2015年山东省烟台市中考真题数学

一、选择题(本题共12小题，每小题3分，满分36分)每小题都给出标号为A、B、C、D四个备选答案，其中并且只有一个是正确的

1.(3分)$-\dfrac{2}{3}$的相反数是(　　)

A.$-\dfrac{2}{3}$

B.$\dfrac{2}{3}$

C.$-\dfrac{3}{2}$

D.$\dfrac{3}{2}$

解析：$-\dfrac{2}{3}$的相反数是$\dfrac{2}{3}$.

答案：B.

2.(3分)剪纸是我国最古老民间艺术之一，被列入第四批《人类非物质文化遗产代表作名录》，下列剪纸作品中，是中心对称图形但不是轴对称图形的是(　　)

A.

B.

C.

D.

解析：A、是轴对称图形，不是中心对称图形.故错误；

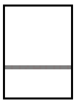
B、是轴对称图形，也是中心对称图形.故错误；

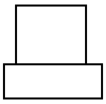
C、不是轴对称图形，也不是中心对称图形.故错误；

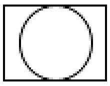
D、不是轴对称图形，是中心对称图形.故正确.

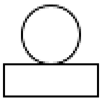
答案：D.

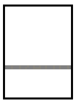
3.(3分)如图，将一个圆柱体放置在长方体上，其中圆柱体的底面直径与长方体的宽相平，则该几何体的左视图是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：从左面看易得左视图为：.

答案：A.

4.(3 分)下列等式不一定成立的是(　　)

A. $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (b≠0)

B. $a^3\cdot a^{-5}=\frac{1}{a^2}$ (a≠0)

C. $a^2-4b^2=(a+2b)(a-2b)$

D. $(-2a^3)^2=4a^6$

解析：A、$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (a≥0，b＞0)，故此选项错误，符合题意；

B、$a^3\cdot a^{-5}=\frac{1}{a^2}$ (a≠0)，正确，不合题意；

C、$a^2-4b^2=(a+2b)(a-2b)$，正确，不合题意；

D、$(-2a^3)^2=4a^6$，正确，不合题意.

答案：A.

5.(3 分)丽华根据演讲比赛中九位评委所给的分数作了如下表格

平均数	中位数	众数	方差
8.5	8.3	8.1	0.15

如果去掉一个最高分和一个最低分，则表中数据一定不发生变化的是(　　)

A.平均数

B.众数

C.方差

D.中位数

解析：去掉一个最高分和一个最低分对中位数没有影响.

答案：D.

6.(3 分)如果 $x^2-x-1=(x+1)^0$，那么 x 的值为(　　)

A. 2 或-1

B. 0 或 1

C. 2

D. -1

解析：∵$x^2-x-1=(x+1)^0$，

∴$x^2-x-1=1$，

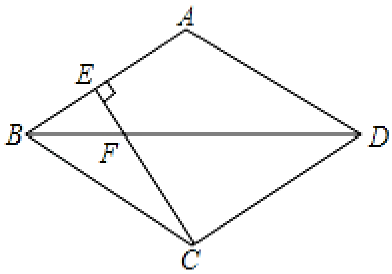
即 $(x-2)(x+1)=0$，

解得：$x_1=2$，$x_2=-1$，

当 x=-1 时，x+1=0，故 $x\neq-1$.

答案：C.

7.(3 分)如图，BD 是菱形 ABCD 的对角线，CE⊥AB 交于点 E，交 BD 于点 F，且点 E 是 AB 中点，则 tan∠BFE 的值是(　　)



A. $\frac{1}{2}$

B. 2

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\sqrt{3}$

解析：∵四边形 ABCD 是菱形，

∴AB=BC，

∵CE⊥AB，点 E 是 AB 中点，

∴∠ABC=60°，

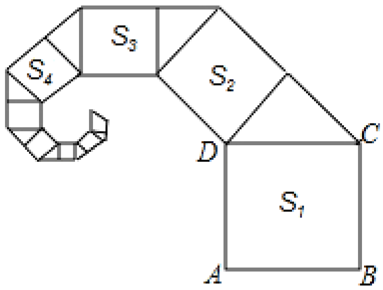
∴∠EBF=30°，

∴∠BFE=60°，

∴tan∠BFE 的值为 $\sqrt{3}$.

答案：D.

8.(3 分)如图，正方形 ABCD 的边长为 2，其面积标记为 S_1，以 CD 为斜边作等腰直角三角形，以该等腰直角三角形的一条直角边为边向外作正方形，其面积标记为 S_2，…按照此规律继续下去，则 S_{2015} 的值为(　　)



A. $(\frac{\sqrt{2}}{2})^{2012}$

B. $(\frac{\sqrt{2}}{2})^{2013}$

C. $(\frac{1}{2})^{2012}$

D. $(\frac{1}{2})^{2013}$

解析：根据题意：第一个正方形的边长为 2；

第二个正方形的边长为：$\frac{\sqrt{2}}{2}\times 2$；

第三个正方形的边长为：$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\times 2$，

…

第 n 个正方形的边长是$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}\times 2$，

所以 S_{2015} 的值是$(\frac{1}{2})^{2012}$.

