\therefore \angle BAE = \angle BFE$ ,

$\therefore$  四边形 ABEF 是平行四边形,

$\because AB = AE$ ,  $\therefore$  平行四边形 ABEF 是菱形.

24. (11 分) 如图,  $2 \times 2$  网格 (每个小正方形的边长为 1) 中有 A, B, C, D, E, F, G, H, O 九个格点. 抛物线 l 的解析式为  $y = (-1)^n x^2 + bx + c$  ( $n$  为整数).



(1)  $n$  为奇数, 且 l 经过点 H(0, 1) 和 C(2, 1), 求 b, c 的值, 并直接写出哪个格点是该抛物线的顶点;

(2)  $n$  为偶数，且  $l$  经过点  $A(1, 0)$  和  $B(2, 0)$ ，通过计算说明点  $F(0, 2)$  和  $H(0, 1)$  是否在该抛物线上；

(3) 若  $l$  经过这九个格点中的三个，直接写出所有满足这样条件的抛物线条数。

解析：(1) 根据  $-1$  的奇数次方等于  $-1$ ，再把点  $H, C$  的坐标代入抛物线解析式计算即可求出  $b, c$  的值，然后把函数解析式整理成顶点式形式，写出顶点坐标即可；

(2) 根据  $-1$  的偶数次方等于  $1$ ，再把点  $A, B$  的坐标代入抛物线解析式计算即可求出  $b, c$  的值，从而得到函数解析式，再根据抛物线上点的坐标特征进行判断；

(3) 分别利用 (1) (2) 中的结论，将抛物线平移，可以确定抛物线的条数。

答案：(1)  $n$  为奇数时， $y = -x^2 + bx + c$ ，

$$\because l \text{ 经过点 } H(0, 1) \text{ 和 } C(2, 1), \therefore \begin{cases} c=1 \\ -4+2b+c=1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} b=2 \\ c=1 \end{cases}$$

$\therefore$  抛物线解析式为  $y = -x^2 + 2x + 1$ ，

$y = -(x-1)^2 + 2$ ， $\therefore$  顶点为格点  $E(1, 2)$ ；

(2)  $n$  为偶数时， $y = x^2 + bx + c$ ，

$$\because l \text{ 经过点 } A(1, 0) \text{ 和 } B(2, 0), \therefore \begin{cases} 1+b+c=0 \\ 4+2b+c=0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} b=-3 \\ c=2 \end{cases}$$

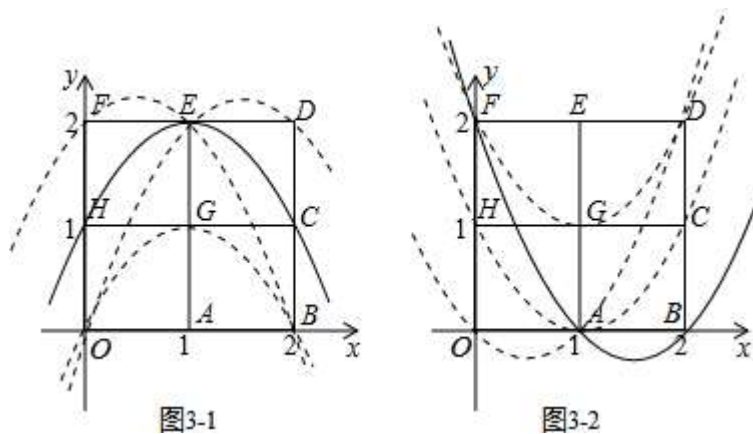
$\therefore$  抛物线解析式为  $y = x^2 - 3x + 2$ ，

