

2016 年内地新疆高中班招生数学试卷

一、选择题，共 9 小题，每小题 5 分，共 45 分.

1. -2 的绝对值是()

A. 2

B. -2

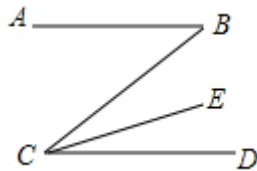
C. ± 2

D. $\frac{1}{2}$

解析：直接利用绝对值的概念：数轴上某个数与原点的距离叫做这个数的绝对值，进而得出 -2 的绝对值是：2.

答案：A.

2. 如图， $AB \parallel CD$ ， CE 平分 $\angle BCD$ ， $\angle B = 36^\circ$ ，则 $\angle DCE$ 等于()



A. 18°

B. 36°

C. 45°

D. 54°

解析： $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BCD = \angle B = 36^\circ$ ，

$\because CE$ 平分 $\angle BCD$,

$\therefore \angle DCE = 18^\circ$.

答案：A.

3. 不等式组 $\begin{cases} 3x < 2x + 4 \\ x - 1 \geq 2 \end{cases}$ 的解集是()

A. $x > 4$

B. $x \leq 3$

C. $3 \leq x < 4$

D. 无解

解析： $\begin{cases} 3x < 2x + 4 \text{ ①} \\ x - 1 \geq 2 \text{ ②} \end{cases}$ ，

解①得： $x < 4$,

解②得： $x \geq 3$,

则不等式的解集是： $3 \leq x < 4$.

答案：C.

4. 一个不透明的布袋里装有 5 个只有颜色不同的球，其中 2 个红球，3 个白球，从布袋中随机摸出一个球，摸出红球的概率是()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{3}{5}$

解析： \because 2 个红球、3 个白球，一共是 5 个，

\therefore 从布袋中随机摸出一个球，摸出红球的概率是 $\frac{2}{5}$.

答案：C.

5. 一个扇形的圆心角是 120° ，面积为 $3\pi \text{ cm}^2$ ，那么这个扇形的半径是()

A. 1cm

B. 3cm

C. 6cm

D. 9cm

解析：设扇形的半径为 R，

由题意： $3\pi = \frac{120\pi \cdot R^2}{360}$ ，解得 $R = \pm 3$ ，

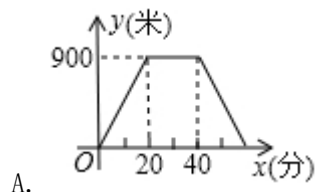
$\because R > 0$ ，

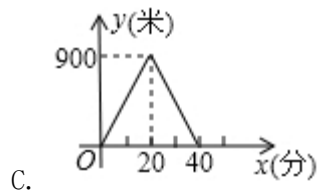
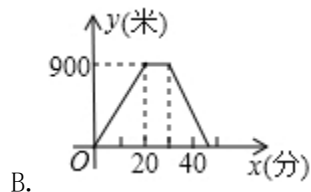
$\therefore R = 3\text{cm}$ ，

\therefore 这个扇形的半径为 3cm.

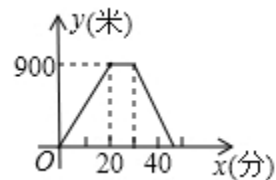
答案：B.

6. 小明的父亲从家走了 20 分钟到一个离家 900 米的书店，在书店看了 10 分钟书后，用 15 分钟返回家，下列图中表示小明的父亲离家的距离与时间的函数图象是()





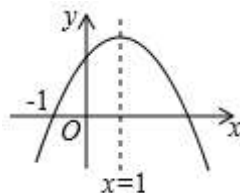
解析：根据题意，从 20 分钟到 30 分钟在书店里看书，离家距离没有变化，是一条平行于 x



轴的线段，图中表示小明的父亲离家的距离与时间的函数图象是

答案：B.

7. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，则下列结论中正确的是 ()



A. $a > 0$

B. $c < 0$

C. 3 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根

D. 当 $x < 1$ 时， y 随 x 的增大而减小

解析：根据二次函数的图象性质可以做出判断.

(A) 图象开口向下，所以 $a < 0$ ，故(A)错误；

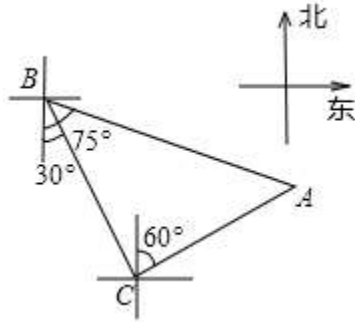
(B) 图象与 y 轴交点在 y 轴的正半轴，所以 $c > 0$ ，故(B)错误；

(C) 因为对称轴为 $x=1$ ，所以 $(-1, 0)$ 与 $(3, 0)$ 关于 $x=1$ 对称，故 $x=3$ 是 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根；故(C)正确；

(D) 由图象可知：当 $x < 1$ 时， y 随 x 的增大而增大；故(D)错误.

答案：C

8. 轮船从 B 处以每小时 50 海里的速度沿南偏东 30° 方向匀速航行，在 B 处观测灯塔 A 位于南偏东 75° 方向上，轮船航行半小时到达 C 处，在 C 处观测灯塔 A 位于北偏东 60° 方向上，则 C 处与灯塔 A 的距离是 () 海里.



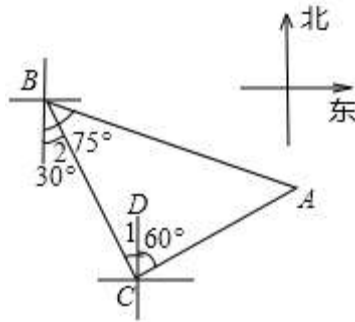
A. $25\sqrt{3}$

B. $25\sqrt{2}$

C. 50

D. 25

解析：根据题意，



$$\angle 1 = \angle 2 = 30^\circ,$$

$$\because \angle ACD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBA = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰直角三角形，

$$\because BC = 50 \times 0.5 = 25,$$

$$\therefore AC = BC = 25 \text{ (海里)}.$$

答案：D.

9. 两个小组同时从甲地出发，匀速步行到乙地，甲乙两地相距 7500 米，第一组的步行速度是第二组的 1.2 倍，并且比第二组早 15 分钟到达乙地. 设第二组的步行速度为 x 千米/小时，根据题意可列方程是()

A. $\frac{7500}{x} - \frac{7500}{1.2x} = 15$

B. $\frac{7500}{x} - \frac{7500}{1.2x} = \frac{1}{4}$

$$C. \frac{7.5}{x} - \frac{7.5}{1.2x} = 15$$

$$D. \frac{7.5}{x} - \frac{7.5}{1.2x} = \frac{1}{4}$$

解析：设第二组的步行速度为 x 千米/小时，则第一组的步行速度为 $1.2x$ 千米/小时，
 第一组到达乙地的时间为： $7.5 \div 1.2x$ ；
 第二组到达乙地的时间为： $7.5 \div x$ ；

\therefore 第一组比第二组早 15 分钟 ($\frac{15}{60}$ 小时) 到达乙地，

$$\therefore \text{列出方程为：} \frac{7.5}{x} - \frac{7.5}{1.2x} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}.$$

答案：D.

二、填空题，共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

10. 计算 $\left(1 - \frac{1}{x+1}\right)(x+1)$ 的结果是_____.

解析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，约分即可得到结果.

$$\text{原式} = \frac{x}{x+1} \cdot (x+1) = x.$$

答案：x

11. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x - k = 0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是_____.

解析： \therefore 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x - k = 0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = 2^2 + 4k > 0,$$

解得 $k > -1$.

答案： $k > -1$.

