2008年甘肃省兰州市中考数学试卷

全卷共计150分，考试时间120分钟.

一、选择题（本题共12个小题，每小题4分，共计48分．在每小题给出的4个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．图1是北京奥运会自行车比赛项目标志，则图中两轮所在圆的位置关系是（　　）

A．内含　　B．相交　　C．相切　　D．外离

图1

2．方程$x^2=4x$的解是（　　）

A．$x=4$　　B．$x=2$

C．$x=4$或$x=0$　　D．$x=0$

3．正方形网格中，$\angle AOB$如图2放置，则$\cos\angle AOB$的值为（　　）

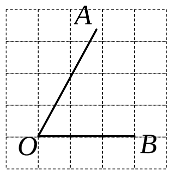
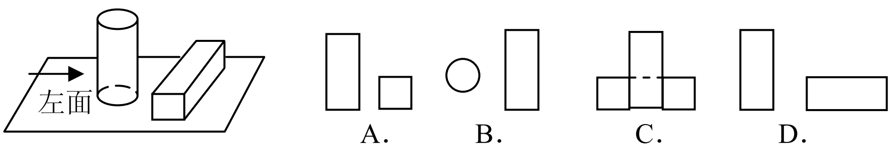


图2

A．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．2

4．桌面上放着1个长方体和1个圆柱体，按下图所示的方式摆放在一起，其左视图是（　　）



5．若反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象经过点$(m,3m)$，其中$m\neq 0$，则此反比例函数的图象在（　　）

A．第一、二象限　　B．第一、三象限　　C．第二、四象限　　D．第三、四象限

6．在一个不透明的布袋中，红色、黑色、白色的玻璃球共有40个，除颜色外其它完全相同．小明通过多次摸球试验后发现其中摸到红色球、黑色球的频率稳定在15%和45%，则口袋中白色球的个数可能是（　　）

A．24　　B．18　　C．16　　D．6

7．如图3，已知EF是⊙O的直径，把$\angle A$为60°的直角三角板ABC的一条直角边BC放在直线EF上，斜边AB与⊙O交于点P，点B与点O重合．将三角板ABC沿OE方向平移，使得点B与点E重合为止．设$\angle POF=x^\circ$，则x的取值范围是（　　）

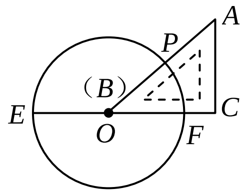


图3

A．$30\leqslant x\leqslant 60$　　B．$30\leqslant x\leqslant 90$

C．$30\leqslant x\leqslant 120$　　D．$60\leqslant x\leqslant 120$

8．如图4，现有一个圆心角为90°，半径为8cm的扇形纸片，用它恰好围成一个圆锥的侧面（接缝忽略不计），则该圆锥底面圆的半径为（　　）

A．4cm　　B．3cm　　C．2cm　　D．1cm

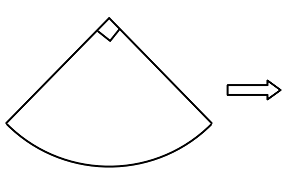


图4

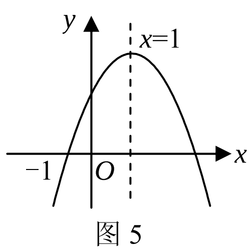


图5

9．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）的图象如图 5 所示，有下列 4 个结论：① $abc>0$；② $b<a+c$；③ $4a+2b+c>0$；④ $b^2-4ac>0$；其中正确的结论有（　　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

10．下列表格是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的自变量 x 与函数值 y 的对应值，判断方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq 0$，a，b，c 为常数）的一个解 x 的范围是（　　）

x	6.17	6.18	6.19	6.20
$y=ax^2+bx+c$	-0.03	-0.01	0.02	0.04

A．$6<x<6.17$　　B．$6.17<x<6.18$

C．$6.18<x<6.19$　　D．$6.19<x<6.20$

11．如图 6，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=10$，$AC=8$，$BC=6$，经过点 C 且与边 AB 相切的动圆与 CB，CA 分别相交于点 E，F，则线段 EF 长度的最小值是（　　）