当  $x=0$  时， $y=2$ ， $\therefore$  点  $F(0, 2)$  在抛物线上，点  $H(0, 1)$  不在抛物线上；

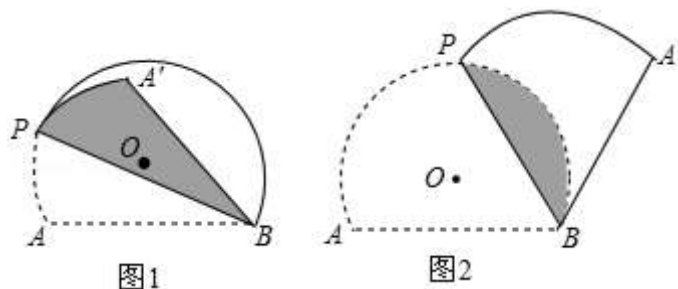
(3) 所有满足条件的抛物线共有 8 条。

当  $n$  为奇数时，由 (1) 中的抛物线平移又得到 3 条抛物线，如答图 3-1 所示；

当  $n$  为偶数时，由 (2) 中的抛物线平移又得到 3 条抛物线，如答图 3-2 所示。



25. (11 分) 图 1 和图 2 中，优弧  $\widehat{AB}$  所在  $\odot O$  的半径为 2， $AB = 2\sqrt{3}$ 。点  $P$  为优弧  $\widehat{AB}$  上一点 (点  $P$  不与  $A, B$  重合)，将图形沿  $BP$  折叠，得到点  $A$  的对称点  $A'$ 。



(1) 点  $O$  到弦  $AB$  的距离是 1，当  $BP$  经过点  $O$  时， $\angle ABA' = \underline{60}^\circ$ ；

(2) 当  $BA'$  与  $\odot O$  相切时, 如图 2, 求折痕的长:

(3) 若线段  $BA'$  与优弧  $\widehat{AB}$  只有一个公共点 B, 设  $\angle ABP = \alpha$ . 确定  $\alpha$  的取值范围.

解析: (1) 利用垂径定理和勾股定理即可求出点 O 到 AB 的距离; 利用锐角三角函数的定义及轴对称性就可求出  $\angle ABA'$ .

(2) 根据切线的性质得到  $\angle OBA' = 90^\circ$ , 从而得到  $\angle ABA' = 120^\circ$ , 就可求出  $\angle ABP$ , 进而求出  $\angle OBP = 30^\circ$ . 过点 O 作  $OG \perp BP$ , 垂足为 G, 容易求出 OG、BG 的长, 根据垂径定理就可求出折痕的长.

(3) 根据点  $A'$  的位置不同, 分点  $A'$  在  $\odot O$  内和  $\odot O$  外两种情况进行讨论. 点  $A'$  在  $\odot O$  内时, 线段  $BA'$  与优弧  $\widehat{AB}$  都只有一个公共点 B,  $\alpha$  的范围是  $0^\circ < \alpha < 30^\circ$ ; 当点  $A'$  在  $\odot O$  的外部时, 从  $BA'$  与  $\odot O$  相切开始, 以后线段  $BA'$  与优弧  $\widehat{AB}$  都只有一个公共点 B,  $\alpha$  的范围是

$60^\circ \leq \alpha < 120^\circ$ . 从而得到: 线段  $BA'$  与优弧  $\widehat{AB}$  只有一个公共点 B 时,  $\alpha$  的取值范围是  $0^\circ < \alpha < 30^\circ$  或  $60^\circ \leq \alpha < 120^\circ$ .

答案: (1) ① 过点 O 作  $OH \perp AB$ , 垂足为 H, 连接 OB, 如图 1①所示.

$$\because OH \perp AB, AB = 2\sqrt{3}, \therefore AH = BH = \sqrt{3}.$$

$$\because OB = 2, \therefore OH = 1. \therefore \text{点 O 到 AB 的距离为 1.}$$

② 当 BP 经过点 O 时, 如图 1②所示.

$$\because OH = 1, OB = 2, OH \perp AB, \therefore \sin \angle OBH = \frac{OH}{OB} = \frac{1}{2}. \therefore \angle OBH = 30^\circ.$$

由折叠可得:  $\angle A'BP = \angle ABP = 30^\circ. \therefore \angle ABA' = 60^\circ.$

