哈尔滨市 2006 年初中升学考试

数学试卷

座位号

考生须知：

本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分.第Ⅰ卷为选择题，满分 30 分.第Ⅱ卷为填空题和解答题，满分 90 分.本试卷共 30 道试题，满分 120 分，考试时间为 120 分钟.

八区各学校的考生，请按照《哈尔滨市 2006 年初中升学考试选择题答题卡》上的注意事项做选择题(1~10 小题，每小题只有一个正确答案).每小题选出正确答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，否则无效.

县(市)(阿城市、五常市除外)学校的考生，请把选择题(1~10 小题，每小题只有一个正确答案)中各题表示正确答案的字母填在题后相应的括号内.

题号	一	二	三										总分
			21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
得分													

第Ⅰ卷 选择题(共 30 分)(涂卡)

得分	

一、选择题(每小题 3 分，共计 30 分)

1. 下列各式正确的是(　　).

(A) $(x^3)^2=x^5$　　(B) $(a+b)(b-a)=a^2-b^2$

(C) $5x^2y-3x^2y=2$　　(D) $x^5\cdot x=x^6$

2. 若 x 的相反数是 3，$|y|=5$，则 x+y 的值为(　　).

(A) −8　　(B) 2　　(C) 8 或 −2　　(D) −8 或 2

3. 若点 P(a，b)在第四象限，则点 Q(−a，b−1)在(　　).

(A) 第一象限　　(B) 第二象限　　(C) 第三象限　　(D) 第四象限

4. 下列各命题正确的是(　　).

(A) $\sqrt{2}$，$\sqrt{18}$是同类二次根式

(B) 梯形同一底上的两个角相等

(C) 过一点有且只有一条直线与已知直线平行

(D) 两条直线被第三条直线所截，同位角相等

5. 已知一个等腰三角形的底边长为 5，这个等腰三角形的腰长为 x，则 x 的取值范围是(　　).

(A) $0<x<\frac{5}{2}$　　(B) $x\geqslant\frac{5}{2}$　　(C) $x>\frac{5}{2}$　　(D) $0<x<10$

6. 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是(　　).

(A) 等边三角形　　(B) 矩形　　(C) 正五边形　　(D) 等腰梯形

7. 下列命题中，正确命题的个数是(　　).

①垂直于弦的直径平分这条弦

②平行四边形对角互补

③有理数与数轴上的点是一一对应的

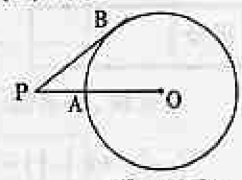
④相交两圆的公共弦垂直平分两圆的连心线

(A) 0 个　　(B) 1 个　　(C) 2 个　　(D) 3 个

8. 已知$\odot O_1$与$\odot O_2$半径的长是方程$x^2-7x+12=0$的两根，且$O_1O_2=\frac{1}{2}$，则$\odot O_1$与$\odot O_2$的位置关系是(　　).

(A) 相交　　(B) 内切　　(C) 内含　　(D) 外切

9. 如图，PB 为$\odot O$的切线，B 为切点，连结 PO 交$\odot O$于点 A，PA=2，PO=5，则 PB 的长为(　　).



(第 9 题图)

(A) 4　　(B) $\sqrt{10}$

(C) $2\sqrt{6}$　　(D) $4\sqrt{3}$

10. 在平面直角坐标系内，直线$y=\frac{3}{4}x+3$与两坐标轴交于 A、B 两点，点 O 为坐标原点，若在该坐标平面内有以点 P(不与点A、B、O 重合)为顶点的直角三角形与 Rt△ABO 全等，且这个以点 P 为顶点的直角三角形与 Rt△ABO 有一条公共边，则所有符合条件的 P 点个数为(　　).

(A) 9 个　　(B) 7 个　　(C) 5 个　　(D) 3 个

第Ⅱ卷　非选择题(共 90 分)

得分	

二、填空题(每小题 3 分，共计 30 分)

11. 据新华网消息，去年我国城镇固定资产投资为 75 096 亿元，用科学记数法表示约为__________亿元(保留两位有效数字).