答案：C

9.(3 分)等腰三角形边长分别为 a，b，2，且 a，b 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-6x+n-1=0$ 的两根，则 n 的值为(　　)

A. 9

B. 10

C. 9 或 10

D. 8 或 10

解析：∵三角形是等腰三角形，

∴①a=2，或 b=2，②a=b 两种情况，

①当 a=2，或 b=2 时，

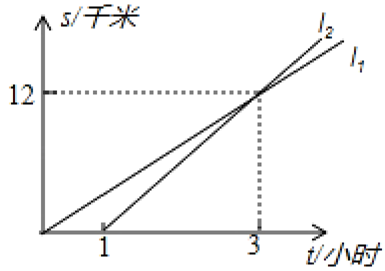
∵a，b 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-6x+n-1=0$ 的两根，

∴x=2，

把 x=2 代入 $x^2-6x+n-1=0$ 得，$2^2-6\times 2+n-1=0$，

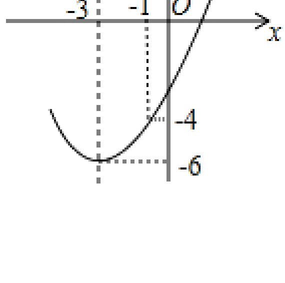
解得：n=9，
当 n=9，方程的两根是 2 和 4，而 2，4，2 不能组成三角形，
故 n=9 不合题意，
②当 a=b 时，方程 $x^2-6x+n-1=0$ 有两个相等的实数根，
∴$\triangle=(-6)^2-4(n-1)=0$
解得：n=10.
答案：B.

10.(3 分)A、B 两地相距 20 千米，甲、乙两人都从 A 地去 B 地，图中 l_1 和 l_2 分别表示甲、乙两人所走路程 s(千米)与时间 t(小时)之间的关系，下列说法：①乙晚出发 1 小时；②乙出发 3 小时后追上甲；③甲的速度是 4 千米/小时；④乙先到达 B 地.其中正确的个数是(　　)



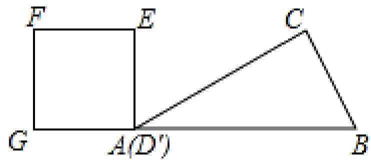
A. 1
B. 2
C. 3
D. 4
解析：由函数图象可知，乙比甲晚出发 1 小时，故①正确；
乙出发 3-1=2 小时后追上甲，故②错误；
甲的速度为：12÷3=4(千米/小时)，故③正确；
乙的速度为：12÷(3-1)=6(千米/小时)，
则甲到达 B 地用的时间为：20÷4=5(小时)，
乙到达 B 地用的时间为：20÷6=$3\frac{1}{3}$ (小时)，
$1+3\frac{1}{3}=4\frac{1}{3}<5$，
∴乙先到达 B 地，故④正确；
正确的有 3 个.
答案：C.

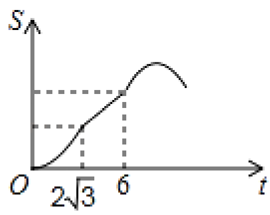
11.(3 分)如图，已知顶点为(-3，-6)的抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点(-1，-4)，则下列结论中错误的是(　　)

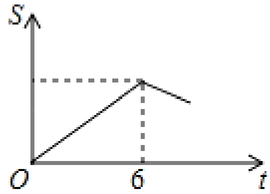


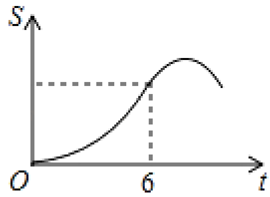
A. b^2＞4ab
B. ax^2+bx+c≥-6
C. 若点(-2，m)，(-5，n)在抛物线上，则 m＞n
D. 关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=-4$ 的两根为-5 和-1
解析：A、图象与 x 轴有两个交点，方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根，$b^2-4ab>0$ 所以 b^2＞4ab，故 A 选项正确；
B、抛物线的开口向上，函数有最小值，因为抛物线的最小值为-6，所以 ax^2+bx+c≥-6，故 B 选项正确；
C、抛物线的对称轴为直线 x=-3，因为-5 离对称轴的距离大于-2 离对称轴的距离，所以 m＜n，故 C 选项错误；
D、根据抛物线的对称性可知，(-1，-4)关于对称轴的对称点为(-5，-4)，所以关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=-4$ 的两根为-5 和-1，故 D 选项正确.
答案：C.

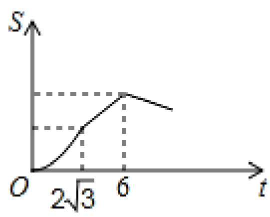
12.(3 分)如图，Rt△ABC 中∠C=90°，∠BAC=30°，AB=8，以 $2\sqrt{3}$ 为边长的正方形 DEFG 的一边 CD 在直线 AB 上，且点 D 与点 A 重合，现将正方形 DEFG 沿 A-B 的方向以每秒 1 个单位的速度匀速运动，当点 D 与点 B 重合时停止，则在这个运动过程中，正方形 DEFG 与△ABC 的重合部分的面积 S 与运动时间 t 之间的函数关系图象大致是(　　)



A. 

B. 

C. 

D. 

