

2015年青海省西宁中考真题数学

一、选择题(本大题共10小题,每小题3分,共30分,在每小题给出的四个选项中,恰有一项是符合题目要求的)

1.  $-2-1$  的结果是( )

- A. -1
- B. -3
- C. 1
- D. 3

解析:  $-2-1=-2+(-1)=-3$ .

答案: B

2. 下列计算正确的是( )

- A.  $a \cdot a^3 = a^3$
- B.  $a^4 + a^3 = a^2$
- C.  $(a^2)^5 = a^7$
- D.  $(-ab)^2 = a^2b^2$

解析:  $\because a \cdot a^3 = a^4$ ,  $\therefore$ 选项 A 不正确;

$\because a^4 + a^3 \neq a^2$ ,  $\therefore$ 选项 B 不正确;

$\because (a^2)^5 = a^{10}$ ,  $\therefore$ 选项 C 不正确;

$\because (-ab)^2 = a^2b^2$ ,  $\therefore$ 选项 D 正确.

答案: D.

3. 不等式  $3x \leq 2(x-1)$  的解集为( )

- A.  $x \leq -1$
- B.  $x \geq -1$
- C.  $x \leq -2$
- D.  $x \geq -2$

解析: 去括号得,  $3x \leq 2x-2$ , 移项、合并同类项得,  $x \leq -2$ .

答案: C

4. 下列说法正确的是( )

- A. 了解飞行员视力的达标率应使用抽样调查
- B. 一组数据 3, 6, 6, 7, 9 的中位数是 6
- C. 从 2000 名学生中选 200 名学生进行抽样调查, 样本容量为 2000
- D. 掷一枚质地均匀的硬币, 正面朝上是必然事件

解析: A、了解飞行员视力的达标率应使用全面调查, 此选项错误;

B、一组数据 3, 6, 6, 7, 9 的中位数是 6, 此选项正确;

C、从 2000 名学生中选 200 名学生进行抽样调查, 样本容量为 200, 此选项错误;

D、掷一枚质地均匀的硬币, 正面朝上是随机事件, 此选项错误.

答案: B

5. 有四张分别画有线段、等边三角形、平行四边形和正方形的四个图形的卡片, 它们的背面

都相同，现将它们背面朝上，从中翻开任意一张的图形是中心对称图形，但不是轴对称图形的概率是( )

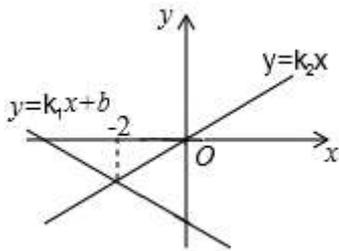
- A.  $\frac{1}{4}$
- B.  $\frac{1}{2}$
- C.  $\frac{3}{4}$
- D. 1

解析：线段、等边三角形、平行四边形和正方形的四个图形的卡片中是中心对称图形，但不是轴对称图形只有平行四边形，

所以翻开任意一张的图形是中心对称图形，但不是轴对称图形的概率为  $\frac{1}{4}$  .

答案：A

6. 同一直角坐标系中，一次函数  $y_1=k_1x+b$  与正比例函数  $y_2=k_2x$  的图象如图所示，则满足  $y_1 \geq y_2$  的  $x$  取值范围是( )

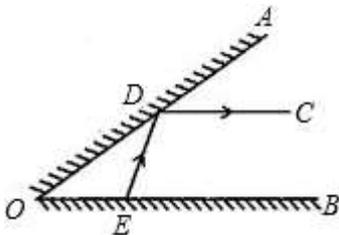


- A.  $x \leq -2$
- B.  $x \geq -2$
- C.  $x < -2$
- D.  $x > -2$

解析：当  $x \leq -2$  时，直线  $l_1: y_1=k_1x+b_1$  都在直线  $l_2: y_2=k_2x$  的上方，即  $y_1 \geq y_2$  .

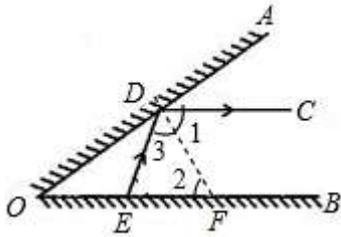
答案：A

7. 如图， $\angle AOB$  的一边  $OA$  为平面镜， $\angle AOB=37^\circ 36'$ ，在  $OB$  上有一点  $E$ ，从  $E$  点射出一束光线经  $OA$  上一点  $D$  反射，反射光线  $DC$  恰好与  $OB$  平行，则  $\angle DEB$  的度数是( )



- A.  $74^\circ 12'$
- B.  $74^\circ 36'$
- C.  $75^\circ 12'$
- D.  $75^\circ 36'$

解析：过点  $D$  作  $DF \perp AO$  交  $OB$  于点  $F$  .