12. 函数$y=\frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$的自变量 x 的取值范围是__________.

13. 分解因式：$x^2-y^2-4x+4=$__________.

14. 已知正六边形的边长为 2，那么它的边心距是__________.

15. 观察下列图形：

```
★★★      ★★★★★      ★★★★★★★      ★★★★★★★★★
 ★          ★            ★              ★
            ★            ★              ★
                         ★              ★
                                        ★      ……
n=1        n=2          n=3            n=4
```

它们是按一定规律排列的，依照此规律，第 8 个图形共有__________枚五角星.

16. 对于函数$y=\frac{2}{x}$，当 $x<0$ 时，它的图象在第__________象限.

17. 某商场四月份的营业额为 a 万元，五月份的营业额为 1.2a 万元，如果按照相同的月增长率计算，该商场六月份的营业额为__________万元.

18. 已知点 O 在直线 AB 上，且线段 OA 的长度为 4cm，线段 OB 的长度为 6cm，E、F 分别为线段 OA、OB 的中点，则线段 EF 的长度为__________cm.

19. 已知矩形 ABCD 的一边 AB=5cm，另一边 AD=3cm，则以直线 AB 为轴旋转一周所得到的圆柱的表面积为__________cm^2.

20. 在△ABC 中，AB=AC=5，且△ABC 的面积为 12，则△ABC 外接圆的半径为__________.

三、解答题(其中21题4分,22题5分,23题4分,24–25题各5分,26–28题各6分,29题9分,30题10分,共60分)

得分	

21.(本题4分)

先化简,再求值:

$\left(\frac{x}{x+1}+1\right)\div\left(1-\frac{3x^2}{1-x^2}\right)\cdot\frac{1}{x-1}$,其中 $x=\sqrt{3}\sin45°\cdot\cot60°$.

得分	

22.(本题5分)

用换元法解方程:$x+\frac{2}{x}-\frac{3x}{x^2+2}=2$.

得分	

23.(本题4分)

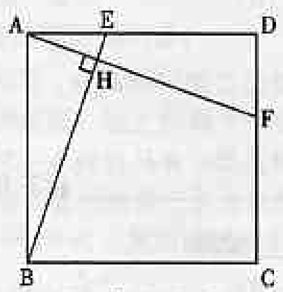
已知:如图,点E为正方形ABCD的边AD上一点,连结BE,过点A作AH⊥BE,垂足为H,延长AH交CD于点F.

求证:DE=CF.

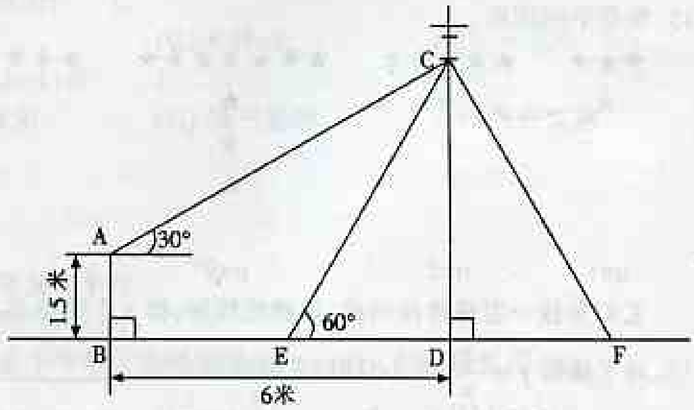
得分	

24.(本题5分)

如图,在电线杆上的C处引拉线CE、CF固定电线杆,拉线CE和地面成60°角.在离电线杆6米的B处安置测角仪,在A处测得电线杆上C处的仰角为30°,已知测角仪高AB为1.5米,求拉线CE的长(结果保留根号).



(第23题图)



(第24题图)

得分	

25.(本题5分)

某中学为了了解全校1 000名学生参加课外锻炼的情况,从中抽查了50名学生一周内平均每天参加课外锻炼的时间(单位为分钟,且取整数),将抽查得到的数据进行适当整理,分成5组(第1小组是10.5~20.5,第2小组是20.5~30.5,第3小组是30.5~40.5,第4小组是40.5~50.5,第5小组是50.5~60.5),列出了下面尚未完成的频率分布表.