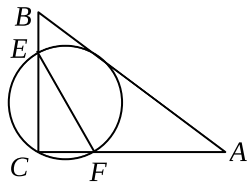
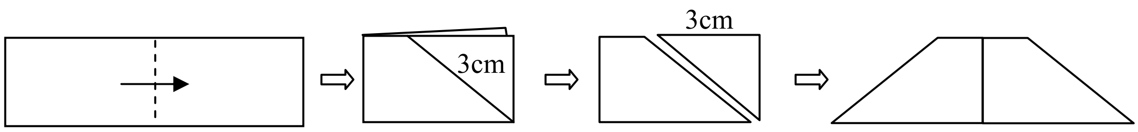


图 6

A．$4\sqrt{2}$　　B．4.75

C．5　　D．48

12．把长为 8cm 的矩形按虚线对折，按图中的虚线剪出一个直角梯形，找开得到一个等腰梯形，剪掉部分的面积为 6cm²，则打开后梯形的周长是（　　）



A．$(10+2\sqrt{13})$ cm　　B．$(10+\sqrt{13})$ cm　　C．22cm　　D．18cm

二、填空题（本题共 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分，请把答案填在题中的横线上.）

13．函数 $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ 的自变量 x 的取值范围为________.

14．如图 7 所示，有一电路 AB 是由图示的开关控制，闭合 a，b，c，d，e 五个开关中的任意两个开关，使电路形成通路．则使电路形成通路的概率是________.

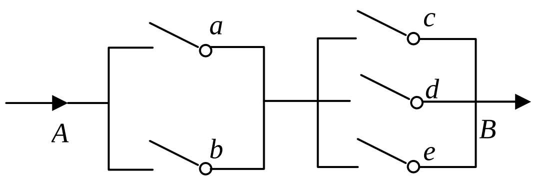


图 7

15．在同一坐标平面内，下列 4 个函数① $y=2(x+1)^2-1$，② $y=2x^2+3$，③ $y=-2x^2-1$，④ $y=\dfrac{1}{2}x^2-1$ 的图象不可能由函数 $y=2x^2+1$ 的图象通过平移变换、轴对称变换得到的函数是________（填序号）.

16．如图 8，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=3$．将其绕 B 点顺时针旋转一周，则分别以 BA，BC 为半径的圆形成一圆环．则该圆环的面积为________.

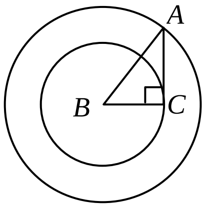


图 8

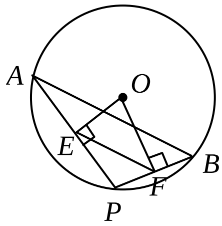


图 9

17．如图 9，点 A，B 是⊙ O 上两点，$AB=10$，点 P 是⊙ O 上的动点（P 与 A，B 不重合）连结 AP，PB，过点 O 分别作 $OE\perp AP$ 于点 E，$OF\perp PB$ 于点 F，则 $EF=$________.

18．如图 10，小明在楼顶 A 处测得对面大楼楼顶点 C 处的仰角为 52°，楼底点 D 处的俯角为 13°．若两座楼 AB 与 CD 相距 60 米，则楼 CD 的高度约为________米.（结果保留三个有效数字）（$\sin 13°\approx 0.2250$，$\cos 13^{\circ}\approx 0.9744$，$\tan 13^{\circ}\approx 0.2309$，$\sin 52^{\circ}\approx 0.7880$，$\cos 52^{\circ}\approx 0.6157$，$\tan 52\approx 1.2799$）

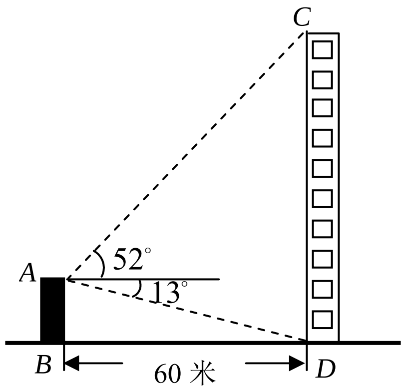


图 10

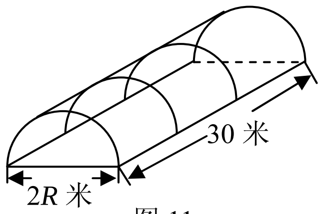


图 11

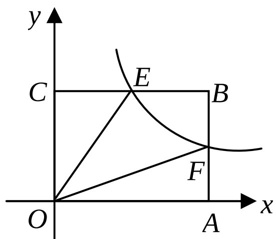


图 12

19．农村常需要搭建截面为半圆形的全封闭蔬菜塑料暖房如图 11 所示，则需要塑料布 y（㎡）与半径 R（m）的函数关系式是（不考虑塑料埋在土里的部分）________.