$\because$  入射角等于反射角,  $\therefore \angle 1 = \angle 3$ ,

$\because CD \parallel OB$ ,  $\therefore \angle 1 = \angle 2$  (两直线平行, 内错角相等);  $\therefore \angle 2 = \angle 3$  (等量代换);

在  $Rt\triangle DOF$  中,  $\angle ODF = 90^\circ$ ,  $\angle AOB = 37^\circ 36'$ ,

$\therefore \angle 2 = 90^\circ - 37^\circ 36' = 52^\circ 24'$ ;

$\therefore$  在  $\triangle DEF$  中,  $\angle DEB = 180^\circ - 2\angle 2 = 75^\circ 12'$ .

答案: C

8. 一元钱硬币的直径约为 24mm, 则用它能完全覆盖住的正六边形的边长最大不能超过 ( )

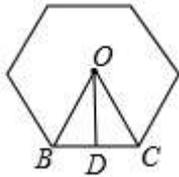
A. 12mm

B.  $12\sqrt{3}$  mm

C. 6mm

D.  $6\sqrt{3}$  mm

解析: 已知圆内接半径  $r$  为 12mm,

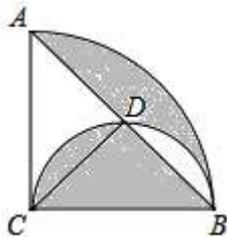


则  $OB = 12$ ,  $\therefore BD = OB \cdot \sin 30^\circ = 12 \times \frac{1}{2} = 6$ , 则  $BC = 2 \times 6 = 12$ ,

可知边长为 12mm, 就是完全覆盖住的正六边形的边长最大.

答案: A

9. 如图, 在半径为 2, 圆心角为  $90^\circ$  的扇形内, 以  $BC$  为直径作半圆交  $AB$  于点  $D$ , 连接  $CD$ , 则阴影部分的面积是 ( )



A.  $\frac{1}{2}\pi - 1$

B.  $\frac{1}{2} \pi - 2$

C.  $\pi - 2$

D.  $\pi - 1$

解析：在  $\text{Rt}\triangle ACB$  中， $AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ ，

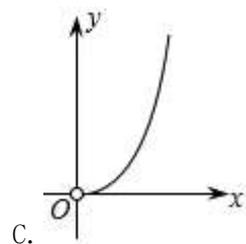
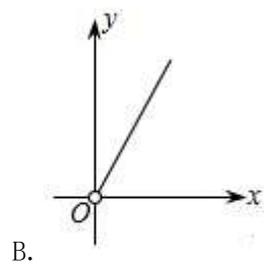
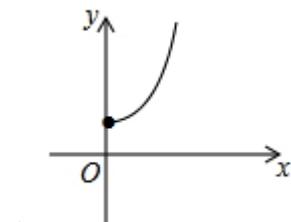
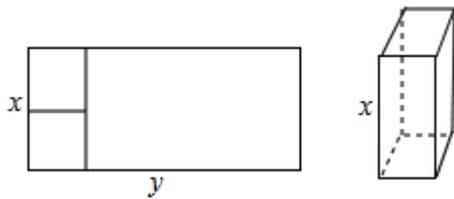
$\because BC$  是半圆的直径， $\therefore \angle CDB = 90^\circ$ ，

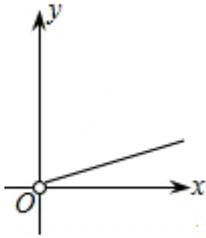
在等腰  $\text{Rt}\triangle ACB$  中， $CD$  垂直平分  $AB$ ， $CD = BD = 2$ ， $\therefore D$  为半圆的中点，

$$\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{扇形 ACB}} - S_{\triangle ADC} = \frac{1}{4} \pi \times 2^2 - \frac{1}{2} \times (\sqrt{2})^2 = \pi - 1.$$

答案：D

10. 如图，在矩形中截取两个相同的正方形作为立方体的上下底面，剩余的矩形作为立方体的侧面，刚好能组成立方体. 设矩形的长和宽分别为  $y$  和  $x$ ，则  $y$  与  $x$  的函数图象大致是 ( )





D.

解析：正方形的边长为  $\frac{1}{2}x$ ， $y - \frac{1}{2}x = 2x$ ， $\therefore y$  与  $x$  的函数关系式为  $y = \frac{5}{2}x$ ，

答案：B

二、填空题(本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分)

11. 计算： $\sqrt{16} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

解析：原式  $= \sqrt{4^2} = 4$ .

