2005年普通高等学校招生全国统试一考试数学试题

天津卷（理工类）

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分,共150分，考试用时120分钟。第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至10页。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

祝各位考生考试顺利！

第Ⅰ卷（选择题 共50分）

注意事项：

1. 答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、准考号、科目涂写在答题卡上，并在规定位置粘贴考试用条形码。
2. 每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答在试卷上的无效。

参考公式：

如果事件A、B互斥，那么

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

如果事件A、B相互独立，那么

$$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$$

如果事件A在一次试验中发生的概率是P，那么n次独立重复试验中恰好发生k次的概率

$$P_n(k)=C_nP^k(1-P)^{n-k}$$

球的体积公式

$$V_{球}=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中R表示球的半径

柱体（棱柱、圆柱）的体积公式

$$V_{柱体}=Sh$$

其中S表示柱体的底面积，h表示柱体的高。

一．选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分，在每小题给出的四个选项中， 只有一项是最符合题目要求的。

（1）设集合 $A=\{x\|4x-1|\geq 9,x\in R\}$， $B=\{x|\frac{x}{x+3}\geq 0,x\in R\}$， 则 $A\cap B=$（　　）

(A) $(-3,-2]$　　(B) $(-3,-2]\cup[0,\frac{5}{2}]$

(C) $(-\infty,-3]\cup[\frac{5}{2},+\infty)$　　(D) $(-\infty,-3)\cup[\frac{5}{2},+\infty)$

(2)若复数 $\frac{a+3i}{1+2i}$（$a\in R$，i 为虚数单位位）是纯虚数，则实数 a 的值为（　　）

(A) −2　　(B) 4　　(C) −6　　(D) 6

(3)给出下列三个命题

①若 $a\geq b>-1$, 则 $\frac{a}{1+a}\geq\frac{b}{1+b}$

②若正整数 m 和 n 满足 $m\leq n$, 则 $\sqrt{m(n-m)}\leq\frac{n}{2}$

③设 $P(x_1,y_1)$ 为圆 $O_1: x^2+y^2=9$ 上任一点，圆 O_2 以 $Q(a,b)$ 为圆心且半径为 1. 当 $(a-x_1)^2+(b-y_1)^2=1$ 时, 圆 O_1 与圆 O_2 相切

其中假命题的个数为（　　）

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D)3

(4)设 α、β、γ 为平面，m、n、l 为直线，则 $m\perp\beta$ 的一个充分条件是（　　）

(A) $\alpha\perp\beta,\alpha\cap\beta=l,m\perp l$　　(B) $\alpha\cap\gamma=m,\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma$

(C) $\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma,m\perp\alpha$　　(D) $n\perp\alpha,n\perp\beta,m\perp\alpha$

(5)设双曲线以椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 长轴的两个端点为焦点，其准线过椭圆的焦点，则双曲线的渐近线的斜率为（　　）

(A) ± 2　　(B) $\pm\dfrac{4}{3}$　　(C) $\pm\dfrac{1}{2}$　　(D) $\pm\dfrac{3}{4}$

(6)从集合 $\{1,2,3,\cdots,11\}$ 中任选两个元素作为椭圆方程 $\dfrac{x^2}{m^2}+\dfrac{y^2}{n^2}=1$ 中的 m 和 n, 则能组成落在矩形区域 $B=\{(x,y)\,||x|<11, 且|y|<9\}$ 内的椭圆个数为（　　）

(A)43　　(B) 72　　(C) 86　　(D) 90

(7)某人射击一次击中的概率为 0.6, 经过 3 次射击, 此人至少有两次击中目标的概率为（　　）

(A) $\dfrac{81}{125}$　　(B) $\dfrac{54}{125}$　　(C) $\dfrac{36}{125}$　　(D) $\dfrac{27}{125}$

(8)要得到函数 $y=\sqrt{2}\cos x$ 的图象，只需将函数 $y=\sqrt{2}\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})$ 的图象上所有的点的（　　）

(A)横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍（纵坐标不变）, 再向左平行移动 $\dfrac{\pi}{8}$ 个单位长度

(B)横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍（纵坐标不变），再向右平行移动 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位长度

(C)横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），再向左平行移动 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位长度

(D)横坐标伸长到原来的 2 倍（纵坐标不变），再向右平行移动 $\dfrac{\pi}{8}$ 个单位长度

(9)设 $f^{-1}(x)$ 是函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}(a^x-a^{-x})\,(a>1)$ 的反函数，则使 $f^{-1}(x)>1$ 成立的 x 的取值范围为（　　）