频率分布表

分　组	频　数	频　率
10.5~20.5	5	0.10
20.5~30.5	11	
30.5~40.5	20	0.40
40.5~50.5		0.24
50.5~60.5	2	0.04
合　计	50	1.00

(1)填写频率分布表中的空格(只需填表,不要求说明理由);

(2)本次抽查得到的数据的中位数落在哪一小组内(不要求说明理由)?

(3)由本次抽查结果估计这所学校约有多少名学生平均每天参加课外锻炼的时间多于40分钟?

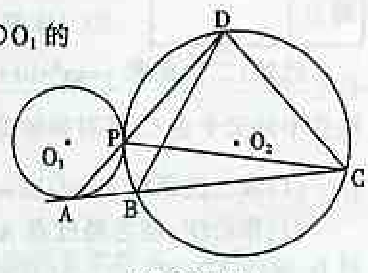
得分	

26.(本题6分)

已知:如图,⊙O_1与⊙O_2外切于点P,经过⊙O_1上一点A作⊙O_1的切线交⊙O_2于B、C两点,直线AP交⊙O_2于点D,连结DC、PC.

(1)求证:$DC^2=DP\cdot DA$;

(2)若⊙O_1与⊙O_2的半径之比为1:2,连结BD,$BD=4\sqrt{6}$,$PC=12$,求AB的长.



(第26题图)

得分	

27.(本题6分)

晓跃汽车销售公司到某汽车制造厂选购A、B两种型号的轿车,用300万元可购进A型轿车10辆,B型轿车15辆;用300万元也可以购进A型轿车8辆,B型轿车18辆.

(1)求A、B两种型号的轿车每辆分别为多少万元?

(2)若该汽车销售公司销售1辆A型轿车可获利8 000元,销售1辆B型轿车可获利5 000元,该汽车销售公司准备用不超过400万元购进A、B两种型号轿车共30辆,且这两种轿车全部售出后总获利不低于20.4万元,问有几种购车方案?在这几种购车方案中,该汽车销售公司将这些轿车全部售出后,分别获利多少万元?

得分	

28.(本题6分)

2006年春,我市为美化市容,开展城市绿化活动,要种植一种新品种树苗.甲、乙两处育苗基地均以每株4元的价格出售这种树苗,并对一次性购买该种树苗不低于1 000株的用户均实行优惠:甲处的优惠政策是每株树苗按原价的八折出售;乙处的优惠政策是免收所购树苗中150株的费用,其余树苗按原价的九折出售.

(1)规定购买该种树苗只能在甲、乙两处中的一处购买,设一次性购买x(x≥1 000且x为整数)株该种树苗,若在甲处育苗基地购买,所花的费用为y_1元,写出y_1与x之间的函数关系式;若在乙处育苗基地购买,所花的费用为y_2元,写出y_2与x之间的函数关系式;(两个函数关系式均不要求写出自变量x的取值范围)

(2)若在甲、乙两处分别一次性购买1 500株该种树苗,在哪一处购买所花的费用少?为什么?

(3)若在甲育苗基地以相应的优惠方式购买一批该种树苗，又在乙育苗基地以相应的优惠方式购买另一批该种树苗，两批树苗共 2 500 株，购买这 2 500 株树苗所花的费用至少需要多少元？这时应在甲、乙两处分别购买该种树苗多少株？

得分	

29.（本题 9 分）

已知：如图，AD 为 Rt△ABC 斜边 BC 上的高，点 E 为 DA 延长线上一点，连结 BE，过点 C 作 CF⊥BE 于点 F，交 AB、AD 于 M、N 两点.