答案：4

12. 1989 年以来，省委省政府、西宁市委市政府相继启动实施南北山绿化工程，经过 26 年的绿化建设，绿化面积、森林覆盖率得到明显提高，城市生态环境得到明显改善，截止 2015 年两山形成森林 209300 亩，将 209300 用科学记数法表示为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

解析：将 209300 用科学记数法表示为  $2.093 \times 10^5$ .

答案： $2.093 \times 10^5$

13. 写出一个在三视图中俯视图与主视图完全相同的几何体  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

解析：主视图、俯视图是分别从物体正面和上面看，所得到的图形. 球的俯视图与主视图都为圆；正方体的俯视图与主视图都为正方形. (答案不唯一)

答案：球或正方体

14. 若点  $(a, 1)$  与  $(-2, b)$  关于原点对称，则  $a^b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

解析： $\because$  点  $(a, 1)$  与  $(-2, b)$  关于原点对称， $\therefore b = -1$ ， $a = 2$ ， $\therefore a^b = 2^{-1} = \frac{1}{2}$ .

答案： $\frac{1}{2}$

15. 圆心角为  $120^\circ$ ，半径为 6cm 的扇形的弧长是  $\underline{\hspace{2cm}}$  cm.

解析：由题意得， $n = 120^\circ$ ， $R = 6$ cm，故可得： $l = \frac{n\pi R}{180} = 4\pi$  cm.

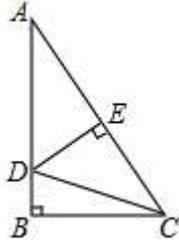
答案： $4\pi$

16. 若矩形的长和宽是方程  $2x^2 - 16x + m = 0$  ( $0 < m \leq 32$ ) 的两根，则矩形的周长为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

解析：设矩形的长和宽分别为  $x$ 、 $y$ ，根据题意得  $x + y = 8$ ；所以矩形的周长  $= 2(x + y) = 16$ .

答案：16

17. 如图, Rt $\triangle ABC$  中,  $\angle B=90^\circ$ ,  $AB=4$ ,  $BC=3$ ,  $AC$  的垂直平分线  $DE$  分别交  $AB$ ,  $AC$  于  $D$ ,  $E$  两点, 则  $CD$  的长为\_\_\_\_\_.

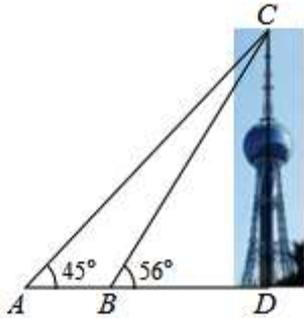


解析:  $\because DE$  是  $AC$  的垂直平分线,  $\therefore CD=AD$ ,  $\therefore AB=BD+AD=BD+CD$ ,

设  $CD=x$ , 则  $BD=4-x$ , 在 Rt $\triangle BCD$  中,  $CD^2=BC^2+BD^2$ , 即  $x^2=3^2+(4-x)^2$ , 解得  $x=\frac{25}{8}$ .

答案:  $\frac{25}{8}$

18. 某校数学兴趣小组要测量西山植物园蒲宁之珠的高度. 如图, 他们在点  $A$  处测得蒲宁之珠最高点  $C$  的仰角为  $45^\circ$ , 再往蒲宁之珠方向前进至点  $B$  处测得最高点  $C$  的仰角为  $56^\circ$ ,  $AB=62\text{m}$ , 根据这个兴趣小组测得的数据, 则蒲宁之珠的高度  $CD$  约为\_\_\_\_\_m. ( $\sin 56^\circ \approx 0.83$ ,  $\tan 56^\circ \approx 1.49$ , 结果保留整数)



解析: 根据题意得:  $\angle CAD=45^\circ$ ,  $\angle CBD=54^\circ$ ,  $AB=112\text{m}$ ,

$\because$  在 Rt $\triangle ACD$  中,  $\angle ACD=\angle CAD=45^\circ$ ,  $\therefore AD=CD$ ,

$\because AD=AB+BD$ ,  $\therefore BD=AD-AB=CD-112(\text{m})$ ,

$\because$  在 Rt $\triangle BCD$  中,  $\tan \angle CBD=\frac{CD}{BD}$ ,  $\therefore BD=\frac{CD}{\tan 56^\circ}$ ,

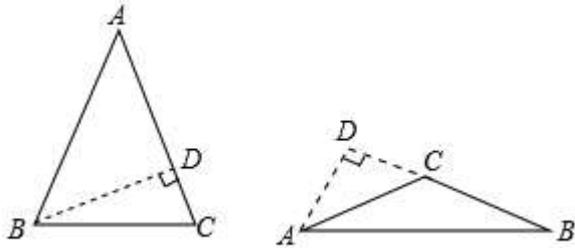
$\therefore AB=AD-BD=CD-\frac{CD}{\tan 56^\circ}=62$ ,  $\therefore CD \approx 189(\text{m})$ .