(A) $(\dfrac{a^2-1}{2a},+\infty)$　　(B) $(-\infty,\dfrac{a^2-1}{2a})$　　(C) $(\dfrac{a^2-1}{2a},a)$　　(D) $[a,+\infty)$

(10)若函数 $f(x)=\log_a(x^3-ax)$ $(a>0,a\neq 1)$ 在区间 $(-\frac{1}{2},0)$ 内单调递增，则 a 的取值范围是(　　)

(A) $[\frac{1}{4},1)$　　(B) $[\frac{3}{4},1)$　　(C) $(\frac{9}{4},+\infty)$　　(D) $(1,\frac{9}{4})$

第Ⅱ卷（非选择题 共 100 分）

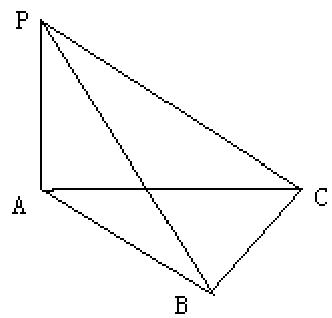
注意事项：

1 答卷前将密封线内的项目填写清楚

2 用钢笔或圆珠笔直接答在试卷上

二．填空题：本大题共 6 小题， 每小题 4 分，共 24 分，把答案填在题中横线上。

（11）设 $n\in N^*$，则 $C_n^1+C_n^2 6+C_n^3 6^2+\cdots+C_n^n 6^{n-1}=$_____________.



（12）如图，PA⊥平面 ABC，∠ABC=90° 且 PA=AC=BC=a 则异面直线 PB 与 AC 所成角的正切值等于________.

（13）在数列{a_n}中，$a_1=1$, $a_2=2$, 且 $a_{n+2}-a_n=1+(-1)^n$ $(n\in N^*)$ 则 S_{100}=______.

（14）在直角坐标系 xOy 中，已知点 A(0,1)和点 B(-3,4)，若点 C 在∠AOB 的平分线上且 $|\overrightarrow{OC}|$=2，则 $\overrightarrow{OC}$=_______________.

（15）某公司有 5 万元资金用于投资开发项目，如果成功，一年后可获利 12%，一旦失败，一年后将丧失全部资金的 50%，下表是过去 200 例类似项目开发的实施结果：

投资成功	投资失败
192 次	8 次

则该公司一年后估计可获收益的期望是___________（元）

（16）设 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{1}{2}$ 对称，则 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)$=_______________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 76 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(17)(本小题满分 12 分)

在 ΔABC 中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 所对的边长分别为 a、b、c，设 a、b、c 满足条件 $b^2+c^2-bc=a^2$ 和 $\frac{c}{b}=\frac{1}{2}+\sqrt{3}$，求 $\angle A$ 和 $\tan B$ 的值

(18)（本小题满分 12 分）

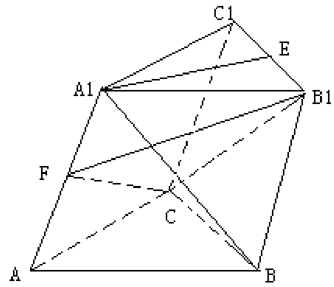
已知 $u_n=a^n+a^{n-1}b+a^{n-2}b^2+\cdots+ab^{n-1}+b^n$ $(n\in N^*,a>0,b>0)$。

（Ⅰ）当 $a=b$ 时，求数列 $\{u_n\}$ 的前 n 项和 S_n

（Ⅱ）求$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{u_n}{u_{n-1}}$

（19）（本小题满分 12 分）

如图，在斜三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$\angle A_1AB=\angle A_1AC, AB=AC, A_1A=A_1B=a$，侧面$B_1BCC_1$与底面 ABC 所成的二面角为$120^\circ$，E、F 分别是棱$B_1C_1$、$A_1A$的中点