12. 某中学随机地调查了 50 名学生，了解他们一周在校的体育锻炼时间，结果如下表所示：

时间 (小时)	5	6	7	8
人数	10	15	20	5

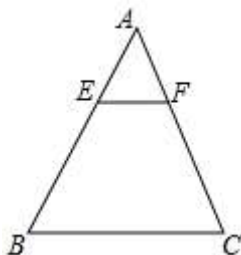
则这 50 名学生这一周在校的平均体育锻炼时间是_____小时.

解析：根据平均数的计算方法是求出所有数据的和，然后除以数据的总个数进行计算.

$$\frac{5 \times 10 + 6 \times 15 + 7 \times 20 + 8 \times 5}{50} = 6.4.$$

答案：6.4.

13. 如图所示， $\triangle ABC$ 中，E，F 分别是边 AB，AC 上的点，且满足 $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} = \frac{1}{2}$ ，则 $\triangle AEF$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比是_____.



解析： $\because \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} = \frac{1}{2}$,

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{3},$$

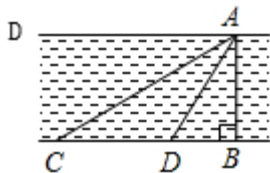
又 $\because \angle A = \angle A$,

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC$,

$\therefore \triangle AEF$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比 = 1 : 9.

答案： 1 : 9.

14. 如图，测量河宽 AB (假设河的两岸平行)，在 C 点测得 $\angle ACB = 30^\circ$ ，D 点测得 $\angle ADB = 60^\circ$ ，又 $CD = 60\text{m}$ ，则河宽 AB 为_____m (结果保留根号).



解析： $\because \angle ACB = 30^\circ$ ， $\angle ADB = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle CAD = 30^\circ$ ，

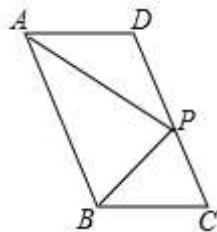
$\therefore AD = CD = 60\text{m}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中，

$$AB = AD \cdot \sin \angle ADB = 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3} \text{ (m)}.$$

答案： $30\sqrt{3}$.

15. 如图，在 $\square ABCD$ 中，P 是 CD 边上一点，且 AP 和 BP 分别平分 $\angle DAB$ 和 $\angle CBA$ ，若 $AD = 5$ ， $AP = 8$ ，则 $\triangle APB$ 的周长是_____.



解析：∵ 四边形 ABCD 是平行四边形，

∴ $AD \parallel CB$ ， $AB \parallel CD$ ，

∴ $\angle DAB + \angle CBA = 180^\circ$ ，

又∵ AP 和 BP 分别平分 $\angle DAB$ 和 $\angle CBA$ ，

∴ $\angle PAB + \angle PBA = \frac{1}{2} (\angle DAB + \angle CBA) = 90^\circ$ ，

在 $\triangle APB$ 中， $\angle APB = 180^\circ - (\angle PAB + \angle PBA) = 90^\circ$ ；

∵ AP 平分 $\angle DAB$ ，

∴ $\angle DAP = \angle PAB$ ，

∵ $AB \parallel CD$ ，

∴ $\angle PAB = \angle DPA$

∴ $\angle DAP = \angle DPA$

∴ $\triangle ADP$ 是等腰三角形，

∴ $AD = DP = 5$ ，

同理： $PC = CB = 5$ ，

即 $AB = DC = DP + PC = 10$ ，

在 $\text{Rt}\triangle APB$ 中， $AB = 10$ ， $AP = 8$ ，

∴ $BP = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ 。

∴ $\triangle APB$ 的周长 $= 6 + 8 + 10 = 24$ 。

答案：24。

三、解答题，共 8 小题，共 75 分

16. 计算： $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |1 - \sqrt{2}| - \sqrt{27} \tan 30^\circ$ 。

