

2008 年福建省莆田市中考数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

一、细心填一填, 本大题共 12 小题, 每小题 3 分共 36 分。直接把答案填在题中的横线上。

1. $\frac{1}{3}$ 的倒数是_____.

2. 函数 $y = \frac{1}{x-3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

3. 被称为“地球之肺”的森林正以每年 15000000 公顷的速度从地球上消失, 每年森林的消失量用科学记数法表示为_____.

4. 数据 2、3、 x 、4 的平均数是 3, 则这组数据的众数是_____.

5. 观察下列按顺序排列的等式:

$$0+1=1^2, \quad 2 \times 1+2=2^2, \quad 3 \times 2+3=3^2, \quad 4 \times 3+4=4^2 \quad \text{-----}$$

请你猜想第 10 个等式应为_____.

6. 函数 $y = -\frac{7}{x}$ 的图象在第每一象限内, y 的值随 x 的增大而_____.

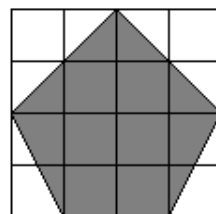
7. 通过平移把点 $A(1, -3)$ 移到点 $A_1(3, 0)$, 按同样的平移方式把点

$P(2, 3)$ 移到 P_1 , 则点 P_1 的坐标是(_____, _____).

8. 方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的根是_____.

9. 在正三角形, 正四边形, 正五边形和正六边形中不能单独密铺的是_____.

10. 如图, 大正方形网格是由 16 个边长为 1 的小正方形组成, 则图中阴影部分的面积是_____.



(第10题图)

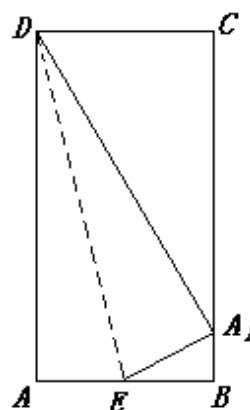
11. 将一个底面半径为 3cm, 高为 4cm 圆锥形纸筒沿一条母线剪开, 所得的侧面展开图的面积为_____.

(结果用含 π 的式子表示)

12. 如图, 四边形 $ABCD$ 是一张矩形纸片, $AD = 2AB$,

若沿过点 D 的折痕 DE 将 A 角翻折, 使点 A 落在

BC 上的 A_1 处, 则 $\angle EA_1B =$ _____度.



(第12题图)

二、选择题 (每题 4 分, 共 4 小题, 共 16 分, 把正确选项的代号写在括号里)

13. 下列运算正确的是 ()

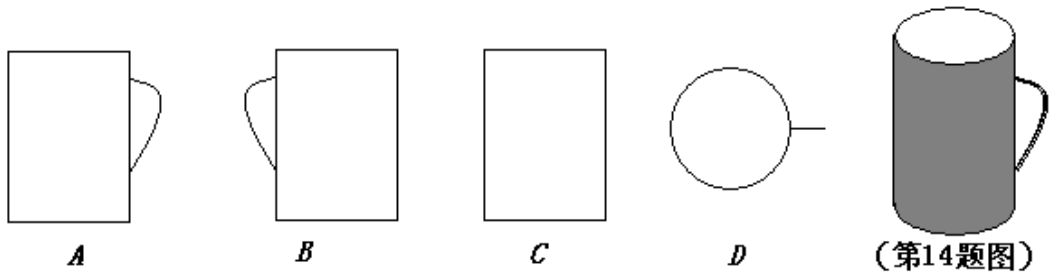
A. $x^2 + x^3 = x^5$

B. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

C. $(2xy^2)^3 = 6x^3y^6$

D. $-(x-y) = -x+y$ $-(x-y) = -x+y$

14. 如图，茶杯的主视图是 ()

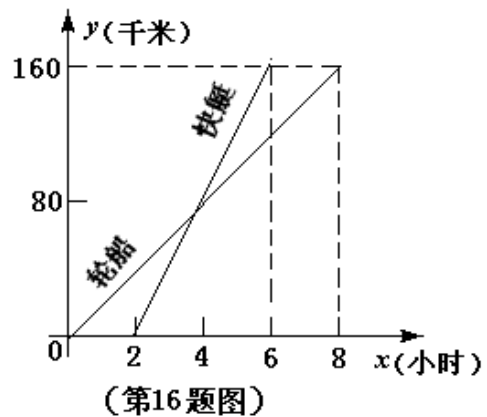


15 已知两圆的半径分别为 3cm,和 5cm, 圆心距是 8cm,则两圆的位置关系 ()

