2014年湖北省鄂州市中考真题数学

一、选择题(每小题3分，共30分)

1.(3分) $-\frac{1}{2}$的绝对值的相反数是(　　)

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C.2

D.-2

解析：$-\frac{1}{2}$的绝对值为：$|-\frac{1}{2}|=\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$的相反数为：$-\frac{1}{2}$，所以$-\frac{1}{2}$的绝对值的相反数是为：$-\frac{1}{2}$.

答案：B.

2.(3分)下列运算正确的是(　　)

A. $(-2x^2)^3=-6x^6$

B. $(3a-b)^2=9a^2-b^2$

C. $x^2\cdot x^3=x^5$

D. $x^2+x^3=x^5$

解析：A、原式$=-8x^6$，故A错误；

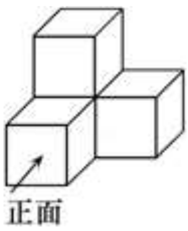
B、原式$=9a^2-6ab+b^2$，故B错误；

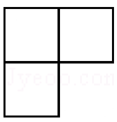
C、原式$=x^5$，故C正确；

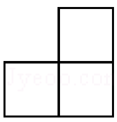
D、原式不能合并，故D错误，

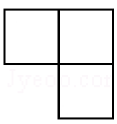
答案：C

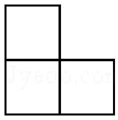
3.(3分)如图，几何体是由一些正方体组合而成的立体图形，则这个几何体的左视图是(　　)



A. 

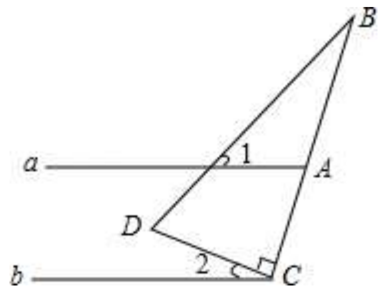
B. 

C. 

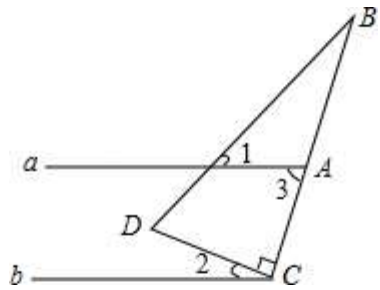
D. 

解析：从左边看第一层是两个正方形，第二层是左边一个正方形，
答案：D.

4.(3 分)如图，直线 a∥b，直角三角形如图放置，∠DCB=90°．若∠1+∠B=70°，则∠2 的度数为(　　)



A. 20°
B. 40°
C. 30°
D. 25°
解析：由三角形的外角性质，∠3=∠1+∠B=70°，



∵a∥b，∠DCB=90°，∴∠2=180°－∠3-90°=180°－70°－90°=20°．
答案：A.

5.(3 分)点 A 为双曲线 y=$\frac{k}{x}$(k≠0)上一点，B 为 x 轴上一点，且△AOB 为等边三角形，△AOB 的边长为 2，则 k 的值为(　　)
A. $2\sqrt{3}$
B. $\pm 2\sqrt{3}$
C. $\sqrt{3}$
D. $\pm\sqrt{3}$
解析：当点 A 在第一象限时，过 A 作 AC⊥OB 于 C，如图 1，

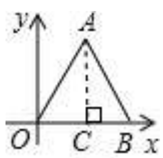


图1

∵OB=2，∴B 点的坐标是(2，0)；

∵∠AOC=60°，AO=BO=2，∴OC=1，AC=AOsin60°=2sin60°=$\sqrt{3}$，∴A 点的坐标是(1，$\sqrt{3}$)，

∵点 A 为双曲线 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$上一点，∴$k=\sqrt{3}$；

当点 A 在第二象限时，过 A 作 AC⊥OB 于 C，如图 2，

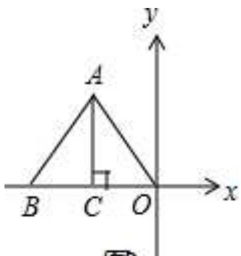


图2

∵OB=2，∴B 点的坐标是(-2，0)；

∵∠AOC=60°，AO=BO=2，∴OC=1，AC=2sin60°=$\sqrt{3}$，∴A 点的坐标是(-1，$\sqrt{3}$)，

∵点 A 为双曲线 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$上一点，∴$k=-\sqrt{3}$；

答案：D.

6.(3 分)圆锥体的底面半径为 2，侧面积为 8π，则其侧面展开图的圆心角为(　　)

A. 90°

B. 120°

C. 150°

D. 180°

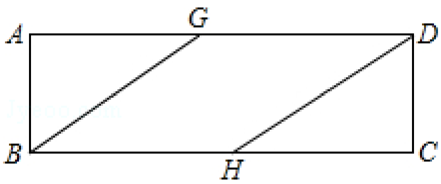
解析：设圆锥的侧面展开图的圆心角为 n°，母线长为 R，

根据题意得$\frac{1}{2}\cdot2\pi\cdot2\cdot R=8\pi$，解得 R=4，所以$\frac{n\cdot\pi\cdot4}{180}=2\cdot2\pi$，解得 n=180，

即圆锥的侧面展开图的圆心角为 180°.

答案：D.