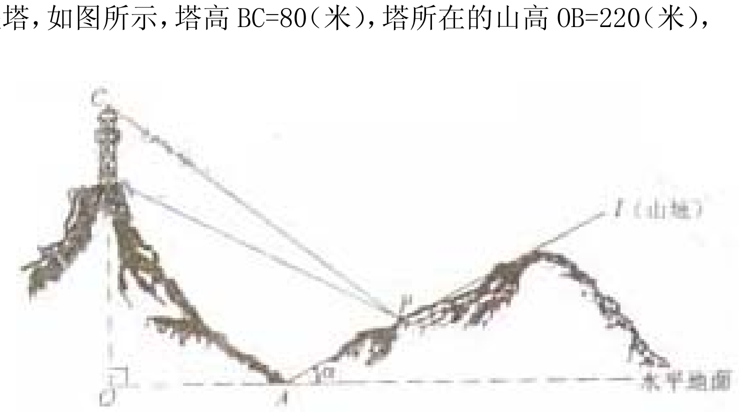
（Ⅰ）求A_1A与底面 ABC 所成的角

（Ⅱ）证明A_1E∥平面B_1FC

（Ⅲ）求经过A_1、A、B、C四点的球的体积

（20）（本小题满分 12）

某人在一山坡 P 处观看对面山项上的一座铁塔，如图所示，塔高 BC=80（米），塔所在的山高 OB=220（米），OA=200（米），图中所示的山坡可视为直线 l 且点 P 在直线 l 上，l与水平地面的夹角为 a ，tana=1/2 试问此人距水平地面多高时，观看塔的视角∠BPC 最大（不计此人的身高）



（21）（本小题满分 14 分）

抛物线 C 的方程为 $y = ax^2 (a < 0)$，过抛物线 C 上一点 P(x_0, y_0)(x_0≠0)作斜率为 k_1, k_2 的两条直线分别交抛物线 C 于 A(x_1, y_1)B(x_2, y_2)两点(P, A, B 三点互不相同)，且满足 $k_2 + \lambda k_1 = 0(\lambda \neq 0且\lambda \neq -1)$。

（Ⅰ）求抛物线 C 的焦点坐标和准线方程

（Ⅱ）设直线 AB 上一点 M，满足 $\overrightarrow{BM} = \lambda\overrightarrow{MA}$，证明线段 PM 的中点在 y 轴上

（Ⅲ）当 λ=1 时，若点 P 的坐标为（1，-1），求∠PAB 为钝角时点 A 的纵坐标 y_1 的取值范围

（22）（本小题满分 14 分）

设函数 $f(x) = x\sin x\,(x \in R)$.

（Ⅰ）证明 $f(x + 2k\pi) - f(x) = 2k\pi\sin x$, 其中为 k 为整数；

（Ⅱ）设 x_0 为 $f(x)$ 的一个极值点，证明 $[f(x_0)]^2 = \dfrac{{x_0}^4}{1 + {x_0}^2}$；

（Ⅲ）设 $f(x)$ 在 (0, +∞) 内的全部极值点按从小到大的顺序排列 $a_1, a_2, \cdots, a_n, \cdots$，证明 $\dfrac{\pi}{2} < a_{n+1} - a_n < \pi \ (n = 1, 2, \cdots)$

2005年全国普通高等学校招生考试数学答案

天津卷（理工类）

一、选择题（每小题5分，共50分）

题号	（1）	（2）	（3）	（4）	（5）	（6）	（7）	（8）	（9）	（10）
答案	D	C	B	D	C	B	A	C	A	B

二、填空题（每小题4分，共24分）

（11）$\frac{1}{6}(7^n-1)$；（12）$\sqrt{2}$；（13）2600；（14）$(-\frac{\sqrt{10}}{5},\frac{3\sqrt{10}}{5})$；（15）4760；（16）0.

三、解答题（共76分，以下各题为累计得分，其他解法请相应给分）

（17）

解：由余弦定理 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{1}{2}$，因此 $\angle A=60^\circ$.

在 ΔABC 中，$\angle C=180^\circ-\angle A-\angle B=120^\circ-\angle B$. 由已知条件，应用正弦定理

$\frac{1}{2}+\sqrt{3}=\frac{c}{b}=\frac{\sin C}{\sin B}=\frac{\sin(120^\circ-B)}{\sin B}=\frac{\sin 120^\circ\cos B-\cos 120^\circ\sin B}{\sin B}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cot B+\frac{1}{2}$，解得 $\cot B=2$

从而 $\tan B=\frac{1}{2}$.