- A. 相离 B. 外切 C. 相交 D. 内切

16. 如图表示一艘轮船和一艘快艇沿相同路线从甲港出发到乙港行驶过程随时间变化的图象, 根据图象下列结论错误的是 ()

- A. 轮船的速度为 20 千米/小时
 B. 快艇的速度为 40 千米/小时
 C. 轮船比快艇先出发 2 小时
 D. 快艇不能赶上轮船



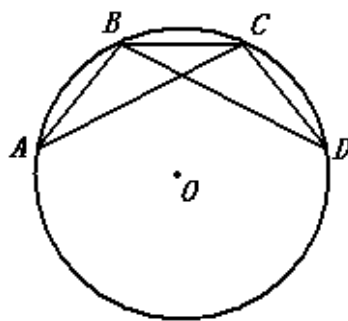
三、耐心做一做：本大题共有 10 题，共 98 分，解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (8 分) 计算 $-2^2 + |4-7| + (\sqrt{3} - \pi)^0$

18. (8 分) 先化简后求值 $\frac{a^2-2a+1}{a^2-1} + \frac{a^2-a}{a+1} + \frac{2}{a}$ 其中 $a = \sqrt{3}$

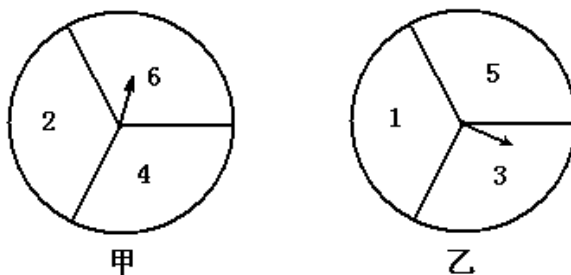
19. (8 分) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x+5 \leq 3(x+2) & (1) \\ \frac{x-1}{2} < \frac{x}{3} & (2) \end{cases}$$

20. (8分) 如图, A、B、C、D 是 $\odot O$ 上的四点, $AB=DC$, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DCB$ 全等吗? 为什么?



(第20题图)

21. (8分) 某班级要举办一场毕业联欢会, 为了鼓励人人参与, 规定每个同学都需要分别转动下列甲乙两个转盘 (每个转盘都被均匀等分), 若转盘停止后所指数字之和为 7, 则这个同学就要表演唱歌节目; 若数字之和为 9, 则该同学就要表演讲故事节目; 若数字之和为其他数, 则分别对应表演, 其他节目. 请用列表法 (或树状图) 分别求出这个同学表演唱歌节目的概率和讲故事节目的概率.

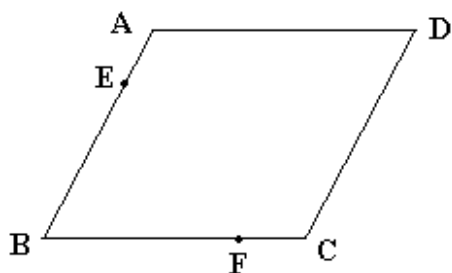


(第21题图)

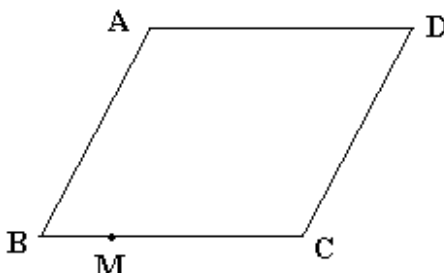
22. (8分) 某市要在一个平行四边形 $ABCD$ 的空地上建造一个四边形花园, 要求花园所占面积是 $\square ABCD$ 面积的一半, 并且四边形花园的四个顶点作为出入口, 要求分别在 $\square ABCD$ 的四条边上, 请你设计两种方案:

方案 (1): 如图 (1) 所示, 两个出入口 E、F 已确定, 请在图 (1) 上画出符合要求的四边形花园, 并简要说明画法;

方案 (2): 如图 (2) 所示, 一个出入口 M 已确定, 请在图 (2) 上画出符合要求的梯形花园, 并简要说明画法.