答: 蒲宁之珠的高度  $CD$  约为 189.

答案: 189

19. 等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角的度数为  $20^\circ$ , 则顶角的度数是\_\_\_\_\_.

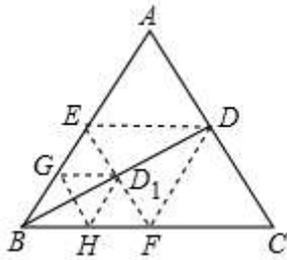
解析: 此题要分情况讨论: 当等腰三角形的顶角是钝角时, 腰上的高在外部.



根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和，即可求得顶角是  $90^\circ + 20^\circ = 110^\circ$ ；当等腰三角形的顶角是锐角时，腰上的高在其内部，故顶角是  $90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ 。

答案： $110^\circ$  或  $70^\circ$

20. 如图， $\triangle ABC$  是边长为 1 的等边三角形，BD 为 AC 边上的高，将  $\triangle ABC$  折叠，使点 B 与点 D 重合，折痕 EF 交 BD 于点  $D_1$ ，再将  $\triangle BEF$  折叠，使点 B 于点  $D_1$  重合，折痕 GH 交  $BD_1$  于点  $D_2$ ，依次折叠，则  $BD_n =$  \_\_\_\_\_.



解析：∵  $\triangle ABC$  是边长为 1 的等边三角形，BD 为 AC 边上的高，∴  $BD = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

∵  $\triangle BEF$  是边长为  $\frac{1}{2}$  等边三角形，∴  $BD_1 = \frac{\sqrt{3}}{2^2}$ ，∴  $BD_2 = \frac{\sqrt{3}}{2^3}$ ，…，∴  $BD_n = \frac{\sqrt{3}}{2^{n+1}}$ 。

答案：  $\frac{\sqrt{3}}{2^{n+1}}$

三、解答题(本大题共 8 小题，第 21, 22 题每题 7 分，第 23、24、25 题每小题 7 分，第 26、27 题每小题 7 分，第 28 题 12 分，共 70 分，解答时将文字说明、证明过程或演算步骤写出)

21. 计算：  $2\sin 60^\circ + |\sqrt{3} - 2| + \sqrt{12}$ 。

解析：分别根据特殊角的三角函数值、绝对值的性质及数的开方法则计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可。

答案：原式  $= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 2 + 2\sqrt{3}$ 。

22. 先化简，再求值：  $\frac{x^2 - 1}{x^2 - x} \div \left( 2 + \frac{x^2 + 1}{x} \right)$ ，其中  $x = \sqrt{2} - 1$ 。

解析：先把括号内通分，再把除法运算化为乘法运算，然后把分子分母因式分解，约分后得到原式= $\frac{1}{x+1}$ ，再把  $x$  的值代入计算.

答案：原式= $\frac{(x+1)(x-1)}{x(x-1)} \div \frac{2x+x^2+1}{x}$

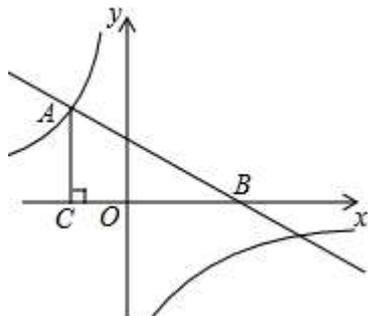
$$= \frac{x+1}{x} \div \frac{(x+1)^2}{x}$$

$$= \frac{x+1}{x} \cdot \frac{x}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{1}{x+1}$$

当  $x = \sqrt{2} - 1$  时，原式= $\frac{1}{\sqrt{2}-1+1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

23. 如图，一次函数  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  的图象与  $x$  轴交于点  $B$ ，与反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  的图象的交点为  $A(-2, 3)$ .



(1) 求反比例函数的解析式；

(2) 过点  $A$  作  $AC \perp x$  轴，垂足为  $C$ ，若点  $P$  在反比例函数图象上，且  $\triangle PBC$  的面积等于 18，求  $P$  点的坐标.