20．如图 12，已知双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$（$x>0$）经过矩形 $OABC$ 的边 AB，BC 的中点 F，E，且四边形 $OEBF$ 的面积为 2，则 $k=$________.

三、解答题（本大题共 8 道题，共计 70 分，解答时写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

21．（本题满分 6 分）（1）一木杆按如图 13-1 所示的方式直立在地面上，请在图中画出它在阳光下的影子（用线段 CD 表示）；

（2）图 13-2 是两根标杆及它们在灯光下的影子．请在图中画出光源的位置（用点 P 表示），并在图中画出人在此光源下的影子．（用线段 EF 表示）.

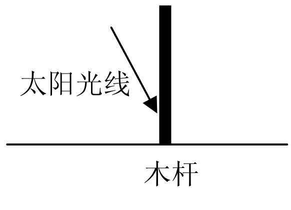


图 13-1

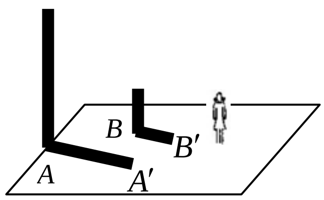


图 13-2

22．（本题满分 7 分）已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x-a=0$．

（1）如果此方程有两个不相等的实数根，求 a 的取值范围；

（2）如果此方程的两个实数根为 x_1，x_2，且满足 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-\frac{2}{3}$，求 a 的值.

23．（本题满分 7 分）李明对某校九年级（2）班进行了一次社会实践活动调查，从调查的内容中抽出两项.
调查一：对小聪、小亮两位同学的毕业成绩进行调查，其中毕业成绩按综合素质、考试成绩、体育测试三项进行计算，计算的方法按 $4:4:2$ 进行，毕业成绩达 80 分以上（含 80 分）为“优秀毕业生”，小聪、小亮的三项成绩如右表：（单位：分）

	综合素质	考试成绩	体育测试
满分	100	100	100
小聪	72	98	60
小亮	90	75	95

调查二：对九年级（2）班 50 名同学某项跑步成绩进行调查，
并绘制了一个不完整的扇形统计图，如图 14.
请你根据以上提供的信息，解答下列问题：
（1）小聪和小亮谁能达到“优秀毕业生”水平？哪位同学的毕业成绩更好些？
（2）升入高中后，请你对他俩今后的发展给每人提一条建议.
（3）扇形统计图中“优秀率”是多少？
（4）“不及格”在扇形统计图中所占的圆心角是多少度？

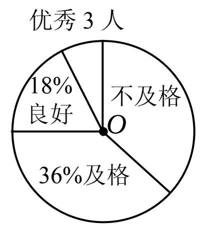


图 14

24．（本题满分 9 分）已知正比例函数 $y=kx$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{5-k}{x}$（k 为常数，$k\neq 0$）的图象有一个交点的横坐标是 2.

（1）求两个函数图象的交点坐标；

（2）若点 $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$ 是反比例函数 $y=\frac{5-k}{x}$ 图象上的两点，且 $x_1<x_2$，试比较 y_1，y_2 的大小.

25.（本题满分 9 分）如图 15，平行四边形 $ABCD$ 中，$AB\perp AC$，$AB=1$，$BC=\sqrt{5}$．对角线 AC，BD 相交于点 O，将直线 AC 绕点 O 顺时针旋转，分别交 BC，AD 于点 E，F．