解析：如图 1，CH 是 AB 边上的高，与 AB 相交于点 H，

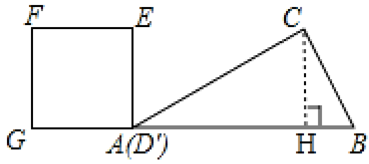


图1

∵∠C=90°，∠BAC=30°，AB=8，

∴AC=AB×cos30° =8×$\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$，BC=AB×sin30° =8×$\frac{1}{2}$=4，

∴CH=AC×BC÷AB=4$\sqrt{3}$×4÷8=2$\sqrt{3}$，AH=AC^2÷AB=(4$\sqrt{3}$)^2÷8=6，

(1)当 0≤t≤2$\sqrt{3}$时，

S=$\frac{1}{2}t\bullet\left(t\bullet\tan30^{\circ}\right)=\frac{\sqrt{3}}{6}$$t^2$；

(2)当 2$\sqrt{3}$≤t≤6 时，

$$S=\frac{1}{2}t\bullet\left(t\bullet\tan30^{\circ}\right)-\frac{1}{2}t\left(t-2\sqrt{3}\right)\bullet\left[\left(t-2\sqrt{3}\right)\bullet\tan30^{\circ}\right]$$
$$=\frac{\sqrt{3}}{6}t^2-\frac{\sqrt{3}}{6}\left[t^2-4\sqrt{3}t+12\right]$$
$$=2t-2\sqrt{3}$$

(3)当 6<t≤8 时，

S=$\frac{1}{2}$×[(t-2$\sqrt{3}$)·tan30° +2$\sqrt{3}$]×[6-(t-2$\sqrt{3}$)]+$\frac{1}{2}$×[(8-t)·tan60° +2$\sqrt{3}$]×(t-6)

=$\frac{1}{2}\times\left[\frac{\sqrt{3}}{3}t+2\sqrt{3}-2\right]$×[-t+2$\sqrt{3}$+6]+$\frac{1}{2}\times\left[-\sqrt{3}t+10\sqrt{3}\right]$×(t-6)

=-$\frac{\sqrt{3}}{6}$$t^2$+2t+4$\sqrt{3}$-$\frac{\sqrt{3}}{2}$$t^2$+$8\sqrt{3}t-30\sqrt{3}$

=-$\frac{2\sqrt{3}}{3}$$t^2$+$\left(2+8\sqrt{3}\right)t-26\sqrt{3}$

综上，可得

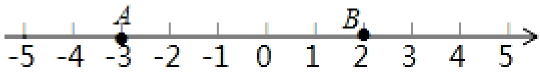
$$S=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3}}{6}t^2, 0\le t\le 2\sqrt{3}\\ 2t-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}<t\le 6\\ -\dfrac{2\sqrt{3}}{3}t^2+\left(2+8\sqrt{3}\right)t-26\sqrt{3}, 6<t\le 8\end{cases}$$

∴正方形 DEFG 与△ABC 的重合部分的面积 S 与运动时间 t 之间的函数关系图象大致是 A 图象.

答案：A.

二、填空题(本大题共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分)

13.(3 分)如图，数轴上点 A、B 所表示的两个数的和的绝对值是_____.



解析：从数轴上可知：表示点 A 的数为-3，表示点 B 的数是 2，

则-3+2=-1，

|-1|=1.

答案：1.

14.(3 分)正多边形的一个外角是 72°，则这个多边形的内角和的度数是_____.

解析：多边形的边数：360°÷72°=5，

正多边形的内角和的度数是：(5-2)•180°=540°.

答案：540°.

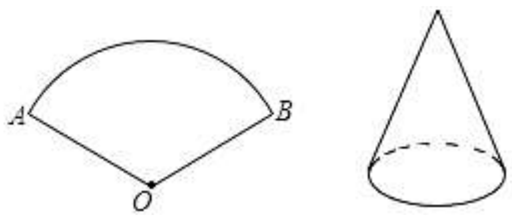
15.(3 分)如图，有四张不透明的卡片除正面的函数关系式不同外，其余相同，将它们背面朝上洗匀后，从中抽取一张卡片，则抽到函数图象不经过第四象限的卡片的概率为_____.

解析：∵4 张卡片中只有第 2 个经过第四象限，

∴取一张卡片，则抽到函数图象不经过第四象限的卡片的概率为$\dfrac{3}{4}$.

答案：$\dfrac{3}{4}$.

16.(3 分)如图，将弧长为 6π，圆心角为 120°的圆形纸片 AOB 围成圆锥形纸帽，使扇形的两条半径 OA 与 OB 重合(粘连部分忽略不计)则圆锥形纸帽的高是_____.

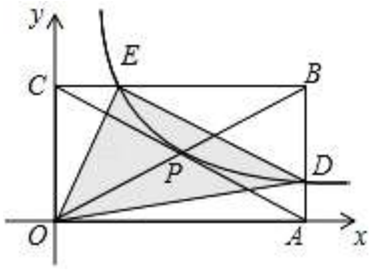


解析：∵弧长为 6π，

∴底面半径为6π÷2π=3，
∵圆心角为120°，
∴$\frac{120\pi R}{180}$=6π，
解得：R=9，
∴圆锥的高为$\sqrt{9^2-3^2}$=$6\sqrt{2}$.

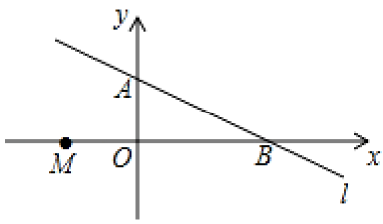
答案：$6\sqrt{2}$.

17.(3分)如图，矩形OABC的顶点A、C的坐标分别是(4，0)和(0，2)，反比例函数y=$\frac{k}{x}$(x＞0)的图象过对角线的交点P并且与AB，BC分别交于D，E两点，连接OD，OE，DE，则△ODE的面积为_____.