(2) 过点 O 作  $OG \perp BP$ , 垂足为 G, 如图 2 所示.

$$\because BA' \text{ 与 } \odot O \text{ 相切}, \therefore OB \perp A'B. \therefore \angle OBA' = 90^\circ.$$

$$\because \angle OBH = 30^\circ, \therefore \angle ABA' = 120^\circ. \therefore \angle A'BP = \angle ABP = 60^\circ. \therefore \angle OBP = 30^\circ.$$

$$\therefore OG = \frac{1}{2}OB = 1. \therefore BG = \sqrt{3}.$$

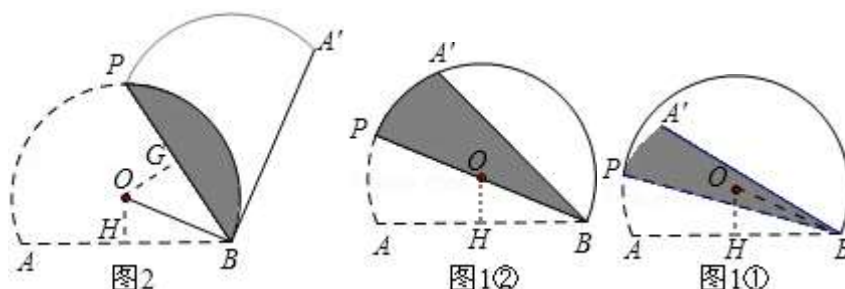
$$\because OG \perp BP, \therefore BG = PG = \sqrt{3}. \therefore BP = 2\sqrt{3}. \therefore \text{折痕的长为 } 2\sqrt{3}.$$

(3) 若线段  $BA'$  与优弧  $\widehat{AB}$  只有一个公共点 B,

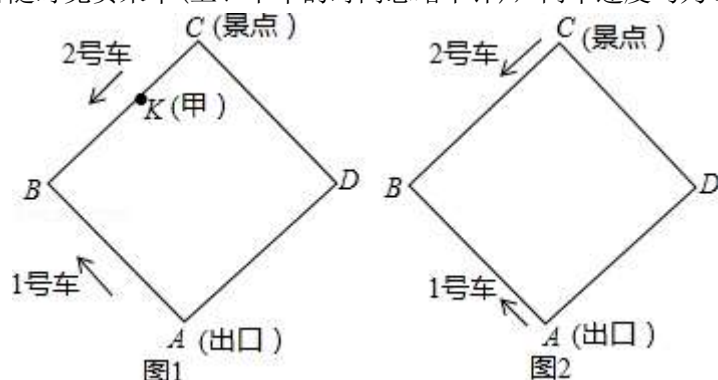
I. 当点  $A'$  在  $\odot O$  的内部时, 此时  $\alpha$  的范围是  $0^\circ < \alpha < 30^\circ$ .

II. 当点  $A'$  在  $\odot O$  的外部时, 此时  $\alpha$  的范围是  $60^\circ \leq \alpha < 120^\circ$ .

综上所述: 线段  $BA'$  与优弧  $\widehat{AB}$  只有一个公共点 B 时,  $\alpha$  的取值范围是  $0^\circ < \alpha < 30^\circ$  或  $60^\circ \leq \alpha < 120^\circ$ .



26. (13分) 某景区内的环形路是边长为800米的正方形ABCD, 如图1和图2. 现有1号、2号两游览车分别从出口A和景点C同时出发, 1号车顺时针、2号车逆时针沿环形路连续循环行驶, 供游客随时免费乘车(上、下车的时间忽略不计), 两车速度均为200米/分.



探究: 设行驶时间为  $t$  分.

(1) 当  $0 \leq t \leq 8$  时, 分别写出1号车、2号车在左半环线离出口A的路程  $y_1, y_2$  (米) 与  $t$  (分) 的函数关系式, 并求出当两车相距的路程是400米时  $t$  的值;

(2)  $t$  为何值时, 1号车第三次恰好经过景点C? 并直接写出这一段时间内它与2号车相遇过的次数.