（1）证明：当旋转角为 90° 时，四边形 $ABEF$ 是平行四边形；

（2）试说明在旋转过程中，线段 AF 与 EC 总保持相等；

（3）在旋转过程中，四边形 $BEDF$ 可能是菱形吗？如果不能，请说明理由；如果能，说明理由并求出此时 AC 绕点 O 顺时针旋转的度数．

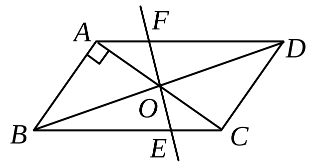


图 15

26.（本题满分 10 分）一座拱桥的轮廓是抛物线型（如图 16 所示），拱高 6m，跨度 20m，相邻两支柱间的距离均为 5m．

（1）将抛物线放在所给的直角坐标系中（如图 17 所示），求抛物线的解析式；

（2）求支柱 EF 的长度；

（3）拱桥下地平面是双向行车道（正中间是一条宽 2m 的隔离带），其中的一条行车道能否并排行驶宽 2m、高 3m 的三辆汽车（汽车间的间隔忽略不计）？请说明你的理由．

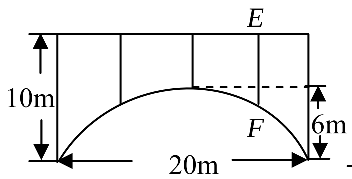


图 16

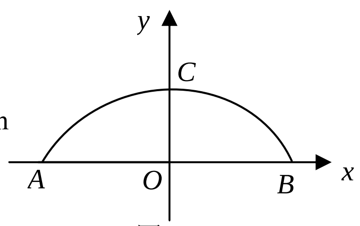


图 17

27.（本题满分 10 分）如图 18，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，BD 是⊙O 的直径，$AE\perp CD$，垂足为 E，DA 平分 $\angle BDE$．

（1）求证：AE 是⊙O 的切线；

（2）若 $\angle DBC=30^\circ$，$DE=1\text{cm}$，求 BD 的长．

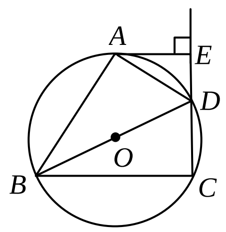


图 18

28.（本题满分 12 分）如图 19-1，$OABC$ 是一张放在平面直角坐标系中的矩形纸片，O 为原点，点 A 在 x 轴的正半轴上，点 C 在 y 轴的正半轴上，$OA=5$，$OC=4$．

（1）在 OC 边上取一点 D，将纸片沿 AD 翻折，使点 O 落在 BC 边上的点 E 处，求 D，E 两点的坐标；
（2）如图 19-2，若 AE 上有一动点 P（不与 A，E 重合）自 A 点沿 AE 方向向 E 点匀速运动，运动的速度为每秒 1 个单位长度，设运动的时间为 t 秒（$0<t<5$），过 P 点作 ED 的平行线交 AD 于点 M，过点 M 作 AE 的平行线交 DE 于点 N．求四边形 $PMNE$ 的面积 S 与时间 t 之间的函数关系式；当 t 取何值时，S 有最大值？最大值是多少？
（3）在（2）的条件下，当 t 为何值时，以 A，M，E 为顶点的三角形为等腰三角形，并求出相应的时刻点 M 的坐标．

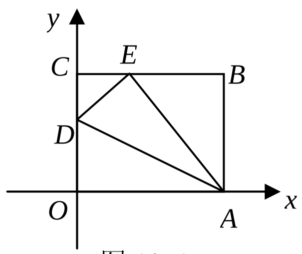


图 19-1

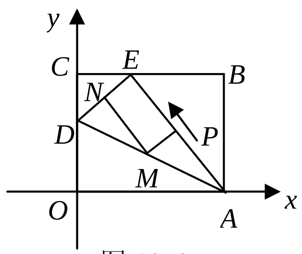


图 19-2

2008 年甘肃省兰州市中考数学试卷

答案及评分标准

一、选择题（本大题共有 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	C	A	C	B	C	A	C	B	C	D	A

二、填空题（本大题共有 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分）

13．$x\geqslant -1$ 且 $x\neq 1$；　14．$\dfrac{3}{5}$；　15．④；　16．9π；　17．5

18．90.6；　19．$y=30\pi R+\pi R^2$；　20．2

三、解答题（本大题共 8 道题，共计 70 分，解答时写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

21．（本题满分 6 分）
（1）如图 1，CD 是木杆在阳光下的影子；　…………………… 2 分
（2）如图 2，点 P 是影子的光源；　…………………… 4 分
EF 就是人在光源 P 下的影子．　…………………… 6 分