解析：(1) 把点  $A$  的坐标代入反比例函数解析式，列出关于系数  $m$  的方程，通过解方程来求  $m$  的值；

(2) 由一次函数解析式可以求得点  $B$  的坐标，然后根据三角形的面积公式来求点  $P$  的坐标.

答案：(1) 由题意得： $A(-2, 3)$  在反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  的图象上，则  $\frac{m}{-2} = 3$ ，解得  $m = -6$ .

故该反比例函数的解析式为  $y = -\frac{6}{x}$ .

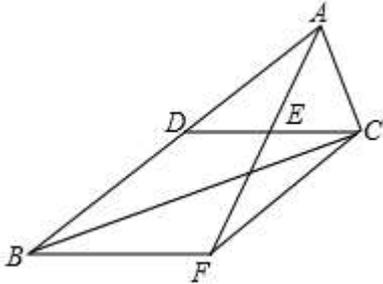
(2) 设点  $P$  的坐标是  $(a, b)$ .

$\because$  一次函数  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  的图象与  $x$  轴交于点  $B$ ， $\therefore$  当  $y = 0$  时， $-\frac{1}{2}x + 2 = 0$ ，解得  $x = 4$ .

$\therefore$  点  $B$  的坐标是  $(4, 0)$ ，即  $OB = 4$ .  $\therefore BC = 6$ .

$\because \triangle PBC$  的面积等于 18,  $\therefore \frac{1}{2} \times BC \times |b| = 18$ , 解得:  $|b| = 6$ ,  
 $\therefore b_1 = 6, b_2 = -6$ ,  $\therefore$  点 P 的坐标是  $(-1, 6), (1, -6)$ .

24. 如图, CD 是  $\triangle ABC$  的中线, 点 E 是 AF 的中点,  $CF \parallel AB$ .



(1) 求证:  $CF = AD$ ;

(2) 若  $\angle ACB = 90^\circ$ , 试判断四边形 BFC D 的形状, 并说明理由.

解析: (1) 根据中点的性质, 可得 AE 与 EF 的关系, 根据平行的性质, 可得内错角相等, 根据全等三角形的判定与性质, 可得 CF 与 DA 的关系, 根据等量代换, 可得答案;

(2) 根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形, 可得四边形 BFC D 的形状, 根据直角三角形的性质, 可得  $BD = CD$ , 根据菱形的判定, 可得答案.

答案: (1)  $\because$  AE 是 DC 边上的中线,  $\therefore AE = FE$ ,

$\because CF \parallel AB$ ,  $\therefore \angle ADE = \angle CFE, \angle DAE = \angle CFE$ .

在  $\triangle ADE$  和  $\triangle FCE$  中, 
$$\begin{cases} \angle ADE = \angle CFE, \\ \angle DAE = \angle CFE, \\ AE = FE, \end{cases} \therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE \text{ (AAS)}, \therefore CF = DA.$$

(2)  $\because$  CD 是  $\triangle ABC$  的中线,  $\therefore D$  是 AB 的中点,  $\therefore AD = BD$ ,

$\because \triangle ADE \cong \triangle FCE$ ,  $\therefore AD = CF$ ,  $\therefore BD = CF$ ,

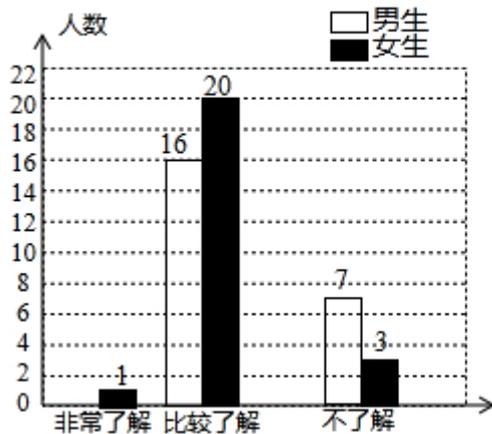
$\because AB \parallel CF$ ,  $\therefore BD \parallel CF$ ,  $\therefore$  四边形 BFC D 是平行四边形,

$\because \angle ACB = 90^\circ$ ,  $\therefore \triangle ACB$  是直角三角形,  $\therefore CD = \frac{1}{2} AB$ ,

$\because BD = \frac{1}{2} AB$ ,  $\therefore BD = CD$ ,  $\therefore$  四边形 BFC D 是菱形.