解析：∵四边形OABC是矩形，
∴AB=OC，BC=OA，
∵A、C的坐标分别是(4，0)和(0，2)，
∴OA=4，OB=2，
∵P是矩形对角线的交点，
∴P(2，1)，
∵反比例函数y=$\frac{k}{x}$(x＞0)的图象过对角线的交点P，
∴k=2，
∴反比例函数的解析式为：y=$\frac{2}{x}$，
∵D，E两点在反比例函数y=$\frac{k}{x}$(x＞0)的图象的图象上，
∴D(4，$\frac{1}{2}$)，E(1，2)
∴$S_{阴影}=S_{矩形}-S_{\triangle AOD}-S_{\triangle COF}-S_{\triangle BDE}=4\times2-\frac{1}{2}\times2-\frac{1}{2}\times2-\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times3=\frac{15}{4}$.
答案：$\frac{15}{4}$.

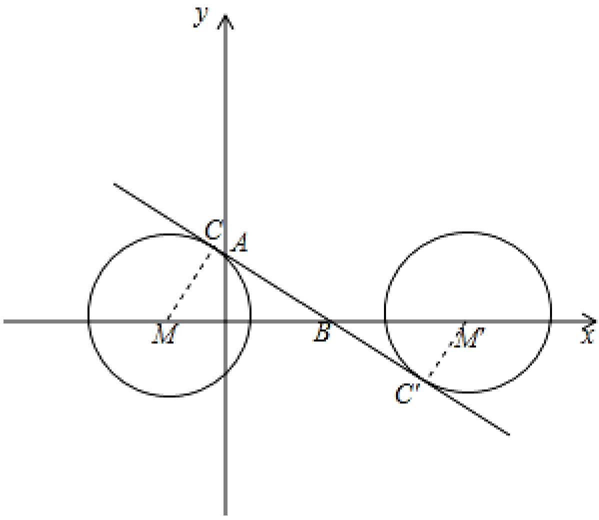
18.(3分)如图，直线l：y=$-\frac{1}{2}$x+1与坐标轴交于A，B两点，点M(m，0)是x轴上一动点，以点M为圆心，2个单位长度为半径作⊙M，当⊙M与直线l相切时，则m的值为_____.



解析：在 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 中，
令 x=0，则 y=1，
令 y=0，则 x=2，
∴A(0，1)，B(2，0)，

∴$AB=\sqrt{5}$；

如图，设⊙M 与 AB 相切与 C，
连接 MC，则 MC=2，MC⊥AB，



∵∠MCB=∠AOB=90°，∠B=∠B，
∴△BMC∽△ABO，

∴$\frac{CM}{OA}=\frac{BM}{AB}$，即 $\frac{2}{1}=\frac{BM}{\sqrt{5}}$，

∴$BM=2\sqrt{5}$，

∴$OM=2\sqrt{5}-2$，或 $OM=2\sqrt{5}+2$.

∴$m=2-2\sqrt{5}$ 或 $m=2+2\sqrt{5}$.

答案：$2-2\sqrt{5}$，$2+2\sqrt{5}$.

三、解答题(本大题共 7 小题，满分 66 分)

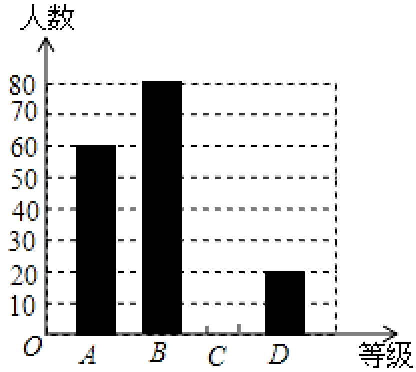
19.(6 分)先化简：$\frac{x^2+x}{x^2-2x+1}\div\left(\frac{2}{x-1}-\frac{1}{x}\right)$，再从-2＜x＜3 的范围内选取一个你最喜欢的值代入，求值.

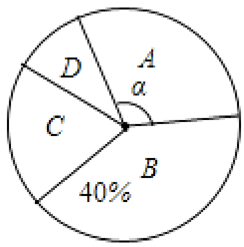
解析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，把 x 的值代入计算即可求出值.

答案：原式=$\frac{x(x+1)}{(x-1)^2}\div\frac{2x-x+1}{x(x-1)}=\frac{x(x+1)}{(x-1)^2}\bullet\frac{x(x-1)}{x+1}=\frac{x^2}{x-1}$，

当 x=2 时，原式=4.

20.(8 分)”切实减轻学生课业负担”是我市作业改革的一项重要举措.某中学为了解本校学生平均每天的课外作业时间，随机抽取部分学生进行问卷调查，并将调查结果分为 A、B、C、D 四个等级，A：1 小时以内；B：1 小时--1.5 小时；C：1.5 小时--2 小时；D：2 小时以上.根据调查结果绘制了如图所示的两种不完整的统计图，请根据图中信息解答下列问题：





(1)该校共调查了_____学生；

(2)请将条形统计图补充完整；

(3)表示等级 A 的扇形圆心角 α 的度数是_____；

(4)在此次调查问卷中，甲、乙两班各有 2 人平均每天课外作业量都是 2 小时以上，从这 4 人中人选 2 人去参加座谈，用列表法或画树状图的方法求选出的 2 人来自不同班级的概率.