(1)若线段 AM、AN 的长是关于 x 的一元二次方程 $x^2-2mx+n^2-mn+\frac{5}{4}m^2=0$ 的两个实数根，求证：AM=AN；

(2)若 $AN=\frac{15}{8}$，$DN=\frac{9}{8}$，求 DE 的长；

(3)若在(1)的条件下，$S_{\triangle AMN}:S_{\triangle ABE}=9:64$，且线段 BF 与 EF 的长是关于 y 的一元二次方程 $5y^2-16ky+10k^2+5=0$ 的两个实数根，求 BC 的长.

得分	

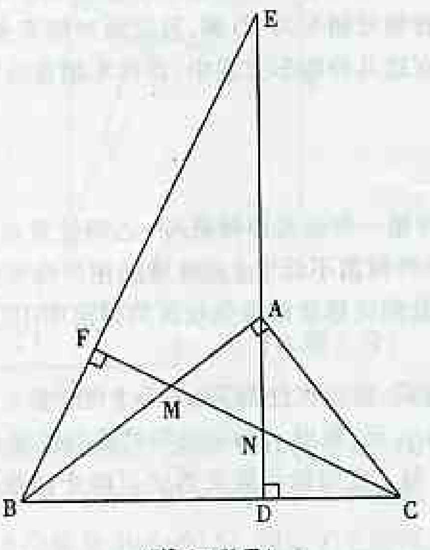
30.（本题 10 分）

已知：二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴交于 A、B 两点，其中点 A 的坐标是(−1，0)，与 y 轴负半轴交于点 C，其对称轴是直线 $x=\frac{3}{2}$，$\tan\angle BAC=2$.

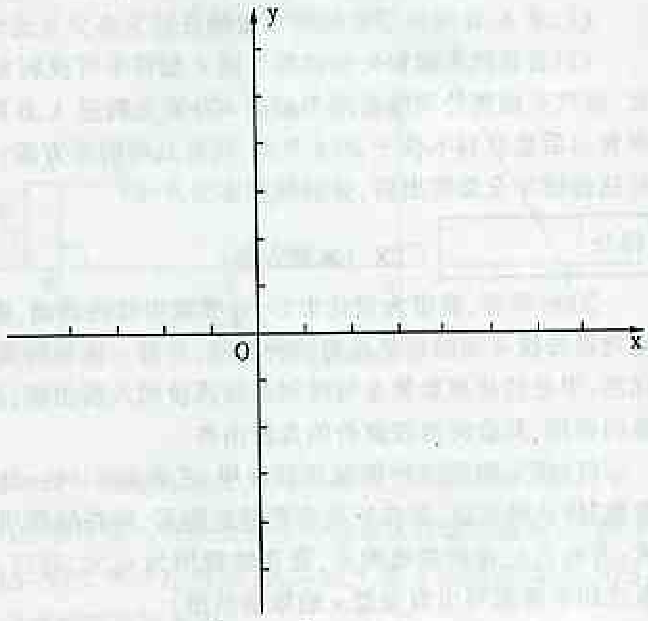
(1)求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的解析式；

(2)作⊙O′，使它经过点 A、B、C，点 E 是 AC 延长线上一点，∠BCE 的平分线 CD 交⊙O′于点 D，连结 AD、BD，求△ACD 的面积；

(3)在(2)的条件下，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象上是否存在点 P，使得∠PDB=∠CAD？如果存在，请求出所有符合条件的 P 点坐标；如果不存在，请说明理由.



（第 29 题图）



（第 30 题图）

哈尔滨市 2006 年初中升学考试
数学试题参考答案及评分标准

一、单项选择题：1. D；2. D；3. C；4. A；5. C；6. B；7. B；8. C；9. A；10. B.

二、填空题：11. 7.5×10^4；12. $x\geqslant1$ 且 $x\neq2$；13. $(x+y-2)(x-y-2)$；14. $\sqrt{3}$；15. 25；16. 三；

17. 1.44a（或$\frac{36}{25}$a）；　18. 1 或 5；　19. 48π；　20. $\frac{25}{6}$或$\frac{25}{8}$.