(第22题图 ①)

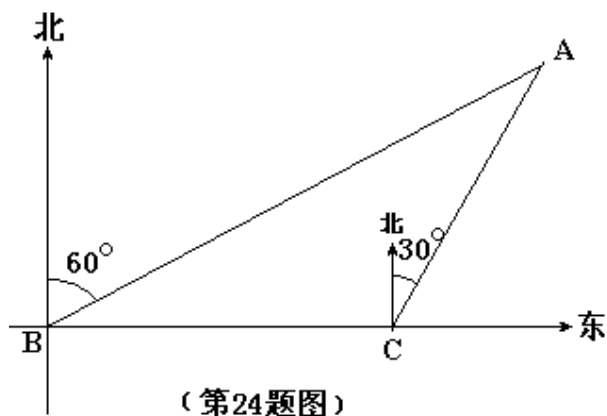


(第22题图 ②)

23. (12分) 枇杷是莆田名果之一, 某果园有 100 棵枇杷树。每棵平均产量为 40 千克, 现准备多种一些枇杷树以提高产量, 但是如果多种树, 那么树与树之间的距离和每一棵数接受的阳光就会减少, 根据实践经验, 每多种一棵树, 投产后果园中所有的枇杷树平均每棵就会减少产量 0.25 千克, 问: 增种多少棵枇杷树, 投产后可以使果园枇杷的总产量最多? 最多总产量是多少千克?

注: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$

24. (12分) 今年五、六月份, 我省各地、市普遭暴雨袭击, 水位猛涨。某市抗洪抢险救援队伍在 B 处接到报告: 有受灾群众被困于一座遭水淹的楼顶 A 处, 情况危急! 救援队伍在 B 处测得 A 在 B 的北偏东 60° 的方向上 (如图所示), 队伍决定分成两组: 第一组马上下水游向 A 处救人, 同时第二组从陆地往正东方向奔跑 120 米到达 C 处, 再从 C 处下水游向 A 处救人, 已知 A 在 C 的北偏东 30° 的方向上, 且救援人员在水中游进的速度均为 1 米/秒。在陆地上奔跑的速度为 4 米/秒, 试问哪组救援队先到 A 处? 请说明理由 (参考数据 $\sqrt{3} = 1.732$)



25. (12分) 已知矩形 ABCD 和点 P, 当点 P 在 BC 上任一位置 (如图 (1) 所示) 时, 易证得结论:

$PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$, 请你探究: 当点 P 分别在图 (2)、图 (3) 中的位置时,

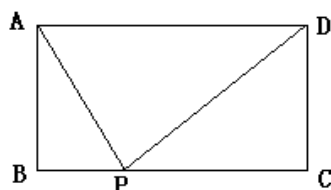
PA^2 、 PB^2 、 PC^2 和 PD^2 又有怎样的数量关系? 请你写出对上述两种情况的探究结论, 并利用图

(2) 证明你的结论。

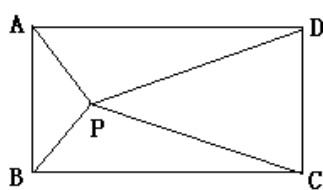
答: 对图 (2) 的探究结论为_____。

对图 (3) 的探究结论为_____。

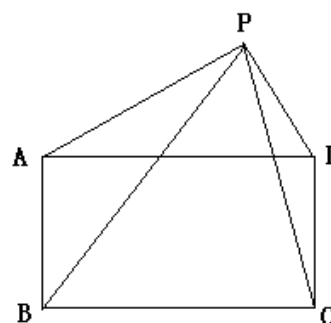
证明: 如图 (2)



图①



图②



图③

(第25题图)

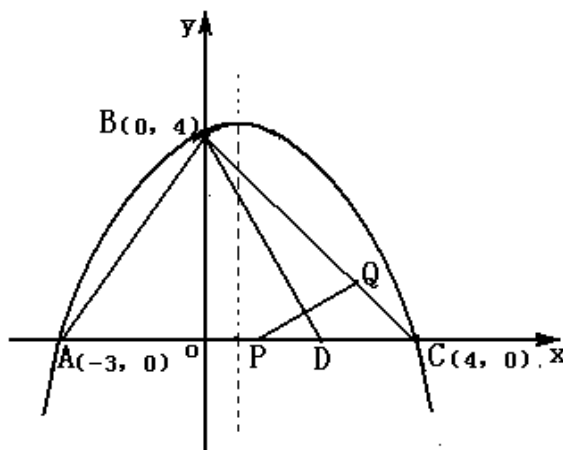
26. (14分) 如图: 抛物线经过 A (-3, 0)、B (0, 4)、C (4, 0) 三点.