解析：直接利用负整指数幂的性质以及绝对值的性质和特殊角的三角函数值分别化简求出答案。

答案： $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |1 - \sqrt{2}| - \sqrt{27} \tan 30^\circ$

$$= 2 + \sqrt{2} - 1 - 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$= 1 + \sqrt{2} - 3$$

$$= \sqrt{2} - 2$$

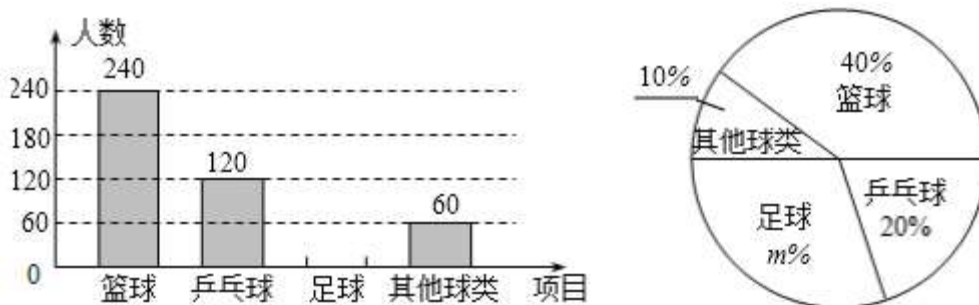
17. 解方程组
$$\begin{cases} 2x+3y=7 \text{①} \\ x-3y=8 \text{②} \end{cases}$$

解析：先用加减消元法求出 x 的值，再用代入消元法求出 y 的值即可。

答案：①+②得， $3x=15$ ，解得 $x=5$ ，把 $x=5$ 代入①得， $10+3y=7$ ，解得 $y=-1$ 。

故方程组的解为：
$$\begin{cases} x=5 \\ y=-1 \end{cases}$$

18. 某学生社团为了解本校学生喜欢球类运动的情况，随机抽取了若干名学生进行问卷调查，要求每位学生只能填写一种自己喜欢的球类运动，并将调查的结果绘制成如下的两幅不完整的统计图。



请根据统计图表提供的信息，解答下列问题：

(1) 参加调查的人数共有 _____ 人；在扇形图中， $m=$ _____；将条形图补充完整。

解析：(1) 首先根据条形统计图和扇形统计图，用喜欢篮球的人数除以它占参加调查的人数的百分率，求出参加调查的人数共有多少人；然后在扇形图中，用 1 减去喜欢篮球、乒乓球和其它球类的学生占的百分率，求出 m 的值是多少，并将条形图补充完整即可。

答案：(1) $\because 240 \div 40\% = 600$ (人)

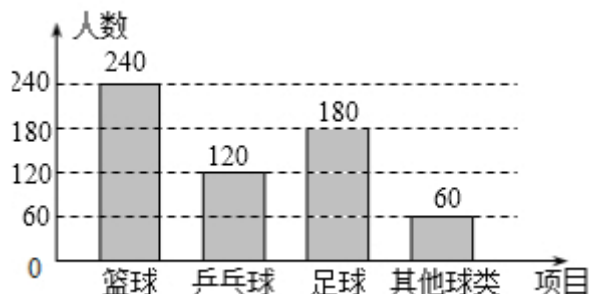
\therefore 参加调查的人数共有 600 人；

$\because 1 - 40\% - 20\% - 10\% = 30\%$,

\therefore 在扇形图中， $m=30$ 。

\therefore 喜欢足球的人数为 $600 \times 30\% = 180$ (人)

完整条形统计图：



(2) 如果该校有 3500 名学生，则估计喜欢“篮球”的学生共有多少人？

解析：(2) 根据题意，用该校学生的人数乘喜欢“篮球”的学生占的百分率，求出喜欢“篮球”的学生共有多少人即可。

答案：(2) $3500 \times 40\% = 1400$ (人)

答：喜欢“篮球”的学生共有 1400 人.

(3) 该社团计划从篮球、足球和乒乓球中，随机抽取两种球类组织比赛，请用树状图或列表法，求抽取到的两种球类恰好是“篮球”和“足球”的概率.