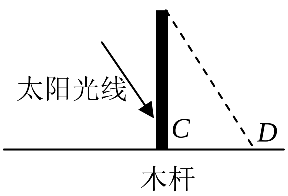


图 1

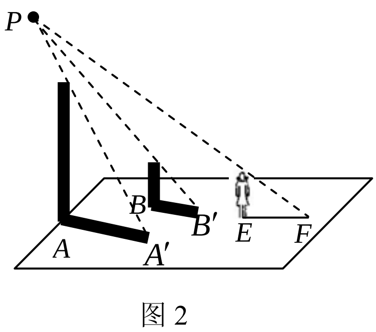


图 2

22．（本题满分 7 分）

解：（1）$\Delta=(-2)^2-4\times1\times(-a)=4+4a$． • 1 分

$\because$ 方程有两个不相等的实数根，$\therefore \Delta>0$． • 2 分

即 $a>-1$． • 3 分

（2）由题意得：$x_1+x_2=2$，$x_1 \cdot x_2=-a$． • 4 分

$\because \dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\dfrac{2}{-a}$，$\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=-\dfrac{2}{3}$

$\therefore \dfrac{2}{-a}=-\dfrac{2}{3}$． • 6 分

$\therefore a=3$． • 7 分

23．（本题满分 7 分）

解：（1）小聪成绩是：$72\times40\%+98\times40\%+60\times20\%=80$（分） • • • • • • • • 1 分

小亮成绩是：$90\times40\%+75\times40\%+95\times20\%=85$（分） • • • • • • • • • • • 2 分

$\therefore$ 小聪、小亮成绩都达到了“优秀毕业生”水平.

小亮毕业生成绩好些. • 3 分

（2）小聪要加强体育锻炼，注意培养综合素质. • 4 分

小亮在学习文化知识方面还要努力，成绩有待进一步提高. • • • • • • • • • • • • • 5 分

（3）优秀率是：$\dfrac{3}{50}\times100\%=6\%$． • 6 分

（4）“不及格”在扇形统计图中所占的圆心角是：

$360^\circ\times(1-6\%-18\%-36\%)=144^\circ$． • 7 分

24．（本题满分 9 分）

解：（1）由题意，得 $2k=\dfrac{5-k}{2}$， • 1 分

解得 $k=1$．

所以正比例函数的表达式为 $y=x$，反比例函数的表达式为 $y=\dfrac{4}{x}$． • • • • • • • • 2 分

解 $x=\dfrac{4}{x}$，得 $x=\pm2$．由 $y=x$，得 $y=\pm2$． • • • • • • • • • • • • • • • • • • • 4 分

所以两函数图象交点的坐标为（2，2），$(-2,-2)$． • • • • • • • • • • • • • • • • • • 5 分

（2）因为反比例函数 $y=\dfrac{4}{x}$ 的图象分别在第一、三象限内，

y 的值随 x 值的增大而减小， • 6 分

所以当 $x_1<x_2<0$ 时，$y_1>y_2$． • 7 分

当 $0<x_1<x_2$ 时，$y_1>y_2$． • 8 分

当 $x_1<0<x_2$ 时，因为 $y_1=\dfrac{4}{x_1}<0$，$y_2=\dfrac{4}{x_2}>0$，所以 $y_1<y_2$． • • • • • • • • 9 分

25.（本题满分 9 分）

（1）证明：当 $\angle AOF = 90^\circ$ 时，$AB \parallel EF$，

又 $\because AF \parallel BE$，

$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 为平行四边形． • 3 分

（2）证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore AO = CO$，$\angle FAO = \angle ECO$，$\angle AOF = \angle COE$．

$\therefore \triangle AOF \cong \triangle COE$．

$\therefore AF = EC$ • 5 分

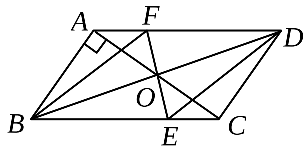
（3）四边形 $BEDF$ 可以是菱形． • 6 分

理由：如图，连接 BF，DE，

由（2）知 $\triangle AOF \cong \triangle COE$，得 $OE = OF$，

$\therefore EF$ 与 BD 互相平分．

$\therefore$ 当 $EF \perp BD$ 时，四边形 $BEDF$ 为菱形． • • • • • • 7 分



在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AC = \sqrt{5-1} = 2$，

$\therefore OA = 1 = AB$，又 $AB \perp AC$，$\therefore \angle AOB = 45^\circ$， • • • • • • • • • • • • • • • • • 8 分