（18）解：（Ⅰ）当 $a=b$ 时，$u_n=(n+1)a^n$. 这时数列 $\{u_n\}$ 的前 n 项和

$$S_n=2a+3a^2+4a^3+\cdots+na^{n-1}+(n+1)a^n. \qquad ①$$

①式两边同乘以 a，得 $aS_n=2a^2+3a^3+4a^4+\cdots+na^n+(n+1)a^{n+1}$ ②

①式减去②式，得 $(1-a)S_n=2a+a^2+a^3+\cdots+a^n-(n+1)a^{n+1}$

若 $a\neq 1$，

$(1-a)S_n=\frac{a(1-a^n)}{1-a}-(n+1)a^{n+1}+a$，$S_n=\frac{a(1-a^n)}{(1-a)^2}+\frac{a-(n+1)a^{n+1}}{1-a}=\frac{(n+1)a^{n+2}-(n+2)a^{n+1}-a^2+2a}{(1-a)^2}$

若 $a=1$，$S_n=2+3+\cdots+n+(n+1)=\frac{n(n+3)}{2}$

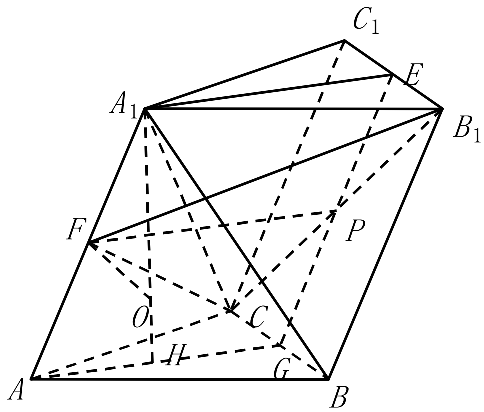
（Ⅱ）由（Ⅰ），当 $a=b$ 时，$u_n=(n+1)a^n$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{u_n}{u_{n-1}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)a^n}{na^{n-1}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a(n+1)}{n}=a$.

当 $a\neq b$ 时，$u_n=a^n+a^{n-1}b+\cdots+ab^{n-1}+b^n=a^n[1+\dfrac{b}{a}+(\dfrac{b}{a})^2+\cdots+(\dfrac{b}{a})^n=a^n\dfrac{1-(\dfrac{b}{a})^{n+1}}{1-\dfrac{b}{a}}=\dfrac{1}{a-b}(a^{n+1}-b^{n+1})$

此时，$\dfrac{u_n}{u_{n-1}}=\dfrac{a^{n+1}-b^{n+1}}{a^n-b^n}$.

若 $a>b>0$，$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{u_n}{u_{n-1}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a^{n+1}-b^{n+1}}{a^n-b^n}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a-b(\dfrac{b}{a})^n}{1-(\dfrac{b}{a})^n}=a$.

若 $b>a>0$，$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{u_n}{u_{n-1}}==\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a(\dfrac{a}{b})^n-b}{(\dfrac{a}{b})^n-1}=b$.



（19）解：（Ⅰ）过 A_1 作 $A_1H\perp$ 平面 ABC，垂足为 H.

连结 AH，并延长交 BC 于 G，于是 $\angle A_1AH$ 为 A_1A 与底面 ABC 所成的角.

$\because \angle A_1AB=\angle A_1AC$，$\therefore AG$ 为 $\angle BAC$ 的平分线.

又$\because AB=AC$，$\therefore AG\perp BC$，且 G 为 BC 的中点.

因此，由三垂线定理 $A_1A\perp BC$.

$\because A_1A // B_1B$，且 $EG // B_1B$，$\therefore EG\perp BC$. 于是 $\angle AGE$ 为二面角 $A-BC-E$ 的平面角，

即 $\angle AGE=120^\circ$. 由于四边形 A_1AGE 为平行四边形，得 $\angle A_1AG=60^\circ$.

（Ⅱ）证明：设 EG 与 B_1C 的交点为 P，则点 P 为 EG 的中点. 连结 PF.

在平行四边形 $AGEA_1$ 中，因 F 为 A_1A 的中点，故 $A_1E // FP$.

而 $FP\subset$ 平面 B_1FC，$A_1E\not\subset$ 平面 B_1FC，所以 $A_1E //$ 平面 B_1FC.

（Ⅲ）连结 A_1C. 在 ΔA_1AC 和 ΔA_1AB 中，由于 $AC=AB$，$\angle A_1AB=\angle A_1AC$，$A_1A=A_1A$，则

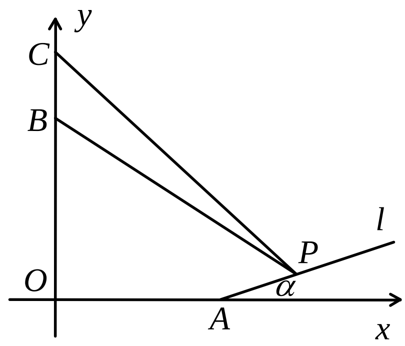
$\Delta A_1AC\cong\Delta A_1AB$，故 $A_1C=A_1B$. 由已知得 $A_1A=A_1B=A_1C=a$.