25. 央视新闻报道从 5 月 23 日起, 在《朝闻天下》、《新闻直播间》、《新闻联播》和《东方时空》等多个栏目播放《湟鱼洄游季探秘青海湖》新闻节目, 广受全国观众关注, 青海电视台到我市某中学进行宣传调查活动, 随机调查了部分学生对湟鱼洄游的了解程度, 以下是根据调查结果做出的统计图的一部分:

条形统计图



扇形统计图



(1) 根据图中信息，本次调查共随机抽查了\_\_\_\_\_名学生，其中“不了解”在扇形统计图中对应的圆心角的度数是\_\_\_\_\_，并补全条形统计图；

(2) 该校共有 3000 名学生，试估计该校所有学生中“非常了解”的有多少名？

(3) 青海电视台要从随机调查“非常了解”的学生中，随机抽取两人做为“随行小记者”参与“湟鱼洄游”的宣传报道工作，请你用树状图或列表法求出同时选到一男一女的概率是多少？并列出所有等可能的结果。

解析：(1) 由比较了解得人数除以占的百分比求出调查的学生总数即可；由不了解占的百分比乘以 360 即可得到结果；

(2) 求出非常了解的百分比，乘以 3000，即可得到结果；

(3) 列表得出所有等可能的情况数，找出一男一女的情况数，即可求出所求的概率。

答案：(1) 根据题意得：(16+20) ÷ 72%=50(名)， $\frac{7+3}{50} \times 360^\circ = 72^\circ$ ，

则本次调查共随机抽查了 50 名学生，“不了解”在扇形统计图中对应的圆心角的度数是 72°。

(2) 根据题意得： $\frac{4}{50} \times 3000=240$ (名)，则估计该校所有学生中“非常了解”的有 240 名。

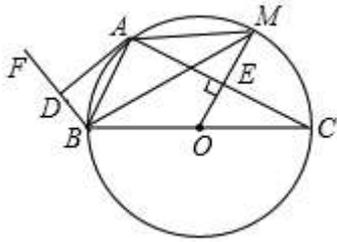
(3) 列表如下：

	男	男	男	女
男	---	(男, 男)	(男, 男)	(女, 男)
男	(男, 男)	---	(男, 男)	(女, 男)
男	(男, 男)	(男, 男)	---	(女, 男)
女	(男, 女)	(男, 女)	(男, 女)	---

所有等可能的情况有 12 种，其中一男一女的情况有 6 种，则  $P(\text{一男一女}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 。

26. 如图，已知 BC 为  $\odot O$  的直径，BA 平分  $\angle FBC$  交  $\odot O$  于点 A，D 是射线 BF 上的一点，且满足

足  $\frac{BD}{BA} = \frac{BA}{BC}$ ，过点 O 作  $OM \perp AC$  于点 E，交  $\odot O$  于点 M，连接 BM，AM。



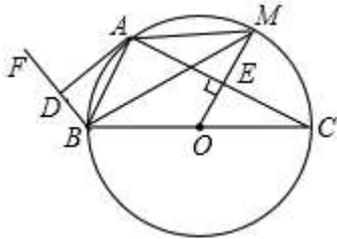
(1) 求证：AD 是  $\odot O$  的切线；

(2) 若  $\sin \angle ABM = \frac{3}{5}$ ， $AM=6$ ，求  $\odot O$  的半径.

解析：(1) 要证 AD 是  $\odot O$  的切线，连接 OA，只证  $\angle DAO=90^\circ$  即可.

(2) 连接 CM，根据垂径定理求得弧 MC=弧 MA，进而求得  $\angle ABM=\angle CBM$ ， $AM=CM=6$ ，从而得出  $\sin \angle CBM = \frac{3}{5}$ ，在  $RT\triangle BMC$  中，利用正弦函数即可求得直径 AB，进而求得半径.

答案：(1) 连接 OA；



$\because BA$  平分  $\angle CBF$ ， $\therefore \angle ABD = \angle CBA$ ，

$\therefore \frac{BD}{BA} = \frac{BA}{BC}$ ， $\therefore \triangle ADB \sim \triangle CBA$ ， $\therefore \angle ADB = \angle CAB$ ，

又  $\because BC$  为  $\odot O$  的直径， $\therefore \angle CAB = 90^\circ$ ， $\angle ADB = 90^\circ$ ，

又  $\because$  点 A 在圆 O 上， $\therefore OA = OB$ ， $\angle OAB = \angle OBA = \angle DBA$ ，

$\therefore FB \parallel OA$ ， $\therefore \angle ADB + \angle OAD = 180^\circ$ ， $\angle OAD = 90^\circ$ ，

$\therefore OA \perp DA$ ， $\because OA$  为半径， $\therefore DA$  为  $\odot O$  的切线.