解析：(3) 应用列表法，求出抽取到的两种球类恰好是“篮球”和“足球”的种数，以及一共有多少种可能，求出抽取到的两种球类恰好是“篮球”和“足球”的概率是多少即可.

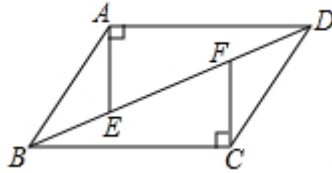
答案：(3)

	篮球	足球	乒乓球
篮球	/	篮球、足球	篮球、乒乓球
足球	足球、篮球	/	足球、乒乓球
乒乓球	乒乓球、篮球	乒乓球、足球	/

$$2 \div 6 = \frac{1}{3}.$$

答：抽取到的两种球类恰好是“篮球”和“足球”的概率是 $\frac{1}{3}$.

19. 如图，四边形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AE \perp AD$ 交 BD 于点 E， $CF \perp BC$ 交 BD 于点 F，且 $AE = CF$. 求证：四边形 ABCD 是平行四边形.



解析：由垂直得到 $\angle EAD = \angle FCB = 90^\circ$ ，根据 AAS 可证明 $\text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle CFB$ ，得到 $AD = BC$ ，根据平行四边形的判定判断即可.

答案： $\because AE \perp AD, CF \perp BC,$

$$\therefore \angle EAD = \angle FCB = 90^\circ,$$

$\because AD \parallel BC,$

$$\therefore \angle ADE = \angle CBF,$$

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 和 $\text{Rt}\triangle CFB$ 中，

$$\begin{cases} \angle ADE = \angle CBF \\ \angle EAD = \angle FCB = 90^\circ, \\ AE = CF \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle CFB$ (AAS),

$$\therefore AD = BC,$$

$\because AD \parallel BC,$

\therefore 四边形 ABCD 是平行四边形.

20. 周口体育局要组织一次篮球赛，赛制为单循环形式(每两队之间都赛一场)，计划安排 28 场比赛，应邀请多少支球队参加比赛？

解析：设要邀请 x 支球队参加比赛，则比赛的总场数为 $\frac{1}{2}x(x-1)$ 场，与总场数为 28 场建立方程求出其解即可.

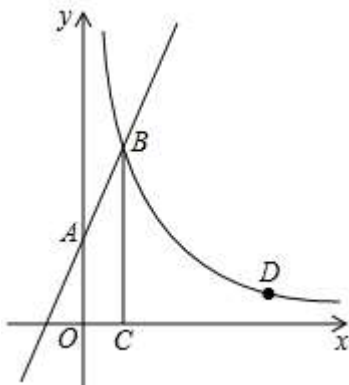
答案：设要邀请 x 支球队参加比赛，由题意，得

$$\frac{1}{2}x(x-1)=28,$$

解得： $x_1=8$ ， $x_2=-7$ (舍去).

答：应邀请 8 支球队参加比赛.

21. 如图，直线 $y=2x+3$ 与 y 轴交于 A 点，与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的图象交于点 B ，过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C ，且 C 点的坐标为 $(1, 0)$.



(1) 求反比例函数的解析式.

解析：(1) 先根据直线 $y=2x+3$ 求出点 B 坐标，再利用待定系数法可求得反比例函数解析式.

答案：(1) $\because BC \perp x$ 轴于点 C ，且 C 点的坐标为 $(1, 0)$ ，

\therefore 在直线 $y=2x+3$ 中，当 $x=1$ 时， $y=2+3=5$ ，

\therefore 点 B 的坐标为 $(1, 5)$ ，

又 \because 点 $B(1, 5)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 上，

$\therefore k=1 \times 5=5$ ，

\therefore 反比例函数的解析式为： $y=\frac{5}{x}$.