解析：(1)根据 B 类的人数和所占的百分比即可求出总数；

(2)求出 C 的人数从而补全统计图；

(3)用 A 的人数除以总人数再乘以 360°，即可得到圆心角 α 的度数；

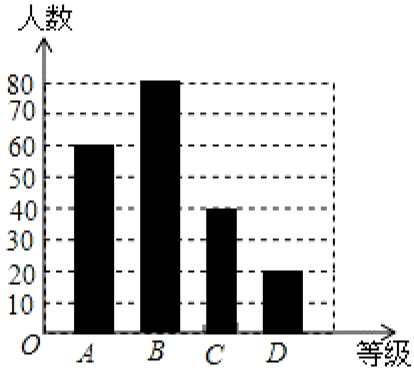
(4)先设甲班学生为 A_1，A_2，乙班学生为 B_1，B_2，根据题意画出树形图，再根据概率公式列式计算即可.

答案：(1)共调查的中学生数是：80÷40%=200(人)，

故答案为：200；

(2)C 类的人数是：200-60-80-20=40(人)，

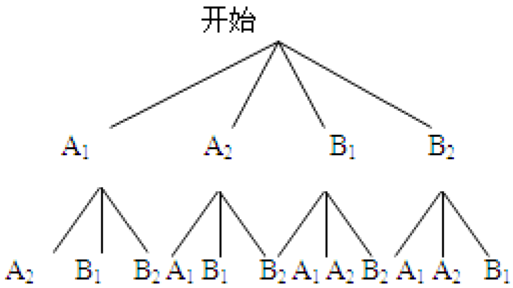
补图如下：



(3)根据题意得：$\alpha=\frac{60}{200}\times 360°=108°$，

故答案为：108°；

(4)设甲班学生为 A_1，A_2，乙班学生为 B_1，B_2，



一共有 12 种等可能结果，其中 2 人来自不同班级共有 8 种，

∴P(2 人来自不同班级)$=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

21.(8 分)2014 年 12 月 28 日“青烟威荣”城际铁路正式开通，从烟台到北京的高铁里程比普快里程缩短了 81 千米，运行时间减少了 9 小时，已知烟台到北京的普快列车里程约为 1026 千米，高铁平均时速为普快平均时速的 2.5 倍.

(1)求高铁列车的平均时速；

(2)某日王老师要去距离烟台大约 630 千米的某市参加 14：00 召开的会议，如果他买到当日 8：40 从烟台至城市的高铁票，而且从该市火车站到会议地点最多需要 1.5 小时，试问在高铁列车准点到达的情况下他能在开会之前到达吗？

解析：(1)设普快的平均时速为 x 千米/小时，高铁列车的平均时速为 2.5 千米/小时，根据题意可得，高铁走(1026-81)千米比普快走 1026 千米时间减少了 9 小时，据此列方程求解；

(2)求出王老师所用的时间，然后进行判断.

答案：(1)设普快的平均时速为 x 千米/小时，高铁列车的平均时速为 2.5x 千米/小时，

由题意得，$\frac{1026}{x}-\frac{1026-81}{2.5x}=9$，

解得：x=72，

经检验，x=72 是原分式方程的解，且符合题意，

则 2.5x=180，

答：高铁列车的平均时速为 180 千米/小时；

(2)630÷180=3.5，

则坐车共需要 3.5+1.5=5(小时)，

王老师到达会议地点的时间为 1 点 40.
故他能在开会之前到达.

22.(9 分)如图 1，滨海广场装有风能、太阳能发电的风光互补环保路灯，灯杆顶端装有风力发电机，中间装有太阳能板，下端装有路灯.该系统工作过程中某一时刻的截面图如图 2，已知太阳能板的支架 BC 垂直于灯杆 OF，路灯顶端 E 距离地面 6 米，DE=1.8 米，∠CDE=60°.且根据我市的地理位置设定太阳能板 AB 的倾斜角为 43°.AB=1.5 米，CD=1 米，为保证长为 1 米的风力发电机叶片无障碍安全旋转，对叶片与太阳能板顶端 A 的最近距离不得少于 0.5 米，求灯杆 OF 至少要多高?(利用科学计算器可求得 sin43°≈0.6820，cos43°≈0.7314，tan43°≈0.9325，结果保留两位小数)


图1

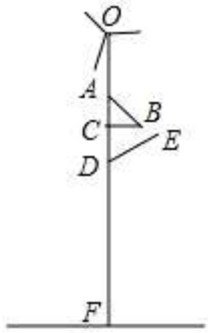


图2

解析：过 E 作 EG⊥地面于 G，过 D 作 DH⊥EG 于 H，在 R_t△ABC 中，求得 AC=AB•cos∠CAB=1.5×0.7314≈1.1，由∠CDE=60°，得到 EH=$\frac{1}{2}$DE=0.9，得出 DF=GH=EG-EH=6-0.9=5.1，于是 OF=1+0.5+1.10+1+5.1=8.70m.

答案：过 E 作 EG⊥地面于 G，过 D 作 DH⊥EG 于 H，

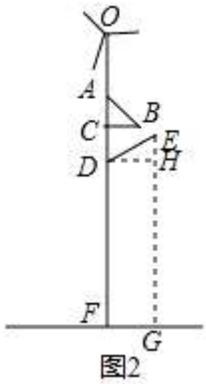
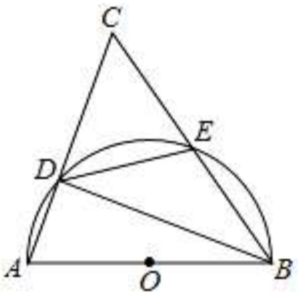


图2

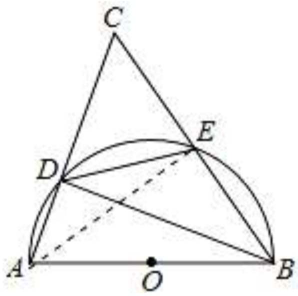
∴DF=HG，
在 R_t△ABC 中，AC=AB•cos∠CAB=1.5×cos(90°-∠CBA)=1.5×sin∠CBA=1.5×0.6820≈1，
∵∠CDE=60°，
∴∠EDH=30°，
∴EH=$\frac{1}{2}$DE=0.9，
∴DF=GH=EG-EH=6-0.9=5.1，
∴OF=OA+AC+CD+DF=0.5+1+1+5.1=7.6m.
答：灯杆 OF 至少要 7.6m.