7.(3 分)在矩形 ABCD 中，AD=3AB，点 G、H 分别在 AD、BC 上，连 BG、DH，且 BG∥DH，当$\frac{AG}{AD}$=(　　)时，四边形 BHDG 为菱形.



A. $\frac{4}{5}$

B. $\frac{3}{5}$

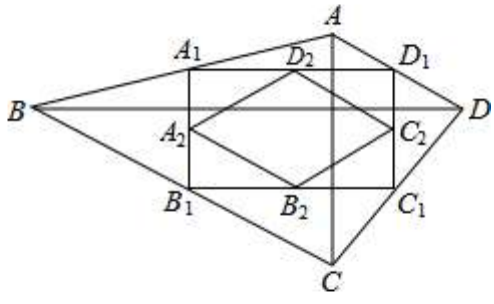
C. $\frac{4}{9}$

D. $\frac{3}{8}$

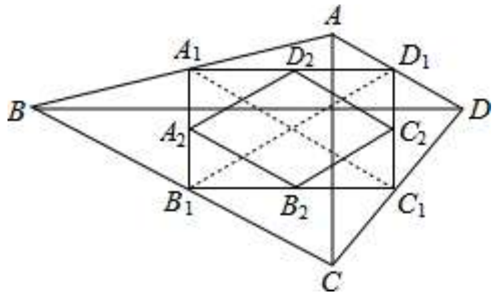
解析：∵四边形 BGDH 是菱形，∴BG=GD，
设 AB=x，则 AD=3x，
设 AG=y，则 GD=3x-y，BG=3x-y，
∵在 Rt△AGB 中，$AG^2+AB^2=GB^2$，∴$y^2+x^2=(3x-y)^2$，整理得：$\frac{x}{y}=\frac{3}{4}$，$y=\frac{4}{3}x$，∴$\frac{AG}{AD}=\frac{y}{3x}=\frac{\frac{4}{3}x}{3x}=\frac{4}{9}$，
答案：C.

8.(3 分)近几年，我国经济高速发展，但退休人员待遇持续偏低.为了促进社会公平，国家决定大幅增加退休人员退休金.企业退休职工李师傅 2011 年月退休金为 1500 元，2013 年达到 2160 元.设李师傅的月退休金从 2011 年到 2013 年年平均增长率为 x，可列方程为(　　)
A. $2016(1-x)^2=1500$
B. $1500(1+x)^2=2160$
C. $1500(1-x)^2=2160$
D. $1500+1500(1+x)+1500(1+x)^2=2160$
解析：如果设李师傅的月退休金从 2011 年到 2013 年年平均增长率为 x，
那么根据题意得今年缴税 $1500(1+x)^2$，列出方程为：$1500(1+x)^2=2160$.
答案：B.

9.(3 分)如图，四边形 ABCD 中，AC=a，BD=b，且 AC⊥BD，顺次连接四边形 ABCD 各边中点，得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$，再顺次连接四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 各边中点，得到四边形 $A_2B_2C_2D_2$，如此进行下去，得到四边形 $A_nB_nC_nD_n$.下列结论正确的是(　　)
①四边形 $A_4B_4C_4D_4$ 是菱形；
②四边形 $A_3B_3C_3D_3$ 是矩形；
③四边形 $A_7B_7C_7D_7$ 周长为 $\frac{a+b}{8}$；
④四边形 $A_nB_nC_nD_n$ 面积为 $\frac{a\cdot b}{2^n}$.



A. ①②③
B. ②③④
C. ①③④
D. ①②③④
解析：①连接 A_1C_1，B_1D_1.



∵在四边形ABCD中，顺次连接四边形ABCD各边中点，得到四边形$A_1B_1C_1D_1$，

∴$A_1D_1∥BD$，$B_1C_1∥BD$，$C_1D_1∥AC$，$A_1B_1∥AC$；

∴$A_1D_1∥B_1C_1$，$A_1B_1∥C_1D_1$，∴四边形$A_1B_1C_1D_1$是平行四边形；

∵AC⊥BD，∴$A_1B_1⊥A_1D_1$，∴四边形$A_1B_1C_1D_1$是矩形，∴$B_1D_1=A_1C_1$(矩形的两条对角线相等)；

∴$A_2D_2=C_2D_2=C_2B_2=B_2A_2$(中位线定理)，

∴四边形$A_2B_2C_2D_2$是菱形；　∴四边形$A_3B_3C_3D_3$是矩形；

∴根据中位线定理知，四边形$A_4B_4C_4D_4$是菱形；故①②正确；

③根据中位线的性质易知，$A_7B_7=\frac{1}{2}A_5B_5=\frac{1}{4}A_3B_3=\frac{1}{8}A_1B_1=\frac{1}{16}AC$，$B_7C_7=\frac{1}{2}B_5C_5=\frac{1}{4}B_3C_3=\frac{1}{8}B_1C_1=\frac{1}{16}BD$，

∴四边形$A_7B_7C_7D_7$的周长是$2\times\frac{1}{16}(a+b)=\frac{a+b}{8}$，故③正确；

④∵四边形ABCD中，AC=a，BD=b，且AC⊥BD，∴$S_{四边形ABCD}=ab\div2$；

由三角形的中位线的性质可以推知，每得到一次四边形，它的面积变为原来的一半，

四边形$A_nB_nC_nD_n$的面积是$\frac{ab}{2^{n+1}}$，故④错误；

综上所述，①②③正确.