(2) 点 $D(a, 1)$ 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 图象上的点，在 x 轴上是否存在点 P ，使得 $PB+PD$

最小？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

解析：(2) 先根据反比例函数解析式求出点 D 的坐标，若要在 x 轴上找一点 P ，使 $PB+PD$ 最小，可作点 D 关于 x 的轴的对称点 D' ，连接 BD' ，直线 BD' 与 x 轴的交点即为所求点 P .

答案：(2) 将点 $D(a, 1)$ 代入 $y=\frac{5}{x}$ ，得： $a=5$ ，

\therefore 点 D 坐标为 $(5, 1)$

设点 $D(5, 1)$ 关于 x 轴的对称点为 $D'(5, -1)$ ，
 过点 $B(1, 5)$ 、点 $D'(5, -1)$ 的直线解析式为： $y=kx+b$ ，

可得：
$$\begin{cases} k+b=5 \\ 5k+b=-1 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} k=-\frac{3}{2} \\ b=\frac{13}{2} \end{cases}$$

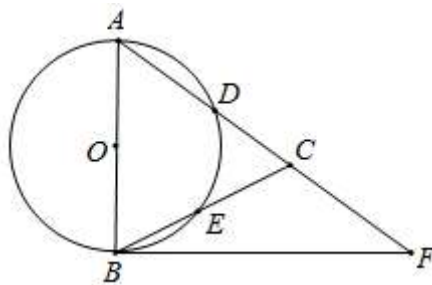
\therefore 直线 BD' 的解析式为： $y=-\frac{3}{2}x+\frac{13}{2}$ ，

根据题意知，直线 BD' 与 x 轴的交点即为所求点 P ，

当 $y=0$ 时，得： $-\frac{3}{2}x+\frac{13}{2}=0$ ，解得： $x=\frac{13}{2}$ ，

故点 P 的坐标为 $(\frac{13}{2}, 0)$ 。

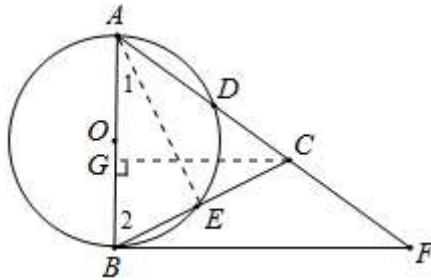
22. 如图，在 $\triangle ABC$ ， $AB=AC$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别交 AC 、 BC 于点 D 、 E ，点 F 在 AC 的延长线上，且 $\angle CBF = \frac{1}{2} \angle CAB$ 。



(1) 求证：直线 BF 是 $\odot O$ 的切线。

解析：(1) 连接 AE ，利用直径所对的圆周角是直角，从而判定直角三角形，利用直角三角形两锐角相等得到直角，从而证明 $\angle ABF=90^\circ$ 。

答案：(1) 连接 AE ，



$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle AEB=90^\circ$ ，

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ .$$

$$\because AB=AC,$$

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle CAB.$$

$$\because \angle CBF = \frac{1}{2} \angle CAB,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle CBF$$

$$\therefore \angle CBF + \angle 2 = 90^\circ$$

$$\text{即 } \angle ABF = 90^\circ$$

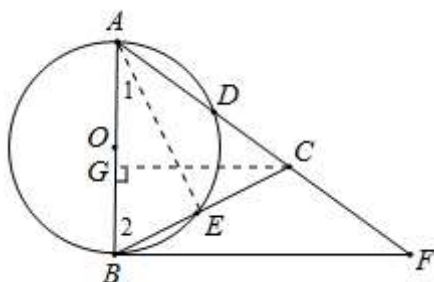
$$\because AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径,}$$

$$\therefore \text{直线 } BF \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线.}$$

(2) 若 $AB=5$, $\sin \angle CBF = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 求 BC 和 BF 的长.

解析: (2) 利用已知条件证得 $\triangle AGC \sim \triangle ABF$, 利用比例式求得线段的长即可.