23.(9 分)如图，以△ABC 的一边 AB 为直径的半圆与其它两边 AC，BC 的交点分别为 D、E，且 $\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{BE}$.



(1)试判断△ABC 的形状，并说明理由.
(2)已知半圆的半径为 5，BC=12，求 sin∠ABD 的值.

解析：(1)连结 AE，如图，根据圆周角定理，由 $\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{BE}$ 得∠DAE=∠BAE，由 AB 为直径得∠AEB=90°，根据等腰三角形的判定方法即可得△ABC 为等腰三角形；
(2)由等腰三角形的性质得 BE=CE=$\frac{1}{2}$BC=6，再在 Rt△ABE 中利用勾股定理计算出 AE=8，接着由 AB 为直径得到∠ADB=90°，则可利用面积法计算出 BD=$\frac{48}{5}$，然后在 Rt△ABD 中利用勾股定理计算出 AD=$\frac{14}{5}$，再根据正弦的定义求解.
答案：(1)△ABC 为等腰三角形.理由如下：
连结 AE，如图，



∵ $\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{BE}$，
∴∠DAE=∠BAE，即 AE 平分∠BAC，
∵AB 为直径，
∴∠AEB=90°，
∴AE⊥BC，
∴△ABC 为等腰三角形；
(2)∵△ABC 为等腰三角形，AE⊥BC，
∴BE=CE=$\frac{1}{2}$BC=$\frac{1}{2}$×12=6，
在 Rt△ABE 中，∵AB=10，BE=6，
∴AE=$\sqrt{10^2-6^2}$=8，

∵AB 为直径，

∴∠ADB=90°，

∴$\frac{1}{2}$AE·BC=$\frac{1}{2}$BD·AC，

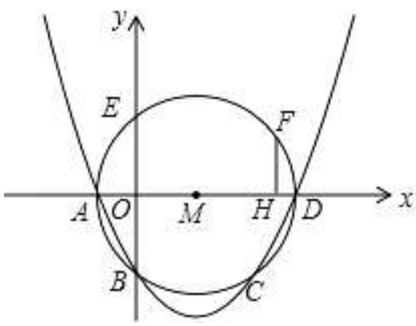
∴BD=$\frac{8\times12}{10}=\frac{48}{5}$，

在 Rt△ABD 中，∵AB=10，BD=$\frac{48}{5}$，

∴AD=$\sqrt{AB^2-BD^2}=\frac{14}{5}$，

∴sin∠ABD=$\frac{AD}{AB}=\frac{\frac{14}{5}}{10}=\frac{7}{25}$.

24.(12 分)如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与⊙M 相交于 A、B、C、D 四点，其中 A、B 两点的坐标分别为(-1，0)，(0，-2)，点 D 在 x 轴上且 AD 为⊙M 的直径.点 E 是⊙M 与 y 轴的另一个交点，过劣弧 $\overset{\frown}{ED}$上的点 F 作 FH⊥AD 于点 H，且 FH=1.5



(1)求点 D 的坐标及该抛物线的表达式;

(2)若点 P 是 x 轴上的一个动点，试求出△PEF 的周长最小时点 P 的坐标;

(3)在抛物线的对称轴上是否存在点 Q，使△QCM 是等腰三角形？如果存在，请直接写出点 Q 的坐标；如果不存在，请说明理由.

解析：(1)首先根据圆的轴对称性求出点 D 的坐标，将 A、B、D 三点代入，即可求出本题的答案;

(2)由于点 E 与点 B 关于 x 轴对称，所以，连接 BF，直线 BF 与 x 轴的交点，即为点 P，据此即可得解;

(3)从 CM=MQ，CM=CQ，MQ=CQ 三个方面进行分析，据此即可得解.

答案：(1)连接 BD，

∵AD 是⊙M 的直径，∴∠ABD=90°

∴△AOB∽△ABD，

∴$\frac{AO}{AB}=\frac{AB}{AD}$，

在 Rt△AOB 中，AO=1，BO=2，

根据勾股定理得：AB=$\sqrt{5}$，

$\therefore \dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{AD}$，

∴AD=5，

∴DO=AD-AO=5-1=4，

∴D(4，0)，

把点 A(-1，0)、B(0，-2)、D(4，0)代入 $y=ax^2+bx+c$ 可得：

$\begin{cases} c=-2 \\ 16a+4b+c=0 \\ a-b+c=0 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=-\dfrac{3}{2} \\ c=-2 \end{cases}$，