答案：A.

10.(3分)已知抛物线的顶点为$y=ax^2+bx+c(0<2a<b)$的顶点为$P(x_0,y_0)$，点$A(1,y_A)$，$B(0,y_B)$，$C(-1,y_C)$在该抛物线上，当$y_0\geq0$恒成立时，$\frac{y_A}{y_B-y_C}$的最小值为(　　)

A. 1

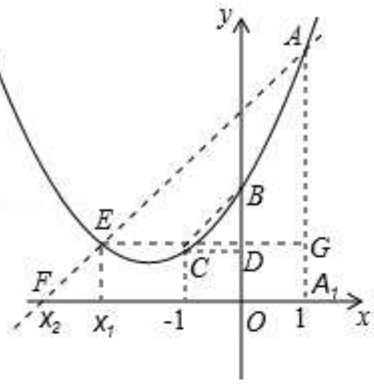
B. 2

C. 4

D. 3

解析：由$0<2a<b$，得$x_0=-\frac{b}{2a}<-1$，

由题意，如图，过点A作$AA_1⊥x$轴于点A_1，则$AA_1=y_A$，$OA_1=1$，



连接BC，过点C作CD⊥y轴于点D，则BD=y_B-y_C，CD=1，
过点A作AF∥BC，交抛物线于点E(x_1，y_E)，交x轴于点F(x_2，0)，

则∠FAA_1=∠CBD.于是Rt△AFA_1∽Rt△BCD，所以$\frac{AA_1}{BD}=\frac{FA_1}{CD}$，即$\frac{y_A}{y_B-y_C}=\frac{1-x_2}{1}$，

过点E作EG⊥AA_1于点G，易得△AEG∽△BCD.

有$\frac{AG}{BD}=\frac{EG}{CD}$，即$\frac{y_A-y_E}{y_B-y_C}=\frac{1-x_1}{1}$，

∵点A(1，y_A)、B(0，y_B)、C(-1，y_C)、E(x_1，y_E)在抛物线$y=ax^2+bx+c$上，

得$y_A=a+b+c$，$y_B=c$，$y_C=a-b+c$，$y_E=ax_1^2+bx_1+c$，∴$\frac{y_A-y_E}{y_B-y_C}=\frac{a+b+c-(ax_1^2+bx_1+c)}{c-(a-b+c)}=1-x_1$，

化简，得$x_1^2+x_1-2=0$，解得$x_1=-2$($x_1=1$舍去)，
∵$y_0\geqslant 0$恒成立，根据题意，有$x_2\leqslant x_1<-1$，

则$1-x_2\geqslant 1-x_1$，即$1-x_2\geqslant 3$.∴$\frac{y_A}{y_B-y_C}\geqslant 3$，∴$\frac{y_A}{y_B-y_C}$的最小值为3.

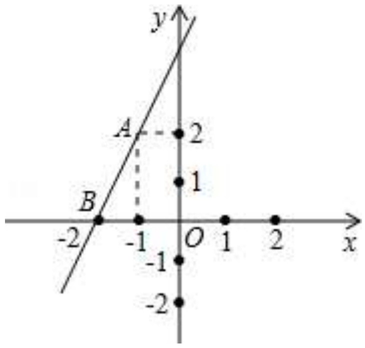
答案：D.

二、填空题：(每小题3分，共18分)

11.(3分)$\sqrt{4}$的算术平方根为_______.
解析：∵$\sqrt{4}=2$，∴$\sqrt{4}$的算术平方根为$\sqrt{2}$.
答案：$\sqrt{2}$.

12.(3分)小林同学为了在体育中考获得好成绩，每天早晨坚持练习跳绳，临考前，体育老师记载了他5次练习成绩，分别为143、145、144、146、a，这五次成绩的平均数为144.小林自己又记载了两次练习成绩为141、147，则他七次练习成绩的平均数为________.
解析：∵小林五次成绩(143、145、144、146、a)的平均数为144，
∴这五次成绩的总数为144×5=720，
∵小林自己又记载了两次练习成绩为141、147，
∴他七次练习成绩的平均数为(720+141+147)÷7=1008÷7=144.
答案：144.

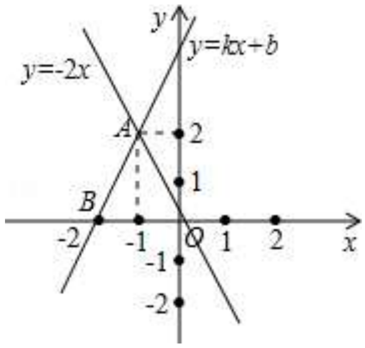
13.(3 分)如图，直线 $y=kx+b$ 过 $A(-1，2)$、$B(-2，0)$两点，则 $0\leqslant kx+b\leqslant -2x$ 的解集为______.



解析：直线 OA 的解析式为 $y=-2x$，

当 $-2\leqslant x\leqslant -1$ 时，$0\leqslant kx+b\leqslant -2x$.

答案：$-2\leqslant x\leqslant -1$.



14.(3 分)在平面直角坐标中，已知点 $A(2，3)$、$B(4，7)$，直线 $y=kx-k(k\neq 0)$与线段 AB 有交点，则 k 的取值范围为_____.