三、解答题：

21. 解：$\left(\frac{x}{x+1}+1\right)\div\left(1-\frac{3x^2}{1-x^2}\right)\cdot\frac{1}{x-1}=\frac{2x+1}{x+1}\div\frac{1-4x^2}{1-x^2}\cdot\frac{1}{x-1}$ ………………………… 1 分

$=\frac{2x+1}{x+1}\cdot\frac{(1+x)(1-x)}{(1+2x)(1-2x)}\cdot\frac{1}{x-1}=\frac{1}{2x-1}$. ………………………… 1 分

$\because x=\sqrt{3}\sin45°\cdot\cot60°=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. ………………………… 1 分

$\therefore$ 原式$=\frac{1}{2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-1}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1$. ………………………… 1 分

22. 解：$x+\frac{2}{x}-\frac{3x}{x^2+2}=2$，　$\frac{x^2+2}{x}-\frac{3x}{x^2+2}=2$.

设 $y=\frac{x^2+2}{x}$，则 $y-\frac{3}{y}=2$，　整理，得 $y^2-2y-3=0$. ………………………… 1 分

解得 $y_1=3$，$y_2=-1$.

当 $y=3$ 时，$\frac{x^2+2}{x}=3$，　$x^2-3x+2=0$，　解得 $x_1=2$，　$x_2=1$；………………………… 1 分

当 $y=-1$ 时，$\frac{x^2+2}{x}=-1$，　$x^2+x+2=0$，　$\Delta=1-8=-7<0$，此方程没有实数根. ……… 1 分

经检验：$x_1=2$，$x_2=1$ 是原方程的根. ………………………… 1 分

$\therefore$ 原方程的根是 $x_1=2$，　$x_2=1$. ………………………… 1 分

23. 证明：$\because$ 四边形 ABCD 为正方形，$\therefore$ AB=AD=CD，$\angle D=\angle BAE=90°$，$\therefore\angle EAH+\angle BAH=90°$.

$\because AH\perp BE$，$\therefore\angle AHB=90°$，　$\therefore\angle ABH+\angle BAH=90°$，$\therefore\angle DAF=\angle ABE$. ……………… 1 分

在$\triangle ADF$与$\triangle BAE$中，$\begin{cases}\angle DAF=\angle ABE\\ AD=BA\\ \angle D=\angle BAE\end{cases}$，　$\therefore\triangle ADF\cong\triangle BAE$. ………………………… 1 分

$\therefore$ AE=DF. ………………………… 1 分

$\because$ AD−AE=CD−DF，即 DE=CF. ………………………… 1 分

24. 解：过点 A 作 $AH\perp CD$，垂足为 H.

由题意可知四边形 ABDH 为矩形，$\angle CAH=30°$，$\therefore$ AB=DH=1.5，BD=AH=6. ……………… 1 分

在 Rt$\triangle$ACH 中，$\tan\angle CAH=\frac{CH}{AH}$，

$\therefore CH=AH\cdot\tan\angle CAH=6\tan30°=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$. ………………………… 1 分

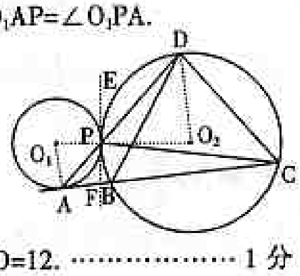
$\because$DH=1.5，　$\therefore CD=2\sqrt{3}+1.5$. ………………………… 1 分

在 Rt$\triangle$CDE 中，$\because\angle CED=60°$，　$\sin\angle CED=\frac{CD}{CE}$，

$\therefore CE=\frac{CD}{\sin60°}=\frac{2\sqrt{3}+1.5}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=(4+\sqrt{3})$（米）. ………………………… 1 分