∴抛物线表达式为：$y=\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{3}{2}x-2$；

(2)连接 FM，

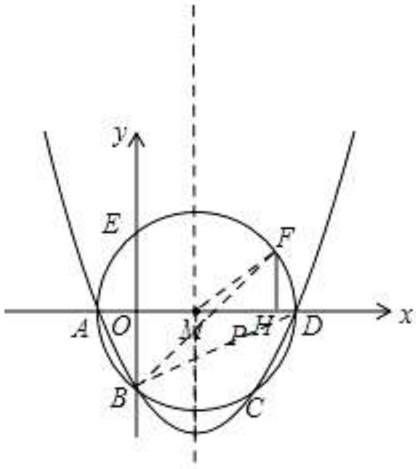


图1

在 Rt△FHM 中，FM=$\dfrac{5}{2}$，FH=$\dfrac{3}{2}$，

∴MH=$\sqrt{\left(\dfrac{5}{2}\right)^2-\left(\dfrac{3}{2}\right)^2}=2$，

OM=AM-OA=$\dfrac{5}{2}$-1=$\dfrac{3}{2}$，

∴OH=OM+MH=$\dfrac{3}{2}$+2=$\dfrac{7}{2}$，

∴F($\frac{7}{2}$，$\frac{3}{2}$)，

设直线 BF 的解析式为 y=kx+b，

则：$\begin{cases}\frac{7}{2}k+b=\frac{3}{2}\\ b=-2\end{cases}$，

∴直线 BF 的解析式为：y=x-2，

连接 BF 交 x 轴于点 P，∵点 E 与点 B 关于 x 轴对称，

∴点 P 即为所求，

当 y=0 时，x=2，

∴P(2，0)；

(3)如图，CM=$\frac{5}{2}$

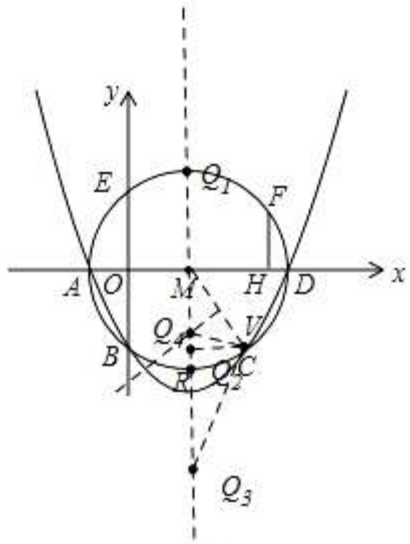


图2

抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2$ 的对称轴为直线 x=$\frac{3}{2}$，

∵OM=$\frac{3}{2}$，∴点 M 在直线 x=$\frac{3}{2}$ 上，

根据圆的对称性可知，点 C 与点 B 关于直线 x=$\frac{3}{2}$ 对称，

∴点 C(3，-2)，

①当 CM=MQ=$\frac{5}{2}$ 时，点 Q 可能在 x 轴上方，也可能在 x 轴下方，

∴Q_1($\frac{3}{2}$，$\frac{5}{2}$)，Q_2($\frac{3}{2}$，$-\frac{5}{2}$)，

②当 CM=CQ 时，过点 C 作 CN⊥MQ，

∴MN=NQ=2，∴MQ=4，

∴Q_3($\frac{3}{2}$，-4)，

③当 $CQ_4=MQ_4$ 时，过点 C 作 CR⊥MQ，$Q_4V⊥CM$，

则：$MV=CV=\frac{5}{4}$，$Q_4V=\sqrt{MQ_4{}^2-\frac{25}{16}}$，

$Rt△CRM∽Rt△Q_4VM$，

$$\therefore \frac{MQ_4}{\frac{5}{2}}=\frac{\sqrt{MQ_4{}^2-\frac{25}{16}}}{\frac{3}{2}},$$

解得：$MQ_4=\frac{25}{16}$，

$\therefore Q_4(\frac{3}{2}，-\frac{25}{16})$

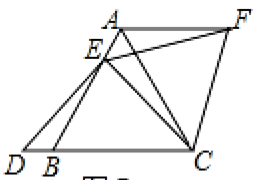
综上可知，存在四个点，即：

$Q_1(\frac{3}{2}，\frac{5}{2})$，$Q_2(\frac{3}{2}，-\frac{5}{2})$，$Q_3(\frac{3}{2}，-4)$，$Q_4(\frac{3}{2}，-\frac{25}{16})$.

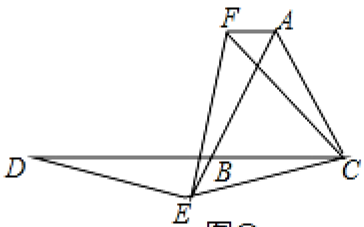
25.(14 分)【问题提出】

如图①，已知△ABC 是等腰三角形，点 E 在线段 AB 上，点 D 在直线 BC 上，且 ED=EC，将△BCE 绕点 C 顺时针旋转 60° 至△ACF 连接 EF

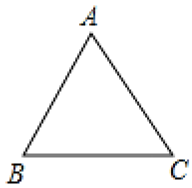
试证明：AB=DB+AF



图①



图②



图③

【类比探究】

(1)如图②，如果点 E 在线段 AB 的延长线上，其他条件不变，线段 AB，DB，AF 之间又有怎样的数量关系？请说明理由

(2)如果点 E 在线段 BA 的延长线上，其他条件不变，请在图③的基础上将图形补充完整，并写出 AB，DB，AF 之间的数量关系，不必说明理由.