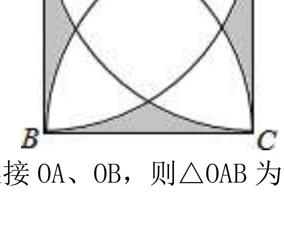
解析：∵$y=k(x-1)$，∴$x=1$ 时，$y=0$，即直线 $y=kx-k$ 过定点$(1，0)$，

∵直线 $y=kx-k(k\neq 0)$与线段 AB 有交点，

∴当直线 $y=kx-k$ 过 $B(4，7)$时，k 值最小，则 $4k-k=7$，解得 $k=\frac{7}{3}$；当直线 $y=kx-k$ 过 $A(2，3)$时，k 值最大，则 $2k-k=3$，解得 $k=3$，∴k 的取值范围为$\frac{7}{3}\leqslant k\leqslant 3$.

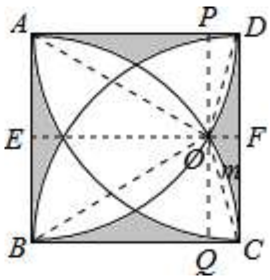
答案：$\frac{7}{3}\leqslant k\leqslant 3$.

15.(3 分)如图，正方形 ABCD 的边长为 2，四条弧分别以相应顶点为圆心，正方形 ABCD 的边长为半径.求阴影部分的面积_______.



解析：设点 O 为弧的一个交点.连接 OA、OB，则△OAB 为等边三角形，∴$\angle OBC=30°$.

过点 O 作 EF⊥CD，分别交 AB、CD 于点 E、F，则 OE 为等边△OAB 的高，



∴$OE=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=\sqrt{3}$，∴$OF=2-\sqrt{3}$.

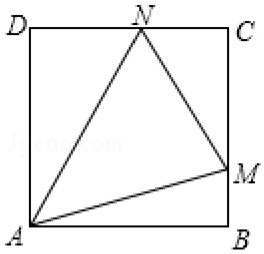
过点 O 作 PQ⊥BC，分别交 AD、BC 于点 P、Q，则 OQ=1.

$S_{弓形OmC}=S_{扇形OBC}-S_{\triangle OBC}=\frac{30\times\pi\times2^2}{360}--\frac{1}{2}\times2\times1=\frac{\pi}{3}-1$.

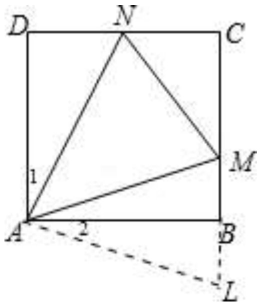
∴$S_{阴影}=4(S_{\triangle OCD}-2S_{弓形OmC})=4[\frac{1}{2}\times2\times(2-\sqrt{3})-2(\frac{\pi}{3}-1)]=16-4\sqrt{3}-\frac{8\pi}{3}$.

答案：$16-4\sqrt{3}-\frac{8\pi}{3}$.

16.(3 分)如图，正方形 ABCD 的边长是 1，点 M，N 分别在 BC，CD 上，使得△CMN 的周长为 2，则△MAN 的面积最小值为________.



解析：延长 CB 至 L，使 BL=DN，则 Rt△ABL≌Rt△ADN，故 AL=AN，



∵CM+CN+MN=2，CN+DN+CM+BM=1+1=2，∴MN=DN+BM=BL+BM=ML，

∴△AMN≌△AML(SSS)，∴∠MAN=∠MAL=45°，

设 CM=x，CN=y，MN=z，$x^2+y^2=z^2$，

∵x+y+z=2，则 x=2-y-z，∴$(2-y-z)^2+y^2=z^2$，

整理得 $2y^2+(2z-4)y+(4-4z)=0$，∴$\triangle=4(z-2)^2-32(1-z)\geqslant0$，

即$(z+2-2\sqrt{2})(z+2+2\sqrt{2})\geqslant0$，

又∵z＞0，∴$z\geqslant2\sqrt{2}-2$ 此时 $S_{\triangle AMN}=S_{\triangle AML}=\frac{1}{2}ML\cdot AB=\frac{1}{2}z$，

因此当 $z=2\sqrt{2}-2$，$S_{\triangle AMN}$ 取到最小值为 $\sqrt{2}-1$.

答案：$\sqrt{2}$-1.

三.解答题(17-20每题8分，21-22每题9分，23题10分，24题12分，共72分)

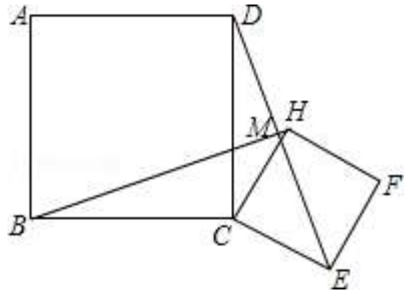
17.(8分)先化简，再求值：$(\frac{1}{a-2}+\frac{1}{a+2})\div\frac{2a}{a+2}$，其中 $a=2-\sqrt{2}$.

解析：将括号内的部分通分，相加后再将除法转化为乘法，然后约分.