$\therefore \angle AOF = 45^\circ$，

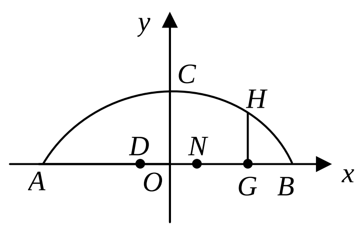
$\therefore AC$ 绕点 O 顺时针旋转 45° 时，四边形 $BEDF$ 为菱形． • • • • • • • • • • • • • • 9 分

26.（本题满分 10 分）

解：（1）根据题目条件，A，B，C 的坐标分别是 $(-10,0),(10,0),(0,6)$． • • • • • • 1 分

设抛物线的解析式为 $y = ax^2 + c$， • 2 分

将 B，C 的坐标代入 $y = ax^2 + c$，得 $\begin{cases} 6 = c, \\ 0 = 100a + c \end{cases}$ • 3 分



解得 $a = -\dfrac{3}{50}$，$c = 6$． • • • • • • • • • • • • • • • • • • 4 分

所以抛物线的表达式是 $y = -\dfrac{3}{50}x^2 + 6$． • • • • • • • 5 分

（2）可设 $F(5,\ y_F)$，于是

$y_F = -\dfrac{3}{50} \times 5^2 + 6 = 4.5$ • 6 分

从而支柱 MN 的长度是 $10 - 4.5 = 5.5$ 米． • 7 分

（3）设 DN 是隔离带的宽，NG 是三辆车的宽度和，

则 G 点坐标是 $(7,0)$． • 8 分

过 G 点作 GH 垂直 AB 交抛物线于 H，则 $y_H = -\dfrac{3}{50} \times 7^2 + 6 \approx 3.06 > 3$． • • • • 9 分

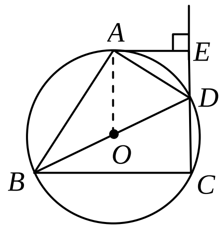
根据抛物线的特点，可知一条行车道能并排行驶这样的三辆汽车． • • • • • • • • • 10 分

27.（本题满分 10 分）

（1）证明：连接OA，$\because DA$平分$\angle BDE$，$\therefore \angle BDA=\angle EDA$.
$\because OA=OD, \therefore \angle ODA=\angle OAD$．$\therefore \angle OAD=\angle EDA$.
$\therefore OA // CE$．• 3 分

$\because AE\perp DE$，$\therefore \angle AED=90^\circ$，$\angle OAE=\angle DEA=90^\circ$.

$\therefore AE\perp OA$.
$\therefore AE$ 是$\odot O$ 的切线．• • • • • • • • • • • • • • 5 分



（2）$\because BD$ 是直径，$\therefore \angle BCD=\angle BAD=90^\circ$.

$\because \angle DBC=30^\circ$，$\angle BDC=60^\circ$，

$\therefore \angle BDE=120^\circ$．• 6 分

$\because DA$平分$\angle BDE$，$\therefore \angle BDA=\angle EDA=60^\circ$.

$\therefore \angle ABD=\angle EAD=30^\circ$．• 8 分

在Rt△AED 中，$\angle AED=90^\circ$，$\angle EAD=30^\circ, \therefore AD=2DE$.

在Rt△ABD 中，$\angle BAD=90^\circ$，$\angle ABD=30^\circ, \therefore BD=2AD=4DE$.

$\because DE$ 的长是 1cm，$\therefore BD$ 的长是 4cm．• 10 分

28．（本题满分 12 分）

解：（1）依题意可知，折痕AD是四边形$OAED$的对称轴，
$\therefore$在Rt△ABE 中，$AE=AO=5$，$AB=4$.

$\therefore BE=\sqrt{AE^2-AB^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$．$\therefore CE=2$.

$\therefore E$ 点坐标为（2，4）．• 2 分

在Rt△DCE 中，$DC^2+CE^2=DE^2$，　又$\because DE=OD$.