解析：首先判断出△CEF 是等边三角形，即可判断出 EF=EC，再根据 ED=EC，可得 ED=EF，∠CAF=∠BAC=60°，所以∠EAF=∠BAC+∠CAF=120°，∠DBE=120°，∠EAF=∠DBE；然后根据全等三角形判定的方法，判断出△EDB≌△FEA，即可判断出 BD=AE，AB=AE+BF，所以 AB=DB+AF.

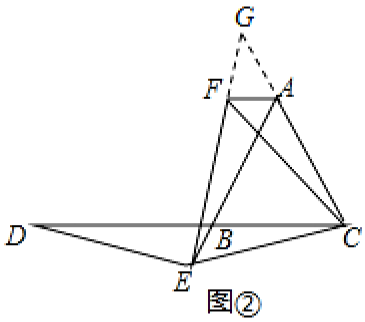
(1)首先判断出△CEF 是等边三角形，即可判断出 EF=EC，再根据 ED=EC，可得 ED=EF，∠CAF=∠BAC=60°，所以∠EFC=∠FGC+∠FCG，∠BAC=∠FGC+∠FEA，∠FCG=∠FEA，再根据∠FCG=∠EAD，∠D=∠EAD，可得∠D=∠FEA；然后根据全等三角形判定的方法，判断出△EDB≌△FEA，即可判断出 BD=AE，EB=AF，进而判断出 AB=BD+AF 即可.

(2)首先根据点 E 在线段 BA 的延长线上，在图③的基础上将图形补充完整，然后判断出△CEF 是等边三角形，即可判断出 EF=EC，再根据 ED=EC，可得 ED=EF，∠CAF=∠BAC=60°，再判

断出∠DBE=∠EAF，∠BDE=∠AEF；最后根据全等三角形判定的方法，判断出△EDB≌△FEA，即可判断出BD=AE，EB=AF，进而判断出AF=AB+BD即可.
答案：ED=EC=CF，
∵△BCE绕点C顺时针旋转60°至△ACF，
∴∠ECF=60°，BE=AF，EC=CF，
∴△CEF是等边三角形，
∴EF=EC，
又∵ED=EC，
∴ED=EF，∠CAF=∠BAC=60°，
∴∠EAF=∠BAC+∠CAF=120°，∠DBE=120°，∠EAF=∠DBE，
∵A、E、C、F四点共圆，
∴∠AEF=∠ACF，
又∵ED=EC，
∴∠D=∠BCE，∠BCE=∠ACF，
∴∠D=∠AEF，
在△EDB和△FEA中，

$$\begin{cases}\angle DBE=\angle EAF\\ \angle D=\angle AEF\\ ED=EF\end{cases}\quad \text{(AAS)}$$

∴△EDB≌△FEA，
∴BD=AE，AB=AE+BF，
∴AB=DB+AF.
(1)AB=BD+AF；
延长EF、CA交于点G，



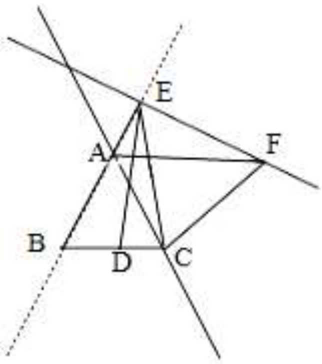
图②

∵△BCE绕点C顺时针旋转60°至△ACF，
∴∠ECF=60°，BE=AF，EC=CF，
∴△CEF是等边三角形，
∴EF=EC，
又∵ED=EC，
∴ED=EF，∠EFC=∠BAC=60°，
∵∠EFC=∠FGC+∠FCG，∠BAC=∠FGC+∠FEA，
∴∠FCG=∠FEA，
又∵∠FCG=∠ECD，∠D=∠ECD，
∴∠D=∠FEA，
由旋转的性质，可得

∠CBE=∠CAF=120°，
∴∠DBE=∠FAE=60°，
在△EDB 和△FEA 中，

$$\begin{cases}\angle DBE=\angle EAF\\ \angle D=\angle AEF\\ ED=EF\end{cases}\quad\text{(AAS)}$$

∴△EDB≌△FEA，
∴BD=AE，EB=AF，
∴BD=FA+AB，
即 AB=BD-AF.
(2)如图③，



图③

ED=EC=CF，
∵△BCE 绕点 C 顺时针旋转 60°至△ACF，
∴∠ECF=60°，BE=AF，EC=CF，BC=AC，
∴△CEF 是等边三角形，
∴EF=EC，
又∵ED=EC，
∴ED=EF，
∵AB=AC，BC=AC，
∴△ABC 是等边三角形，
∴∠ABC=60°，
又∵∠CBE=∠CAF，
∴∠CAF=60°，
∴∠EAF=180°-∠CAF-∠BAC
=180°-60°-60°
=60°
∴∠DBE=∠EAF；
∵ED=EC，
∴∠ECD=∠EDC，
∴∠BDE=∠ECD+∠DEC=∠EDC+∠DEC，
又∵∠EDC=∠EBC+∠BED，
∴∠BDE=∠EBC+∠BED+∠DEC=60°+∠BEC，

∵∠AEF=∠CEF+∠BEC=60°+∠BEC，
∴∠BDE=∠AEF，
在△EDB和△FEA中，

$$\begin{cases}\angle DBE=\angle EAF\\ \angle BDE=\angle AEF\\ ED=EF\end{cases}\text{（AAS）}$$

∴△EDB≌△FEA，
∴BD=AE，EB=AF，
∵BE=AB+AE，
∴AF=AB+BD，
即AB，DB，AF之间的数量关系是：
AF=AB+BD.