答案：原式$=(\frac{a+2}{a^2-4}+\frac{a-2}{a^2-4})\cdot\frac{a+2}{2a}=\frac{2a}{a^2-4}\cdot\frac{a+2}{2a}=\frac{2a}{(a-2)(a+2)}\cdot\frac{a+2}{2a}=\frac{1}{a-2}$,

当 $a=2-\sqrt{2}$时，原式$=\frac{1}{2-\sqrt{2}-2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

18.(8分)在平面内正方形ABCD与正方形CEFH如图放置，连DE，BH，两线交于M.求证：



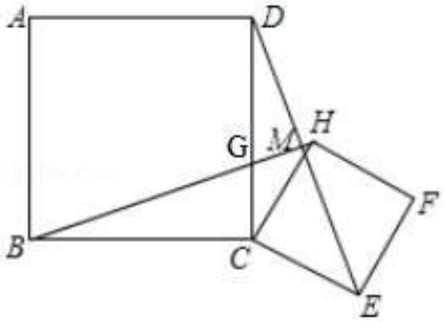
(1)BH=DE.

(2)BH⊥DE.

解析:(1)根据正方形的性质可得BC=CD,CE=CH,∠BCD=∠ECH=90°,然后求出∠BCH=∠DCE,再利用“边角边”证明△BCH和△DCE全等，根据全等三角形对应边相等证明即可；

(2)根据全等三角形对应角相等可得∠CBH=∠CDE，然后根据三角形的内角和定理求出∠DMB=∠BCD=90°，再根据垂直的定义证明即可.

答案：(1)在正方形ABCD与正方形CEFH中，BC=CD，CE=CH，∠BCD=∠ECH=90°，



∴∠BCD+∠DCH=∠ECH+∠DCH，即∠BCH=∠DCE，

在△BCH和△DCE中，$\begin{cases}BC=CD\\ \angle BCH=\angle DCE\\ CE=CH\end{cases}$，∴△BCH≌△DCE(SAS)，∴BH=DE；

(2)∵△BCH≌△DCE，∴∠CBH=∠CDE，

又∵∠CGB=∠MGD，∴∠DMB=∠BCD=90°，∴BH⊥DE.

19.(8分)学校举行“文明环保，从我做起”征文比赛.现有甲、乙两班各上交30篇作文，现将两班的各30篇作文的成绩(单位：分)统计如下：

甲班：

等级	成绩（S）	频数
A	$90<S\leqslant 100$	x
B	$80<S\leqslant 90$	15
C	$70<S\leqslant 80$	10
D	$S\leqslant 70$	3
合计		30

乙班：

根据上面提供的信息回答下列问题

(1)表中 x=_____，甲班学生成绩的中位数落在等级______中，扇形统计图中等级D部分的扇形圆心角 n=_______.

(2)现学校决定从两班所有A等级成绩的学生中随机抽取2名同学参加市级征文比赛.求抽取到两名学生恰好来自同一班级的概率(请列树状图或列表求解).

解析：(1)利用总人数30减去其它各组的人数就是x的值，根据中位数的定义求得中位数的值，利用360°乘以对应的比例就可求得圆心角的度数；

(2)甲班的人用甲表示，乙班的人用乙表示，利用列举法即可求得概率.

答案：(1)x=30-15-10-3=2;中位数落在B组;等级D部分的扇形圆心角 $n=360°\times\frac{3}{30}=36°$；

故答案是：2，B，36°；

(2)乙班A等级的人数是：30×10%=3，

则甲班的二个人用甲表示，乙班的三个人用乙表示.

共有20种情况，则抽取到两名学生恰好来自同一班级的概率是：$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$.

20.(8分)一元二次方程 $mx^2-2mx+m-2=0$.

(1)若方程有两实数根，求m的范围.

(2)设方程两实根为 x_1，x_2，且 $|x_1-x_2|=1$，求m.

解析：(1)根据关于x的一元二次方程 $mx^2-2mx+m-2=0$ 有两个实数根，得出 $m\neq 0$ 且 $(-2m)^2-4\cdot m\cdot(m-2)\geqslant 0$，求出m的取值范围即可；

(2)根据方程两实根为x_1,x_2,求出x_1+x_2和$x_1 \cdot x_2$的值,再根据$|x_1-x_2|=1$,得出$(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=1$,再把x_1+x_2和$x_1 \cdot x_2$的值代入计算即可.

答案:(1)∵关于x的一元二次方程$mx^2-2mx+m-2=0$有两个实数根,

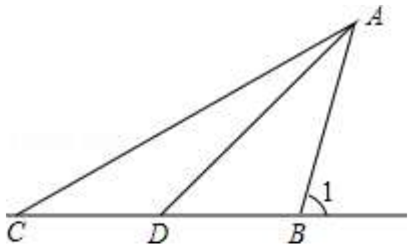
∴$m\neq0$且$\triangle\geqslant0$,即$(-2m)^2-4 \cdot m \cdot (m-2)\geqslant0$,解得$m\geqslant0$,∴m的取值范围为$m>0$.

(2)∵方程两实根为x_1,x_2,∴$x_1+x_2=2$,$x_1 \cdot x_2=\frac{m-2}{m}$,

∵$|x_1-x_2|=1$,∴$(x_1-x_2)^2=1$,∴$(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=1$,∴$2^2-4\times\frac{m-2}{m}=1$,解得:$m=8$;

经检验$m=8$是原方程的解.

21.(9分)小方与同学一起去郊游,看到一棵大树斜靠在一小土坡上,他想知道树有多长,于是他借来测角仪和卷尺.如图,他在点C处测得树AB顶端A的仰角为30°,沿着CB方向向大树行进10米到达点D,测得树AB顶端A的仰角为45°,又测得树AB倾斜角∠1=75°.