答：拉线 CE 的长为$(4+\sqrt{3})$米. ………………………… 1 分

25.(1)频数列空格填 12.……………………………………………………………………1 分
频率列空格填 0.22. ……………………………………………………………………1 分
(2)答:本次调查得到的数据的中位数落在第 3 小组内. ………………………………1 分
(3)因为样本中,40.5 ~ 60.5 分钟时间段的频率和为:0.24+0.04=0.28.
所以由样本估计总体知全校学生每天参加课外锻炼的时间多于 40 分钟的频率约为0.28. 1 分
所以全校 1 000 名学生平均每天参加课外锻炼的时间多于 40 分钟的学生约为 0.28×1 000=280(名).
答:这所学校约有 280 名学生平均每天参加课外锻炼的时间多于 40 分钟.………… 1 分
26. 证明:(1)过点 P 作两圆的内公切线 EP 交 AB 于点 F.
∵ FE、CA 都与⊙O_1 相切, ∴ FP=FA, ∴ ∠FAP=∠FPA.
∵ ∠FPA=∠EPD=∠DCP,∴ ∠FAP=∠DCP. ……………………………………………… 1 分
∵ ∠PDC=∠CDA, ∴△CDP∽△ADC. ……………………………………………… 1 分
∴ $\frac{CD}{AD}=\frac{DP}{CD}$, ∴ $DC^2=DP\cdot DA$.……………………………………………1 分
(2)连结 O_1O_2,则点 P 在 O_1O_2 上,连结 O_1A、O_2D,∵ $O_1A=O_1P$, ∴ ∠O_1AP=∠O_1PA.
又 ∵$O_2P=O_2D$, ∴∠O_2DP=∠O_2PD, ∴∠O_1AP=∠O_2DP.
∴ O_1A∥O_2D, ∴ $\frac{PA}{PD}=\frac{O_1P}{O_2P}=\frac{1}{2}$, ∴ DP=2PA. ………1 分



由(1)中△CDP∽△ADC 得,∠DCB=∠DPC,$\frac{PC}{AC}=\frac{CD}{AD}$.
∵∠DPC=∠DBC, ∴ ∠DCB=∠DBC, ∴ DC=BD=$4\sqrt{6}$.
由 $DC^2=DP\cdot DA$, 得$(4\sqrt{6})^2=\frac{3}{2}DP^2$, ∴ DP=8, AP=4, AD=12. ……………… 1 分
∴ $\frac{12}{AC}=\frac{4\sqrt{6}}{12}$,∴ AC=$6\sqrt{6}$. 由 AP·AD=AB·AC,得 $4\times12=6\sqrt{6}$ AB,∴ AB=$\frac{4}{3}\sqrt{6}$. 1 分
27. 解:(1)设 A 型号的轿车每辆为 x 万元,B 型号的轿车每辆为 y 万元.
根据题意,得$\begin{cases}10x+15y=300\\8x+18y=300\end{cases}$.……………………………………………………1 分
解得:$\begin{cases}x=15\\y=10\end{cases}$.…………………………………………………………………… 1 分
答:A、B 两种型号的轿车每辆分别为 10 万元、15 万元. ……………………………… 1 分
(2)设购进 A 种型号轿车 a 辆,则购进 B 种型号轿车(30−a)辆.
根据题意,得$\begin{cases}15a+10(30-a)\leqslant400\\0.8a+0.5(30-a)\geqslant20.4\end{cases}$……………………………………………1 分
解此不等式组得 18≤a≤20. ∵ a 为整数, ∴ a=18,19,20. ∴ 有三种购车方案.………… 1 分
方案一:购进 A 型号轿车 18 辆,购进 B 型号轿车 12 辆;方案二:购进 A 型号轿车 19 辆,购进 B 型号轿车 11 辆;方案三:购进 A 型号轿车 20 辆,购进 B 型号轿车 10 辆.
汽车销售公司将这些轿车全部售出后:
方案一获利 18×0.8+12×0.5=20.4(万元);方案二获利 19×0.8+11×0.5=20.7(万元);
方案三获利 20×0.8+10×0.5=21(万元).
答:有三种购车方案,在这三种购车方案中,汽车销售公司将这些轿车全部售出后分别获利为 20.4 万元,20.7 万元,21 万元.……………………………………………………… 1 分
28. 解:(1)$y_1=0.8\times4x$, $y_1=3.2x$; …………………………………………………… 1 分
$y_2=0.9\times4(x-150)$, $y_2=3.6x-540$. ………………………………………… 1 分
(2)应在甲处育苗基地购买所花的费用少. ……………………………………………… 1 分
当 x=1 500 时,$y_1=3.2\times1\,500=4\,800$; $y_2=3.6\times1\,500-540=4\,860$. ∵ $y_1<y_2$, ∴ 在甲处购买 1 分
(3)设在乙处购买 a 株该种树苗,所花钱数为 W 元.
W=3.2(2 500−a)+3.6a−540=0.4a+7 460. ……………………………………………… 1 分
∵$\begin{cases}1\,000\leqslant a\leqslant2\,500\\1\,000\leqslant2\,500-a\leqslant2\,500\end{cases}$, ∴1 000≤a≤1 500,且 a 为整数.
∵0.4>0, ∴ W 随 a 的增大而增大, ∴ a=1 000 时, $W_{最小}$=7 860. 2 500−1 000=1 500(株).
答:至少需要花费 7 860 元,应在甲处购买 1 500 株,在乙处购买 1 000 株. ……………… 1 分