又∵ $A_1H\perp$ 平面 ABC，∴ H 为 ΔABC 的外心.

设所求球的球心为 O，则 $O\in A_1H$，且球心 O 与 A_1A 中点的连线 $OF\perp A_1A$.

在 $Rt\Delta A_1FO$ 中，$A_1O=\dfrac{A_1F}{\cos AA_1H}=\dfrac{\frac{1}{2}a}{\cos 30^\circ}=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. 故所求

球的半径 $R=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$，球的体积 $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4\sqrt{3}}{27}\pi a^3$.



（20）解：如图所示，建立平面直角坐标系，则 $A(200,0)$，

$B(0,220)$，$C(0,300)$.

直线 l 的方程为 $y=(x-200)\tan\alpha$，即 $y=\dfrac{x-200}{2}$.

设点 P 的坐标为 (x,y)，则 $P(x,\dfrac{x-200}{2})$（$x>200$）

由经过两点的直线的斜率公式 $k_{PC}=\dfrac{\frac{x-200}{2}-300}{x}=\dfrac{x-800}{2x}$，$k_{PB}=\dfrac{\frac{x-200}{2}-220}{x}=\dfrac{x-640}{2x}$.

由直线 PC 到直线 PB 的角的公式得 $\tan BPC=\dfrac{k_{PB}-k_{PC}}{1+k_{PB}k_{PC}}=\dfrac{\frac{160}{2x}}{1+\frac{x-800}{2x}\cdot\frac{x-640}{2x}}=\dfrac{64x}{x^2-288x+160\times 640}$

$$=\frac{64}{x+\frac{160\times 640}{x}-288}\quad（x>200）$$

要使 $\tan BPC$ 达到最大，只须 $x+\dfrac{160\times 640}{x}-288$ 达到最小.

由均值不等式 $x+\dfrac{160\times 640}{x}-288\ge 2\sqrt{160\times 640}-288$. 当且仅当 $x=\dfrac{160\times 640}{x}$ 时上式取等号. 故当 $x=320$ 时 $\tan BPC$ 最大. 这时，点 P 的纵坐标 y 为 $y=\dfrac{320-200}{2}=60$.

由此实际问题知，$0<\angle BPC<\dfrac{\pi}{2}$，所以 $\tan BPC$ 最大时，$\angle BPC$ 最大. 故当此人距水平地面 60 米高时，观看铁塔的视角 $\angle BPC$ 最大.

（21）解：（Ⅰ）由抛物线 C 的方程 $y=ax^2$（$a<0$）得，焦点坐标为 $(0,\dfrac{1}{4a})$，准线方程为 $y=-\dfrac{1}{4a}$.

（Ⅱ）证明：设直线 PA 的方程为 $y-y_0=k_1(x-x_0)$，直线 PB 的方程为 $y-y_0=k_2(x-x_0)$.

点$P(x_0,y_0)$和点$A(x_1,y_1)$的坐标是方程组$\begin{cases} y-y_0=k_1(x-x_0) & ① \\ y=ax^2 & ② \end{cases}$

的解．将②式代入①式得$ax^2-k_1x+k_1x_0-y_0=0$，于是$x_1+x_0=\dfrac{k_1}{a}$，故$x_1=\dfrac{k_1}{a}-x_0$　③

又点$P(x_0,y_0)$和点$B(x_2,y_2)$的坐标是方程组$\begin{cases} y-y_0=k_1(x-x_0) & ④ \\ y=ax^2 & ⑤ \end{cases}$

的解．将⑤式代入④式得$ax^2-k_2x+k_2x_0-y_0=0$．于是$x_2+x_0=\dfrac{k_2}{a}$，故$x_2=\dfrac{k_2}{a}-x_0$．

由已知得，$k_2=-\lambda k_1$，则$x_2=-\dfrac{\lambda}{a}k_1-x_0$．　⑥

设点M的坐标为(x_M,y_M)，由$\overrightarrow{BM}-\lambda\overrightarrow{MA}$，则$x_M=\dfrac{x_2+\lambda x_1}{1+\lambda}$．

将③式和⑥式代入上式得$x_M=\dfrac{-x_0-\lambda x_0}{1+\lambda}=-x_0$，即$x_M+x_0=0$．所以线段$PM$的中点在$y$轴上．