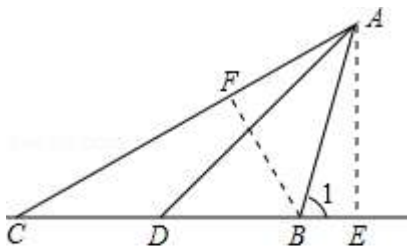
(1)求AD的长.

(2)求树长AB.

解析:(1)过点A作AE⊥CB于点E,设AE=x,分别表示出CE、DE,再由CD=10,可得方程,解出x的值,在Rt△ADE中可求出AD;

(2)过点B作BF⊥AC于点F,设BF=y,分别表示出CF、AF,解出y的值后,在Rt△ABF中可求出AB的长度.

答案:(1)过点A作AE⊥CB于点E,设AE=x,



在Rt△ACE中,∠C=30°,∴$CE=\sqrt{3}x$,

在Rt△ADE中,∠ADE=45°,∴DE=AE=x,∴CE-DE=10,即$\sqrt{3}x-x=10$,解得:$x=5(\sqrt{3}+1)$,

∴$AD=\sqrt{2}x=5\sqrt{6}+5\sqrt{2}$

答:AD的长为$(5\sqrt{6}+5\sqrt{2})$米.

(2)由(1)可得$AC=2AE=(10\sqrt{3}+10)$米,过点B作BF⊥AC于点F,

∵∠1=75°,∠C=30°,∴∠CAB=45°,

设BF=y,

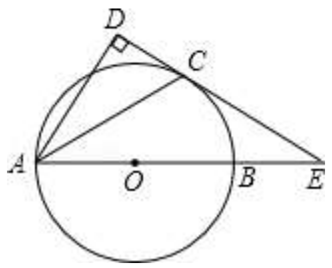
在Rt△CBF中,$CF=\sqrt{3}BF=\sqrt{3}y$,

在Rt△BFA中,AF=BF=y,∴$\sqrt{3}y+y=(10\sqrt{3}+10)$,解得:y=10,

在Rt△ABF中,$AB=\sqrt{AF^2+BF^2}=10\sqrt{2}$米.

答:树高AB的长度为$10\sqrt{2}$米.

22.(9分)如图，以AB为直径的⊙O交∠BAD的角平分线于C，过C作CD⊥AD于D，交AB的延长线于E.



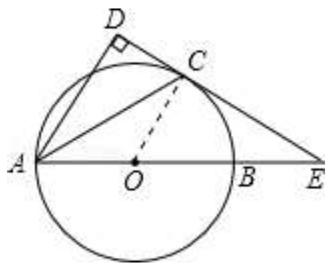
(1)求证：CD为⊙O的切线.

(2)若$\frac{CD}{AD}=\frac{3}{4}$，求cos∠DAB.

解析：(1)连接OC，推出∠DAC=∠CAB，∠OAC=∠OCA，求出∠DAC=∠OCA，得出OC∥AD，推出OC⊥DC，根据切线的判定判断即可；

(2)连接BC，可证明△ACD∽△ABC，得出比例式，求出BC，求出圆的直径AB，再根据勾股定理得出CE，即可求出答案.

答案：(1)证明：连接OC，



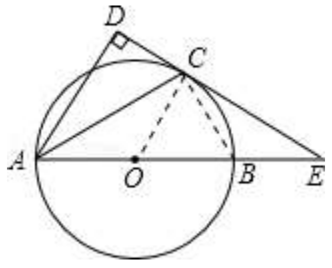
∵AC平分∠DAB，∴∠DAC=∠CAB，

∵OC=OA，∴∠OAC=∠OCA，∴∠DAC=∠OCA，∴OC∥AD，

∵AD⊥CD，∴OC⊥CD，

∵OC为⊙O半径，∴CD是⊙O的切线；

(2)连接BC，



∵AB为直径，∴∠ACB=90°，

∵AC平分∠BAD，∴∠CAD=∠CAB，

∴$\frac{CD}{AD}=\frac{3}{4}$，∴令CD=3，AD=4，得AC=5，∴$\frac{BC}{AC}=\frac{3}{4}$，∴BC=$\frac{15}{4}$，

由勾股定理得AB=$\frac{25}{4}$，∴OC=$\frac{25}{8}$，

∵OC∥AD，∴$\frac{OC}{AD}=\frac{OE}{AE}$，∴$\frac{\frac{25}{8}}{4}=\frac{AE-\frac{25}{8}}{AE}$，解得 AE=$\frac{100}{7}$，∴cos∠DAB=$\frac{AD}{AE}=\frac{4}{\frac{100}{7}}=\frac{7}{25}$.

23.(10 分)大学生小张利用暑假 50 天在一超市勤工俭学，被安排销售一款成本为 40 元/件的新型商品，此类新型商品在第 x 天的销售量 p 件与销售的天数 x 的关系如下表：

x（天）	1	2	3	…	50
p（件）	118	116	114	…	20

销售单价 q(元/件)与 x 满足：当 1≤x＜25 时 q=x+60；当 25≤x≤50 时 q=40+$\frac{1125}{x}$.

(1)请分析表格中销售量 p 与 x 的关系，求出销售量 p 与 x 的函数关系.

(2)求该超市销售该新商品第 x 天获得的利润 y 元关于 x 的函数关系式.