29. 解：(1) $\Delta=(-2m)^2-4(n^2-mn+\frac{5}{4}m^2)=-(m-2n)^2\geq 0$. ………………………………………… 1分

∴ $(m-2n)^2\leq 0$，∴ $m-2n=0$，∴ $\Delta=0$.

∴ 一元二次方程 $x^2-2mx+n^2-mn+\frac{5}{4}m^2=0$ 有两个相等实根，∴ AM=AN. ………………… 1分

(2)∵ ∠BAC=90°，AD⊥BC，∴ ∠ADC=∠ADB=90°，∠DAC=∠DBA，∴△ADC∽△BDA，

∴ $\frac{AD}{BD}=\frac{DC}{AD}$，∴ $AD^2=BD\cdot DC$. ……………………………………………………………… 1分

∵ CF⊥BE，∴ ∠FCB+∠EBD=90°，∵∠E+∠EBD=90°，∴ ∠E=∠FCB.

∵ ∠NDC=∠EDB=90°，∴ △EBD∽△CND，

∴ $\frac{ED}{CD}=\frac{BD}{DN}$，∴ $BD\cdot DC=ED\cdot DN$，∴ $AD^2=ED\cdot DN$. …………………………………… 1分

∵ $AN=\frac{15}{8}$，$DN=\frac{9}{8}$，∴ AD=DN+AN=3，∴ $3^2=\frac{9}{8}DE$，∴ DE=8. ………………………… 1分

(3)由(1)知 AM=AN，∴ ∠AMN=∠ANM.

∵∠AMN+∠ACN=90°，∠DNC+∠NCD=90°，∴∠ACM=∠NCD.

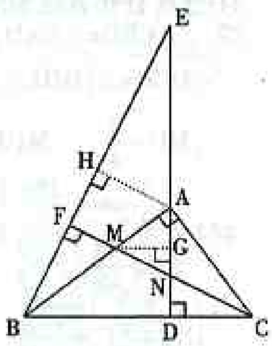
∵∠BMF+∠FBM=90°，∠AMC+∠ACM=90°，∴∠ACM=∠FBM.

由(2)可知∠E=∠FCB，∴∠ABE=∠E，∴AB=AE.

过点 M 作 MG⊥AN 于点 G，

由 MG∥BD 得 $\frac{MG}{BD}=\frac{AM}{AB}$，∴ $\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABE}}=\frac{\frac{1}{2}AN\cdot MG}{\frac{1}{2}AE\cdot BD}=\frac{AM^2}{AB^2}=\frac{9}{64}$，

∴ $\frac{AM}{AB}=\frac{3}{8}$，∴ $\frac{AN}{AE}=\frac{AM}{AB}=\frac{3}{8}$. ……………………………… 1分



过点 A 作 AH⊥EF 于点 H，由 AH∥FN，得 $\frac{EH}{HF}=\frac{AE}{AN}=\frac{8}{3}$，

设 EH=8a，则 FH=3a，∵ AE=AB，∴ BH=HE=8a，∴BF=5a，EF=11a. ……………………… 1分

由根与系数关系得，$\begin{cases}BF+EF=16a=\frac{16}{5}k\\ BF\cdot EF=55a^2=2k^2+1\end{cases}$，解得：$a=\pm\frac{\sqrt{5}}{5}$，

∵ a>0，∴ $a=\frac{\sqrt{5}}{5}$　∴$BF=\sqrt{5}$. ……………………………………………………………………… 1分

由∠ACM=∠MCB，∠DAC=∠DBA 可知△ACN∽△BCM，∴ $\frac{AC}{BC}=\frac{AN}{BM}=\frac{3}{5}$.