(2) 连接 CM，

$\because OM \perp AC$  于点 E，OM 是半径， $\therefore$  弧 MC = 弧 MA，

$\therefore \angle ABM = \angle CBM$ ， $AM = CM = 6$ ， $\therefore \sin \angle ABM = \sin \angle CBM = \frac{3}{5}$ ，

$\because BC$  为  $\odot O$  的直径， $\therefore \angle BMC = 90^\circ$ ，

在  $RT\triangle BMC$  中， $\sin \angle CBM = \frac{3}{5}$ ， $\therefore \frac{MC}{BC} = \frac{3}{5}$ ， $\therefore BC = 10$ ， $\therefore \odot O$  的半径为 5.

27. 兰新铁路的通车，圆了全国人民的一个梦，坐上火车去观赏青海门源百里油菜花海，感受大美青海独特的高原风光，暑假某校准备组织学生、老师到门源进行社会实践，为了便于管理，师生必须乘坐在同一列高铁上，根据报名人数，若都买一等座单程火车票需 2340 元，若都买二等座单程火车票花钱最少，则需 1650 元：

特别提示：

二等座的学生票打 8 折！

西宁到门源的火车票价格如下表

运行区		间票价	
上车站	下车站	一等座	二等座
西宁	门源	36元	30元

(1) 参加社会实践的学生、老师各有多少人？

(2) 由于各种原因，二等座火车票单程只能买  $x$  张 (参加社会实践的学生人数  $< x <$  参加社会实践的总人数)，其余的须买一等座火车票，在保证每位参与人员都有座位坐并且总费用最低的前提下，请你写出购买火车票的总费用 (单程)  $y$  与  $x$  之间的函数关系式。

解析：(1) 设参加社会实践的学生有  $m$  人，老师有  $n$  人，根据都买一等座单程火车票需 2340 元，若都买二等座单程火车票花钱最少，则需 1650 元，列出方程组即可；

(2) 当  $50 < x < 65$  时，费用最低的购票方案为：学生都买学生票共 50 张， $(x-50)$  名老师买二等座火车票， $(65-x)$  名老师买一等座火车票，然后列出函数关系式即可。

答案：(1) 设参加社会实践的学生有  $m$  人，老师有  $n$  人。

若都买二等座单程火车票且花钱最少，则全体学生都需买二等座学生票，

$$\text{根据题意得：} \begin{cases} 36m + 36n = 2340, \\ 30 \times 0.8m + 30n = 1650, \end{cases} \text{解得：} \begin{cases} m = 50, \\ n = 15. \end{cases}$$

答：参加社会实践的学生、老师分别为 50 人、15 人；

(2) 由(1)知所有参与人员总共有 65 人，其中学生有 50 人。

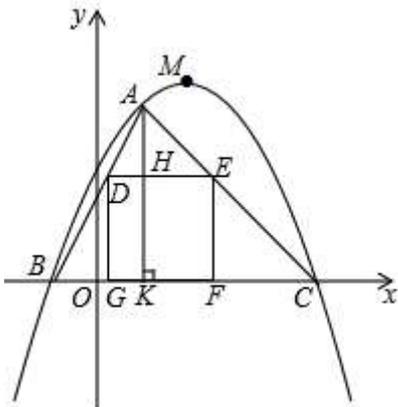
当  $50 < x < 65$  时，费用最低的购票方案为：

学生都买学生票共 50 张， $(x-50)$  名老师买二等座火车票， $(65-x)$  名老师买一等座火车票。

$\therefore$  火车票的总费用 (单程)  $y$  与  $x$  之间的函数关系式为： $y = 30 \times 0.8 \times 50 + 30(x-50) + 36(65-x)$   
即  $y = -6x + 2040$  ( $50 < x < 65$ )。

答：购买火车票的总费用 (单程)  $y$  与  $x$  之间的函数关系式是  $y = -6x + 2040$  ( $50 < x < 65$ )。

28. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，以  $M$  为顶点的抛物线与  $x$  轴分别相交于  $B, C$  两点，抛物线上一点  $A$  的横坐标为 2，连接  $AB, AC$ ，正方形  $DEFG$  的一边  $GF$  在线段  $BC$  上，点  $D, E$  在线段  $AB, AC$  上， $AK \perp x$  轴于点  $K$ ，交  $DE$  于点  $H$ ，下表给出了这条抛物线上部分点  $(x, y)$  的坐标值：



$x$	...	-2	0	4	8	10	...
$y$	...	0	5	9	5	0	...