(1) 求抛物线的解析式.

(2) 已知 $AD = AB$ (D 在线段 AC 上), 有一动点 P 从点 A 沿线段 AC 以每秒 1 个单位长度的速度移动; 同时另一个动点 Q 以某一速度从点 B 沿线段 BC 移动, 经过 t 秒的移动, 线段 PQ 被 BD 垂直平分, 求 t 的值;

(3) 在 (2) 的情况下, 抛物线的对称轴上是否存在一点 M, 使 $MQ + MC$ 的值最小? 若存在, 请求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

(注: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = -\frac{b}{2a}$)



(第26题图)

参考答案

一、填空题 本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分

1. 3, 2. $x \neq 3$, 3. 1.5×10^7 , 4. 3, 5. $10 \times 9 + 10 = 10^2$, 6. 增大
 7. (4, 6), 8. $x_1 = -3, x_2 = 1$, 9. 正五边形, 10. 10, 11. 15π , 12. 60

二、选择题 本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分

13. D 14. A 15. B 16. D

三、解答与作图

17.

21、解法一：用列表法表示所有得到的数字之和

	和	甲			
				2	4
	乙				
		1		3	5
			3	5	7
			5	7	9
				9	11

或：开始

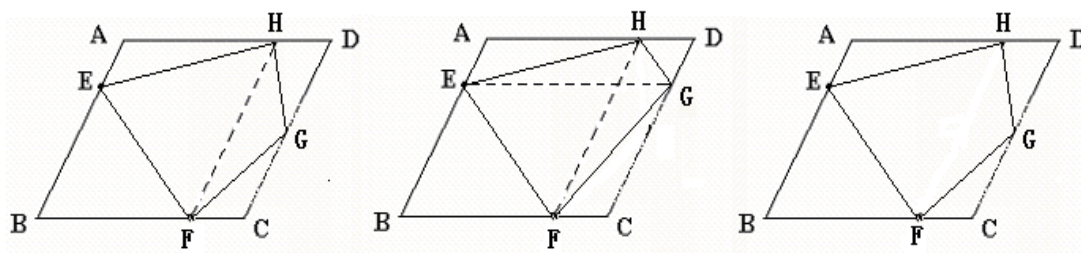
$\begin{array}{l} \swarrow \\ 2 \begin{cases} \leftarrow 1 & (3) \\ \leftarrow 3 & (5) \\ \leftarrow 5 & (7) \end{cases} \\ \leftarrow 4 \begin{cases} \leftarrow 1 & (5) \\ \leftarrow 3 & (7) \\ \leftarrow 5 & (9) \end{cases} \\ \searrow \\ 6 \begin{cases} \leftarrow 1 & (7) \\ \leftarrow 3 & (9) \\ \leftarrow 5 & (11) \end{cases} \end{array}$

由上表可知：两数之和的情况共有 9 种，

所以 $P_{(\text{数字之和为}7)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}, P_{(\text{数字之和为}9)} = \frac{2}{9}$

答：这个同学表演唱歌节目的概率是 $\frac{1}{3}$ ，表演讲故事节目的概率是 $\frac{2}{9}$ 。

22、解：方案（1）



画法 1:

- (1) 过 F 作 $FH \parallel AD$ 交 AD 于点 H
- (2) 在 DC 上任取一点 G 连接 EF、FG、GH、HE，则四边形 EFGH 就是所要画的四边形；

画法 2:

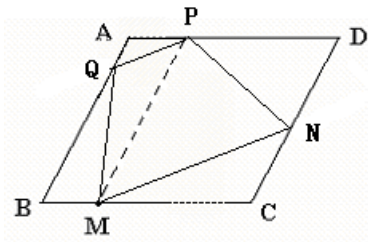
- (1) 过 F 作 $FH \parallel AB$ 交 AD 于点 H
- (2) 过 E 作 $EG \parallel AD$ 交 DC 于点 G 连接 EF、FG、GH、HE，则四边形 EFGH 就是所要画的四边形

画法 3:

- (1) 在 AD 上取一点 H，使 $DH = CF$
- (2) 在 CD 上任取一点 G 连接 EF、FG、GH、HE，则四边形 EFGH 就是所要画的四边形

（画图正确得 4 分，简要说明画法得 1 分）

方案 (2)



画法: (1) 过 M 点作 $MP \parallel AB$ 交 AD 于点 P,

(2) 在 AB 上取一点 Q, 连接 PQ,

(3) 过 M 作 $MN \parallel PQ$ 交 DC 于点 N,

连接 QM、PN、MN

则四边形 QMNP 就是所要画的四边形

(画图正确的 2 分, 简要说明画法得 1 分)

(本题答案不唯一, 符合要求即可)

23. 解: 设增种 x 棵树, 果园的总产量为 y 千克,

依题意得: $y = (100 + x)(40 - 0.25x)$

$$= 4000 - 25x + 40x - 0.25x^2 = -0.25x^2 + 15x + 4000$$

因为 $a = -0.25 < 0$, 所以当 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{15}{-2 \times 0.25} = 30$, y 有最大值

$$y_{\text{最大值}} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \times (-0.25) \times 4000 - 15^2}{4 \times (-0.25)} = 4225 \quad \text{答: (略)}$$

24 解: 过 A 作 $AD \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 D, \because A 在 B 北偏东 60° 方向上, $\therefore \angle ABD = 30^\circ$, 又 \because A 在 C 北偏东 30° 方向上, 所以 $\angle ACD = 60^\circ$

又因为 $\angle ABC = 30^\circ$ 所以 $\angle BAC = 30^\circ$, 所以 $\angle ABD = \angle BAC$ 所以 $AC = BC$

因为 $BC = 120$ 所以 $AC = 120$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle ACD = 60^\circ$, $AC = 120$, 所以 $CD = 60$, $AD = 60\sqrt{3}$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中因为 $\angle ABD = 30^\circ$, 所以 $AB = 120\sqrt{3}$

$$\text{第一组时间: } \frac{120\sqrt{3}}{1} \approx 207.84 \quad \text{第二组时间: } \frac{120}{4} + \frac{120}{1} = 150$$

因为 $207.84 > 150$ 所以第二组先到达 A 处, 答 (略)

25: 结论均是 $PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$ (图 2 2 分, 图 3 1 分)

证明: 如图 2 过点 P 作 $MN \perp AD$ 于点 M, 交 BC 于点 N,

因为 $AD \parallel BC$, $MN \perp AD$, 所以 $MN \perp BC$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle AMP \text{ 中, } PA^2 = PM^2 + MA^2$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BNP \text{ 中, } PB^2 = PN^2 + BN^2$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle DMP \text{ 中, } PD^2 = DM^2 + PM^2$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle CNP \text{ 中, } PC^2 = PN^2 + NC^2$$