(3)这 50 天中，该超市第几天获得利润最大？最大利润为多少？

解析：(1)由表格可以看出销售量 p 件与销售的天数 x 成一次函数，设出函数解析式，进一步代入求得答案即可；

(2)利用利润=售价-成本，分别求出在 1≤x＜25 和 25≤x≤50 时，求得 y 与 x 的函数关系式；

(3)利用(2)中的函数解析式分别求得最大值，然后比较两者的大小得出答案即可.

答案：(1)设销售量 p 件与销售的天数 x 的函数解析式为 p=kx+b，

代入(1，118)，(2，116)得$\begin{cases}k+b=118\\2k+b=116\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-2\\b=120\end{cases}$

因此销售量 p 件与销售的天数 x 的函数解析式为 p=-2x+120；

(2)当 1≤x＜25 时，

$y=(60+x-40)(-2x+120)=-2x^2+80x+2400$，

当 25≤x≤50 时，

$y=(40+\frac{1125}{x}-40)(-2x+120)=\frac{135000}{x}-2250$；

(3)当 1≤x＜25 时，

$y=-2x^2+80x+2400$，$=-2(x-20)^2+3200$，

∵-2＜0，∴当 x=20 时，y 有最大值 y_1，且 $y_1=3200$；

当 25≤x≤50 时，$y=\frac{135000}{x}-2250$；

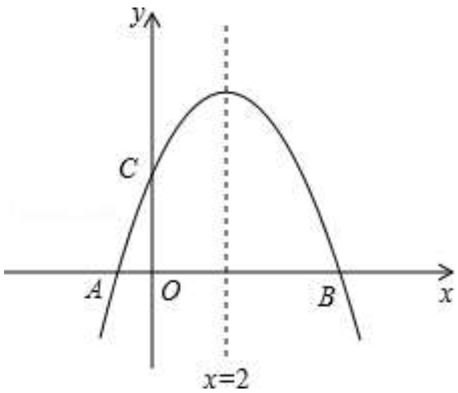
∵135000＞0，∴$\frac{135000}{x}$随 x 的增大而减小，

当 x=25 时，$\frac{135000}{x}$最大，

于是，x=25 时，$y=\frac{135000}{x}-2250$ 有最大值 y_2，且 $y_2=5400-2250=3150$.

∵$y_1>y_2$∴这 50 天中第 20 天时该超市获得利润最大，最大利润为 3200 元.

24.(12分)如图，在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=\frac{5}{4}x+m$的图象与x轴交于A(-1,0)，与y轴交于点C.以直线x=2为对称轴的抛物线C_1：$y=ax^2+bx+c(a\neq0)$经过A、C两点，并与x轴正半轴交于点B.



(1)求m的值及抛物线C_1：$y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的函数表达式.

(2)设点D(0，$\frac{25}{12}$)，若F是抛物线C_1：$y=ax^2+bx+c(a\neq0)$对称轴上使得△ADF的周长取得最小值的点，过F任意作一条与y轴不平行的直线交抛物线C_1于$M_1(x_1,y_1)$，$M_2(x_2,y_2)$两点，试探究$\frac{1}{M_1F}+\frac{1}{M_2F}$是否为定值？请说明理由.

(3)将抛物线C_1作适当平移，得到抛物线C_2：$y_2=-\frac{1}{4}(x-h)^2$，h＞1.若当1＜x≤m时，$y_2\geq-x$恒成立，求m的最大值.

解析：(1)只需将A点坐标代入一次函数关系式即可求出m值，利用待定系数法和二次函数的图象与性质列出关于a、b、c的方程组求出a、b、c的值就可求出二次函数关系式；

(2)先运用轴对称的性质找到点F的坐标，再运用一元二次方程根与系数的关系及平面直角坐标系中两点之间的距离公式求出M_1M_2、M_1F、M_2F，证出$M_1F\bullet M_2F=M_1M_2$，最后可求$\frac{1}{M_1F}+\frac{1}{M_2F}=1$；

(3)设$y_2=-x^2$的两根分别为x_0，x_0，因为抛物线C_2：$y_2=-\frac{1}{4}(x-h)^2$可以看成由$y=-\frac{1}{4}x^2$左右平移得到，观察图象可知，随着图象向右移，x_0，x_0的值不断增大，所以当1＜x≤m，$y_2\geq-x$恒成立时，m最大值在x_0处取得，根据题意列出方程求出x_0，即可求解.

答案：(1)∵一次函数$y=\frac{5}{4}x+m$的图象与x轴交于A(-1，0)∴$0=-\frac{5}{4}+m$∴$m=\frac{5}{4}$.

∴一次函数的解析式为$y=\frac{5}{4}x+\frac{5}{4}$.∴点C的坐标为(0，$\frac{5}{4}$).

∵$y=ax^2+bx+c(a\neq0)$经过A、C两点且对称轴是x=2，∴$\begin{cases}a-b+c=0\\c=\frac{5}{4}\\-\frac{b}{2a}=2\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=-\frac{1}{4}\\b=1\\c=\frac{5}{4}\end{cases}$

∴$y=-\frac{1}{4}x^2+x+\frac{5}{4}$.∴m的值为$\frac{5}{4}$，抛物线$C_1$的函数表达式为$y=-\frac{1}{4}x^2+x+\frac{5}{4}$.