- (1) 求出这条抛物线的解析式；  
 (2) 求正方形 DEFG 的边长；  
 (3) 请问在抛物线的对称轴上是否存在点 P，在 x 轴上是否存在点 Q，使得四边形 ADQP 的周长最小？若存在，请求出 P，Q 两点的坐标；若不存在，请说明理由。

解析：(1) 利用已知表格中数据结合顶点式直接求出抛物线解析式即可；

(2) 首先得出四边形 HEFK 为矩形，再利用  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，得出正方形 DEFG 的边长；

(3) 首先求出 AB 所在直线解析式，进而得出 D 点坐标，再求出直线 A'D' 的解析式得出 Q' 的坐标即可。

答案：(1) 由图表可得：抛物线的顶点坐标为：(4, 9)，

设函数解析式为： $y = a(x-4)^2 + 9$  ( $a \neq 0$ )，

把点 (0, 5) 代入  $y = a(x-4)^2 + 9$ ，解得： $a = -\frac{1}{4}$ 。∴ 函数解析式为： $y = -\frac{1}{4}(x-4)^2 + 9$ 。

(2) 设正方形 DEFG 的边长为 m，

∵  $AK \perp x$  轴，∴  $\angle AKC = 90^\circ$ ，

∵  $\angle DEF = \angle EFG = 90^\circ$ ，∴ 四边形 HEFK 为矩形，∴  $HK = EF = m$ ，

∵ 点 A 在抛物线  $y = -\frac{1}{4}(x-4)^2 + 9$  上，横坐标为 2，∴  $y = -\frac{1}{4}(x-4)^2 + 9 = 8$ ，

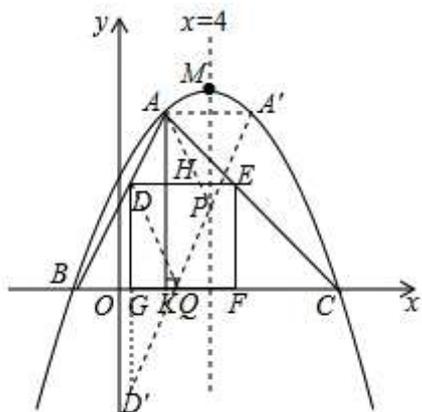
∴ 点 A 的坐标为：(2, 8)，∴  $AK = 8$ ，∴  $AH = AK - HK = 8 - m$ ，

由题意可得：B(-2, 0)，C(10, 0)，∴  $BC = 12$ ，

∵  $DE \parallel BC$ ，∴  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，

∴  $\frac{AH}{AK} = \frac{DE}{BC}$ ，∴  $\frac{8-m}{8} = \frac{m}{12}$ ，∴  $m = \frac{24}{5}$ ，∴ 正方形的边长为： $\frac{24}{5}$ 。

(3) 存在，理由：过顶点 M 作抛物线的对称轴直线 l：x=4，



设点 A 关于直线 l：x=4 对称点为 A'，A' 点的坐标为：(6, 8)，

∴ 设 AB 所在直线解析式为：y=kx+b，

∴  $\begin{cases} 8 = 2k + b, \\ 0 = -2k + b, \end{cases}$  解得： $\begin{cases} k = 2, \\ b = 4, \end{cases}$  ∴ AB 所在直线解析式为：y=2x+4，

∵ D 在直线 AB 上， $DG = \frac{24}{5}$ ，∴ 点 D 的纵坐标为： $\frac{24}{5}$ ，

由  $2x+4=\frac{24}{5}$ ，解得：  $x=\frac{2}{5}$ ， $\therefore$ 点 D 的坐标为：  $(\frac{2}{5}, \frac{24}{5})$ ，

设点 D 关于 x 轴对称点为 D'，则 D'  $(\frac{2}{5}, -\frac{24}{5})$ ，

连接 A' D' 交对称轴于点 P，交 x 轴于点 Q，连接 AP，DQ，则四边形 ADQP 的周长最小，

设直线 A' D' 的解析式为：  $y=k'x+b'$ ， $\therefore \begin{cases} 6k'+b'=8, \\ \frac{2}{5}k'+b'=-\frac{24}{5}, \end{cases}$  解得：  $\begin{cases} k'=\frac{16}{7}, \\ b'=-\frac{40}{7}, \end{cases}$

$\therefore$ 直线 A' D' 的解析式为：  $y=\frac{16}{7}x-\frac{40}{7}$ ，

当  $x=4$  时，  $y=\frac{16}{7}\times 4-\frac{40}{7}=\frac{24}{7}$ ， $\therefore P(4, \frac{24}{7})$ ，

当  $y=0$  时，  $x=\frac{5}{2}$ ， $\therefore Q$  点坐标为：  $(\frac{5}{2}, 0)$ 。