（Ⅲ）因为点$P(1,-1)$在抛物线$y=ax^2$上，所以$a=-1$，抛物线方程为$y=-x^2$．

由③式知$x_1=-k_1-1$，代入$y=-x^2$得$y_1=-(k_1+1)^2$．

将$\lambda=1$代入⑥式得$x_2=k_1-1$，代入$y=-x^2$得$y_2=-(k_2+1)^2$．

因此，直线PA、PB分别与抛物线C的交点A、B的坐标为

$A(-k_1-1,-k_1{}^2-2k_1-1)$，$B(k_1-1,-k_1{}^2+2k_1-1)$．于是$\overrightarrow{AP}=(k_1+2,k_1{}^2+2k_1)$，$\overrightarrow{AB}=(2k_1,4k_1)$，

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=2k_1(k_1+2)+4k_1(k_1{}^2+2k_1)=2k_1(k_1+2)(2k_1+1)$．

因$\angle PAB$为钝角且P、A、B三点互不相同，故必有$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}<0$．

求得k_1的取值范围是$k_1<-2$或$-\dfrac{1}{2}<k_1<0$．又点A的纵坐标y_1满足$y_1=-(k_1+1)^2$，故

当$k_1<-2$时，$y_1<-1$；当$-\dfrac{1}{2}<k_1<0$时，$-1<y_1<-\dfrac{1}{4}$．即$y_1\in(-\infty,-1)\cup(-1,-\dfrac{1}{4})$

（22）解：（Ⅰ）证明：由函数$f(x)$的定义，对任意整数k，有

$f(x+2k\pi)-f(x)=(x+2k\pi)\sin(x+2k\pi)-x\sin x=(x+2k\pi)\sin x-x\sin x=2k\pi\sin x$．

（Ⅱ）证明：函数$f(x)$在定义域R上可导，$f'(x)=\sin x+x\cos x$　①

令 $f'(x)=0$，得 $\sin x+x\cos x=0$．显然，对于满足上述方程的 x 有 $\cos x\neq 0$，上述方程化简为

$x=-\tan x$．此方程一定有解． $f(x)$ 的极值点 x_0 一定满足 $\tan x_0=-x_0$．

由 $\sin^2 x=\dfrac{\sin^2 x}{\sin^2 x+\cos^2 x}=\dfrac{\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$，得 $\sin^2 x_0=\dfrac{\tan^2 x_0}{1+\tan^2 x_0}$．

因此，$[f(x_0)]^2=x_0{}^2\sin^2 x_0=\dfrac{x_0{}^4}{1+x_0{}^2}$．

（III）证明：设 $x_0>0$ 是 $f'(x)=0$ 的任意正实数根，即 $x_0=-\tan x_0$，则存在一个非负整数 k，使

$x_0\in(\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\pi+k\pi)$，即 x_0 在第二或第四象限内．由①式， $f'(x)=\cos x(\tan x+x)$ 在第二或第四象限中的符号可列表如下：

x		$(\frac{\pi}{2}+k\pi,x_0)$	x_0	$(x_0,\pi+k\pi)$
$f'(x)$ 的符号	k 为奇数	－	0	＋
	k 为偶数	＋	0	－

所以满足 $f'(x)=0$ 的正根 x_0 都为 $f(x)$ 的极值点．

由题设条件，a_1，a_2，$\cdots$，a_n，$\cdots$为方程 $x=-\tan x$ 的全部正实数根且满足 $a_1<a_2<\cdots<a_n<\cdots$，

那么对于 $n=1,2,\cdots$，$a_{n+1}-a_n=-(\tan a_{n+1}-\tan a_n)=-(1+\tan a_{n+1}\cdot\tan a_n)\tan(a_{n+1}-a_n)$．　②

由于 $\dfrac{\pi}{2}+(n-1)\pi<a_n<\pi+(n-1)\pi$，$\dfrac{\pi}{2}+n\pi<a_{n+1}<\pi+n\pi$，则 $\dfrac{\pi}{2}<a_{n+1}-a_n<\dfrac{3\pi}{2}$，

由于 $\tan a_{n+1}\cdot\tan a_n>0$，由②式知 $\tan(a_{n+1}-a_n)<0$．由此可知 $a_{n+1}-a_n$ 必在第二象限，

即 $a_{n+1}-a_n<\pi$．　综上，$\dfrac{\pi}{2}<a_{n+1}-a_n<\pi$．