答案: (2) 过点 C 作 $CG \perp AB$ 于 G .



$$\because \sin \angle CBF = \frac{\sqrt{5}}{5}, \quad \angle 1 = \angle CBF,$$

$$\therefore \sin \angle 1 = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\because \text{在 Rt} \triangle AEB \text{ 中, } \angle AEB = 90^\circ, \quad AB = 5,$$

$$\therefore BE = AB \cdot \sin \angle 1 = \sqrt{5},$$

$$\because AB = AC, \quad \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\therefore BC = 2BE = 2\sqrt{5},$$

在 $\text{Rt} \triangle ABE$ 中, 由勾股定理得 $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 2\sqrt{5}$,

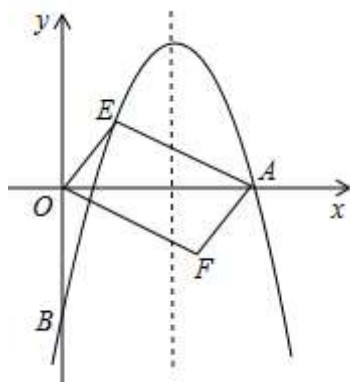
$$\therefore \sin \angle 2 = \frac{AE}{AB} = \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{CG}{BC}, \quad \cos \angle 2 = \frac{BE}{AB} = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{BG}{BC},$$

在 $\text{Rt} \triangle CBG$ 中, 可求得 $GC=4$, $GB=2$,

$$\therefore AG=3,$$

$$\begin{aligned} &\because GC \parallel BF, \\ &\therefore \triangle AGC \sim \triangle ABF, \\ &\therefore \frac{GC}{BF} = \frac{AG}{AB} \\ &\therefore BF = \frac{GC \cdot AB}{AG} = \frac{20}{3}. \end{aligned}$$

23. 如图，对称轴为直线 $x = \frac{7}{2}$ 的抛物线经过点 A(6, 0) 和 B(0, -4).



(1) 求抛物线解析式及顶点坐标.

解析：(1) 根据对称轴、A、B 点的坐标，可得方程，根据解方程，可得答案.

答案：(1) 设抛物线的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$,

将 A、B 点的坐标代入函数解析式，得

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = \frac{7}{2} \\ 36a + 6b + c = 0, \\ c = -4 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = \frac{14}{3}, \\ c = -4 \end{cases}$$

抛物线的解析式为 $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{14}{3}x - 4$,

配方，得

$$y = -\frac{2}{3}\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{25}{6},$$

顶点坐标为 $(\frac{7}{2}, \frac{25}{6})$.

(2) 设点 $E(x, y)$ 是抛物线上一动点，且位于第一象限，四边形 $OEAF$ 是以 OA 为对角线的平行四边形，求平行四边形 $OEAF$ 的面积 S 与 x 之间的函数关系式；

解析：(2) 根据平行四边形的面积公式，可得函数解析式.

答案：(2) E 点坐标为 $(x, -\frac{2}{3}x^2 + \frac{14}{3}x - 4)$,

$$S = 2 \times \frac{1}{2} OA \cdot y_E = 3 \left(-\frac{2}{3}x^2 + \frac{14}{3}x - 4 \right)$$

即 $S = -2x^2 + 14x - 12$.

(3) 当(2)中的平行四边形 $OEAF$ 的面积为 24 时，请判断平行四边形 $OEAF$ 是否为菱形.

解析：(3) 根据函数值，可得 E 点坐标，根据菱形的判定，可得答案.

答案：(3) 平行四边形 $OEAF$ 的面积为 24 时，平行四边形 $OEAF$ 不能为菱形，理由如下：

当平行四边形 $OEAF$ 的面积为 24 时，即

$$-2x^2 + 14x - 12 = 24,$$

化简，得

$$x^2 - 7x + 18 = 0,$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times 18 = -23 < 0,$$

方程无解，

E 点不存在，

平行四边形 $OEAF$ 的面积为 24 时，平行四边形 $OEAF$ 不能为菱形.