发现: 如图2, 游客甲在BC上的一点K(不与点B, C重合)处候车, 准备乘车到出口A, 设  $CK=x$  米.

情况一: 若他刚好错过2号车, 便搭乘即将到来的1号车;

情况二: 若他刚好错过1号车, 便搭乘即将到来的2号车.

比较哪种情况用时较多?(含候车时间)

决策: 已知游客乙在DA上从D向出口A走去. 步行的速度是50米/分. 当行进到DA上一点P(不与点D, A重合)时, 刚好与2号车迎面相遇.

(1) 他发现, 乘1号车会比乘2号车到出口A用时少, 请你简要说明理由:

(2) 设  $PA=s$  ( $0 < s < 800$ ) 米. 若他想尽快到达出口A, 根据  $s$  的大小, 在等候乘1号车还是步行这两种方式中. 他该如何选择?

解析: 探究: (1) 由路程=速度 $\times$ 时间就可以得出  $y_1, y_2$  (米) 与  $t$  (分) 的函数关系式, 再由关系式就可以求出两车相距的路程是400米时  $t$  的值;

(2) 求出1号车3次经过A的路程, 进一步求出行驶的时间, 由两车第一次相遇后每相遇一次需要的时间就可以求出相遇次数;

发现: 分别计算出情况一的用时和情况二的用时, 在进行大小比较就可以求出结论

决策: (1) 根据题意可以得出游客乙在AD上等待乘1号车的距离小于边长, 而成2号车到A出口的距离大于3个边长, 进而得出结论;

(2) 分类讨论, 若步行比乘1号车的用时少, 就有  $\frac{s}{50} < \frac{800 \times 2 - s}{200}$ , 得出  $s < 320$ . 就可以

分情况得出结论.

答案: 探究: (1) 由题意, 得  $y_1=200t, y_2=-200t+1600$

当相遇前相距400米时,  $-200t+1600-200t=400, t=3,$

当相遇后相距400米时,  $200t-(-200t+1600)=400, t=5.$

答: 当两车相距的路程是400米时  $t$  的值为3分钟或5分钟;

(2) 由题意, 得1号车第三次恰好经过景点C行驶的路程为:  $800 \times 2 + 800 \times 4 \times 2 = 8000,$

$\therefore$  1号车第三次经过景点C需要的时间为:  $8000 \div 200 = 40$  分钟,

两车第一次相遇的时间为： $1600 \div 400 = 4$ .

第一次相遇后两车每相遇一次需要的时间为： $800 \times 4 \div 400 = 8$ ,

$\therefore$ 两车相遇的次数为： $(40-4) \div 8 + 1 = 5$ 次.

$\therefore$ 这一段时间内它与2号车相遇的次数为：5次；

发现：由题意，得：

情况一需要时间为： $\frac{800 \times 4 - x}{200} = 16 - \frac{x}{200}$ ,

情况二需要的时间为： $\frac{800 \times 4 + x}{200} = 16 + \frac{x}{200}$

$\therefore 16 - \frac{x}{200} < 16 + \frac{x}{200} \therefore$ 情况二用时较多.

决策：(1)  $\therefore$ 游客乙在AD边上与2号车相遇，

$\therefore$ 此时1号车在CD边上，

$\therefore$ 乘1号车到达A的路程小于2个边长，乘2号车的路程大于3个边长，

$\therefore$ 乘1号车的用时比2号车少.

(2) 若步行比乘1号车的用时少， $\frac{s}{50} < \frac{800 \times 2 - s}{200}$ ， $\therefore s < 320$ .

$\therefore$ 当  $0 < s < 320$  时，选择步行.

同理可得：

当  $320 < s < 800$  时，选择乘1号车，

当  $s = 320$  时，选择步行或乘1号车一样.