(2)要使△ADF 的周长取得最小，只需 AF+DF 最小

连接 BD 交 $x=2$ 于点 F，因为点 B 与点 A 关于 $x=2$ 对称，

根据轴对称性质以及两点之间线段最短，可知此时 AF+DF 最小.

令 $y=-\frac{1}{4}x^2+x+\frac{5}{4}$中的 $y=0$，则 $x=-1$ 或 5，∴B(5，0)，

∵D(0，$\frac{25}{12}$)，∴直线 BD 解析式为 $y=-\frac{5}{12}x+\frac{25}{12}$，∴F(2，$\frac{5}{4}$).

令过 F(2，$\frac{5}{4}$)的直线 M_1M_2 解析式为 $y=kx+b$，则$\frac{5}{4}=2k+b$，∴$b=\frac{5}{4}-2k$，

则直线 M_1M_2 的解析式为 $y=kx+\frac{5}{4}-2k$.

解法一：由$\begin{cases} y=kx+\frac{5}{4}-2k \\ y=-\frac{1}{4}x^2+x+\frac{5}{4} \end{cases}$，得 $x^2-(4-4k)x-8k=0$，∴$x_1+x_2=4-4k$，$x_1x_2=-8k$，

∵$y_1=kx_1+\frac{5}{4}-2k$，$y_2=kx_2+\frac{5}{4}-2k$∴$y_1-y_2=k(x_1-x_2)$

∴$M_1M_2=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$

$=\sqrt{(x_1-x_2)^2+k^2(x_1-x_2)^2}$

$=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1-x_2)^2}$

$=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(4-4k)^2+32k}$

$=4(1+k^2)$

$M_1F=\sqrt{(x_1-2)^2+(y_1-\frac{5}{4})^2}$

$=\sqrt{(x_1-2)^2+(kx_1+\frac{5}{4}-2k-\frac{5}{4})^2}$

$=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1-2)^2}$

同理 $M_2F=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_2-2)^2}$

∴$M_1F\cdot M_2F=(1+k^2)\sqrt{(x_1-2)^2(x_2-2)^2}$

$=(1+k^2)\sqrt{[x_1x_2-2(x_1+x_2)+4]^2}$

$=(1+k^2)\sqrt{[-8k-2(4-4k)+4]^2}$

$=4(1+k^2)=M_1M_2$

$\therefore \frac{1}{M_1F}+\frac{1}{M_2F}=\frac{M_1F+M_2F}{M_1F\cdot M_2F}=\frac{M_1M_2}{M_1F\cdot M_2F}=1$；

解法二：

$\because y=-\frac{1}{4}x^2+x+\frac{5}{4}=-\frac{1}{4}(x-2)^2+\frac{9}{4}$，$\therefore (x-2)^2=9-4y$

设 $M_1(x_1，y_1)$，则有 $(x_1-2)^2=9-4y_1$.

$\therefore M_1F=\sqrt{(x_1-2)^2+(\frac{5}{4}-y_1)^2}=\sqrt{(\frac{5}{4}-y_1)^2+9-4y_1}=\frac{13}{4}-y_1$；

设 $M_2(x_2，y_2)$，同理可求得：$M_2F=\frac{13}{4}-y_2$.

$\therefore \frac{1}{M_1F}+\frac{1}{M_2F}=\frac{M_1F+M_2F}{M_1F\cdot M_2F}=\frac{(\frac{13}{4}-y_1)+(\frac{13}{4}-y_2)}{(\frac{13}{4}-y_1)\cdot(\frac{13}{4}-y_2)}=$

$\frac{\frac{13}{2}-(y_1+y_2)}{\frac{169}{16}-\frac{13}{4}(y_1+y_2)+y_1y_2}$ ①.

直线 M_1M_2 的解析式为 $y=kx+\frac{5}{4}-2k$，即：$y-\frac{5}{4}=k(x-2)$.

联立 $y-\frac{5}{4}=k(x-2)$ 与抛物线 $(x-2)^2=9-4y$，得：$y^2+(4k^2-\frac{5}{2})y+\frac{25}{16}-9k^2=0$，

$\therefore y_1+y_2=\frac{5}{2}-4k^2$，$y_1y_2=\frac{25}{16}-9k^2$，代入①式，得：$\frac{1}{M_1F}+\frac{1}{M_2F}=\frac{4k^2+4}{4k^2+4}=1$.

(3)设 $y_2=-x^2$ 的两根分别为 x_0，x_0'，

$\because$抛物线 C_2：$y_2=-\frac{1}{4}(x-h)^2$ 可以看成由 $y=-\frac{1}{4}x^2$ 左右平移得到，观察图象可知，随着图象向右移，x_0，x_0' 的值不断增大，

$\therefore$当 $1<x\leqslant m$，$y_2\geqslant -x$ 恒成立时，m 最大值在 x_0' 处取得，

$\therefore$当 $x_0=1$ 时，对应的 x_0' 即为 m 的最大值，

将 $x_0=1$ 代入 $y_2=-\frac{1}{4}(x-h)^2-x$，得 $(1-h)^2=4$，$\therefore h=3$ 或 -1(舍)，

将 $h=3$ 代入 $y_2=-\frac{1}{4}(x-h)^2=-x$ 有 $-\frac{1}{4}(x-3)^2=-x$，$\therefore x_0=1$，$x_0'=9$. $\therefore$m 的最大值为 9.