$\therefore (4-OD)^2+2^2=OD^2$．　解得：$CD=\frac{5}{2}$.

$\therefore D$ 点坐标为$\left(0,\frac{5}{2}\right)$ • 3 分

（2）如图①$\because PM // ED$，$\therefore$△$APM\backsim$△AED.

$\therefore \frac{PM}{ED}=\frac{AP}{AE}$，又知$AP=t$，$ED=\frac{5}{2}$，$AE=5$

$\therefore PM=\frac{t}{5}\times\frac{5}{2}=\frac{t}{2}$，　又$\because PE=5-t$.

而显然四边形$PMNE$为矩形.

$\therefore S_{矩形PMNE}=PM\cdot PE=\frac{t}{2}\times(5-t)=-\frac{1}{2}t^2+\frac{5}{2}t$ • • • • • • • • • • • • • • • • • 5 分

$\therefore S_{四边形PMNE}=-\frac{1}{2}\left(t-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{8}$，又$\because 0<\frac{5}{2}<5$

$\therefore$ 当 $t=\dfrac{5}{2}$ 时，$S_{矩形PMNE}$ 有最大值 $\dfrac{25}{8}$． • 6 分

（3）（i）若以 AE 为等腰三角形的底，则 $ME=MA$（如图①）

在 Rt△AED 中，$ME=MA$，$\because PM\perp AE$，$\therefore P$ 为 AE 的中点，

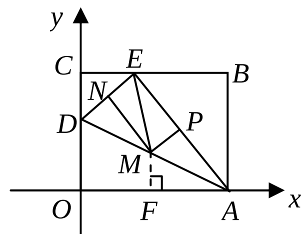
$\therefore t=AP=\dfrac{1}{2}AE=\dfrac{5}{2}$.

又$\because PM\ /\!/\ ED$，$\therefore M$ 为 AD 的中点.

过点 M 作 $MF\perp OA$，垂足为 F，则 MF 是△OAD 的中位线，

$\therefore MF=\dfrac{1}{2}OD=\dfrac{5}{4}$，$OF=\dfrac{1}{2}OA=\dfrac{5}{2}$，

$\therefore$ 当 $t=\dfrac{5}{2}$ 时，$\left(0<\dfrac{5}{2}<5\right)$，△$AME$ 为等腰三角形.



图①

此时 M 点坐标为 $\left(\dfrac{5}{2},\dfrac{5}{4}\right)$. • 8 分

（ii）若以 AE 为等腰三角形的腰，则 $AM=AE=5$（如图②）

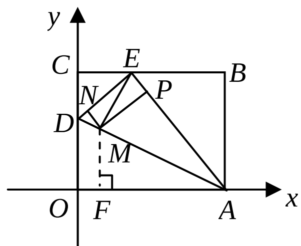
在 Rt△AOD 中，$AD=\sqrt{OD^2+AO^2}=\sqrt{\left(\dfrac{5}{2}\right)^2+5^2}=\dfrac{5}{2}\sqrt{5}$.

过点 M 作 $MF\perp OA$，垂足为 F.

$\because PM\ /\!/\ ED$，$\therefore$△$APM\backsim$△AED.

$\therefore \dfrac{AP}{AE}=\dfrac{AM}{AD}$.

$\therefore t=AP=\dfrac{AM\cdot AE}{AD}=\dfrac{5\times5}{\frac{5}{2}\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$，$\therefore PM=\dfrac{1}{2}t=\sqrt{5}$.



图②

$\therefore MF=MP=\sqrt{5}$，$OF=OA-AF=OA-AP=5-2\sqrt{5}$，

$\therefore$ 当 $t=2\sqrt{5}$ 时，（$0<2\sqrt{5}<5$），此时 M 点坐标为 $(5-2\sqrt{5},\sqrt{5})$. • • • • • • • 11 分

综合（i）（ii）可知，$t=\dfrac{5}{2}$ 或 $t=2\sqrt{5}$ 时，以 A，M，E 为顶点的三角形为等腰三角形，相应 M 点的坐标为 $\left(\dfrac{5}{2},\dfrac{5}{4}\right)$ 或 $(5-2\sqrt{5},\sqrt{5})$. • 12 分