$$\text{所以 } PA^2 + PC^2 = PM^2 + MA^2 + PN^2 + NC^2$$

$$PB^2 + PD^2 = PM^2 + DM^2 + BN^2 + PN^2$$

因为 $MN \perp AD$, $MN \perp NC$, $DC \perp BC$, 所以四边形 MNCD 是矩形

所以 $MD = NC$, 同理 $AM = BN$,

$$\text{所以 } PM^2 + MA^2 + PN^2 + NC^2 = PM^2 + DM^2 + BN^2 + PN^2$$

$$\text{即 } PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$$

26 (1) 解法一: 设抛物线的解析式为 $y = a(x+3)(x-4)$

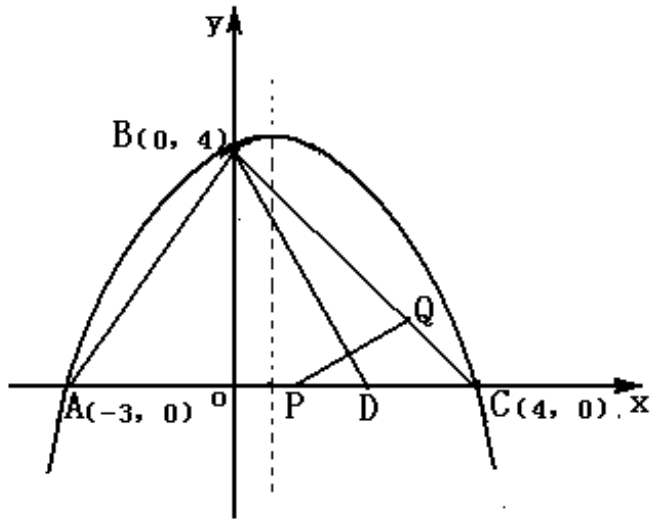
因为 B (0, 4) 在抛物线上, 所以 $4 = a(0+3)(0-4)$ 解得 $a = -1/3$

$$\text{所以抛物线解析式为 } y = -\frac{1}{3}(x+3)(x-4) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + 4$$

解法二：设抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$),

$$\text{依题意得: } c=4 \text{ 且 } \begin{cases} 9a - 3b + 4 = 0 \\ 16a + 4b + 4 = 0 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = \frac{1}{3} \end{cases}$$

所以 所求的抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + 4$



(第26题图)

(2) 连接 DQ, 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

所以 $AD=AB=5$, $AC=AD+CD=3+4=7$, $CD=AC-AD=7-5=2$

因为 BD 垂直平分 PQ, 所以 $PD=QD$, $PQ \perp BD$, 所以 $\angle PDB = \angle QDB$

因为 $AD=AB$, 所以 $\angle ABD = \angle ADB$, $\angle ABD = \angle QDB$, 所以 $DQ \parallel AB$

所以 $\angle CQD = \angle CBA$, $\angle CDQ = \angle CAB$, 所以 $\triangle CDQ \sim \triangle CAB$

$$\frac{DQ}{AB} = \frac{CD}{CA} \quad \text{即} \quad \frac{DQ}{5} = \frac{2}{7}, \quad DQ = \frac{10}{7}$$

$$\text{所以 } AP = AD - DP = AD - DQ = 5 - \frac{10}{7} = \frac{25}{7}, \quad t = \frac{25}{7} \div 1 = \frac{25}{7}$$

所以 t 的值是 $\frac{25}{7}$

(3) 答对称轴上存在一点 M, 使 $MQ+MC$ 的值最小

理由: 因为抛物线的对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$

所以 A(-3, 0), C(4, 0) 两点关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称

连接 AQ 交直线 $x = \frac{1}{2}$ 于点 M, 则 $MQ+MC$ 的值最小

过点 Q 作 $QE \perp x$ 轴, 于 E, 所以 $\angle QED = \angle BOA = 90^\circ$

$DQ \parallel AB$, $\angle BAO = \angle QDE$, $\triangle DQE \sim \triangle ABO$

$$\frac{QE}{BO} = \frac{DQ}{AB} = \frac{DE}{AO} \quad \text{即} \quad \frac{QE}{4} = \frac{\frac{10}{7}}{5} = \frac{DE}{3}$$

所以 $QE = \frac{8}{7}$, $DE = \frac{6}{7}$, 所以 $OE = OD + DE = 2 + \frac{6}{7} = \frac{20}{7}$, 所以 $Q(\frac{20}{7}, \frac{8}{7})$

设直线 AQ 的解析式为 $y = kx + m$ ($k \neq 0$)

$$\text{则} \begin{cases} \frac{20}{7}k + m = \frac{8}{7} \\ -3k + m = 0 \end{cases} \quad \text{由此得} \quad \begin{cases} k = \frac{8}{41} \\ m = \frac{24}{41} \end{cases}$$

$$\text{所以直线 AQ 的解析式为 } y = \frac{8}{41}x + \frac{24}{41} \quad \text{联立} \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{8}{41}x + \frac{24}{41} \end{cases}$$

$$\text{由此得} \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{8}{41}x + \frac{24}{41} \end{cases} \quad \text{所以 } M(\frac{1}{2}, \frac{28}{41})$$

则：在对称轴上存在点 $M(\frac{1}{2}, \frac{28}{41})$, 使 $MQ+MC$ 的值最小。