设 AC=3b，则 BC=5b.

在 Rt△ABC 中，有 AB=4b. ∴ $AM=\frac{3}{2}b$. 在 Rt△ACM 中，有 $MC=\frac{3\sqrt{5}}{2}b$.

由△ACM∽△FCB 得 $\frac{BC}{BF}=\frac{CM}{AM}$，∴ $\frac{BC}{\sqrt{5}}=\frac{\frac{3\sqrt{5}}{2}b}{\frac{3}{2}b}$，∴ BC=5. ……………………………… 1分

30. 解：(1)∵点 A(-1,0)与点 B 关于直线 $x=\frac{3}{2}$ 对称，∴点 B 坐标为(4,0)，

在 Rt△OAC 中，$\tan\angle BAC=\frac{OC}{OA}=2$，∵ AO=1，∴ OC=2，∴ C(0,-2). ……………… 1分

∴ $\begin{cases}a-b+c=0\\ 16a+4b+c=0\\ c=-2\end{cases}$，…………………………………………………………………………1分

解得 $\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\ b=-\frac{3}{2}\\ c=-2\end{cases}$，∴ 抛物线的解析式为：$y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2$. ……………………………… 1分

(2)$\because$ A(-1,0),B(4,0),C(0,-2)，　$\therefore$OA=1,OB=4,OC=2，　$\therefore \frac{OC}{OA}=\frac{OB}{OC}$，

又$\because \angle AOC=\angle COB=90°$，$\therefore \triangle AOC\backsim\triangle COB$，$\therefore \angle BAC=\angle BCO$，$\therefore \angle ACB=90°$. …… 1分

$\therefore$AB 为⊙O′的直径，O′点坐标为$(\frac{3}{2},0)$，　$\therefore \angle ADB=90°$.

又$\because$CD 平分$\angle BCE$，$\therefore \angle BCD=\angle ECD=45°$，　$\therefore \angle DAB=45°$，$\triangle ADB$为等腰直角三角形.

连结 O′D,则 $DO'=\frac{1}{2}AB$，$DO'\perp AB$，$\therefore DO'=\frac{5}{2}$，D 点坐标为$(\frac{3}{2},-\frac{5}{2})$. …………… 1分

设 AD 与 y 轴交于点 F，$\because \angle DAB=45°$，$\therefore$OF=OA=1，$\therefore$ CF=1，

作 DH⊥y 轴于点 H，　$\because D(\frac{3}{2},-\frac{5}{2})$，$\therefore DH=\frac{3}{2}$，$OH=\frac{5}{2}$.

$\therefore S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ACF}+S_{\triangle DCF}=\frac{1}{2}\times1\times1+\frac{1}{2}\times1\times\frac{3}{2}=\frac{5}{4}$. …………………………………………… 1分

(3)抛物线上存在点 P,使得$\angle PDB=\angle CAD$. 分两种情况讨论：

①过点 D 作直线 MN∥BC，交 y 轴于 M.$\because$MN∥BC，$\therefore \angle BDN=\angle CBD$，　$\angle OCB=\angle HMD$，

又$\because \angle CBD=\angle CAD$，　$\therefore \angle BDN=\angle CAD$，直线 MN 与抛物线在 D 点右侧的交点即为点 P.

$\because \angle OCB=\angle HMD$，$\angle COB=\angle MHD=90°$，$\therefore \triangle HDM\backsim\triangle OCB$，$\therefore \frac{MH}{DH}=\frac{OC}{OB}=\frac{2}{4}$，$\because DH=\frac{3}{2}$，

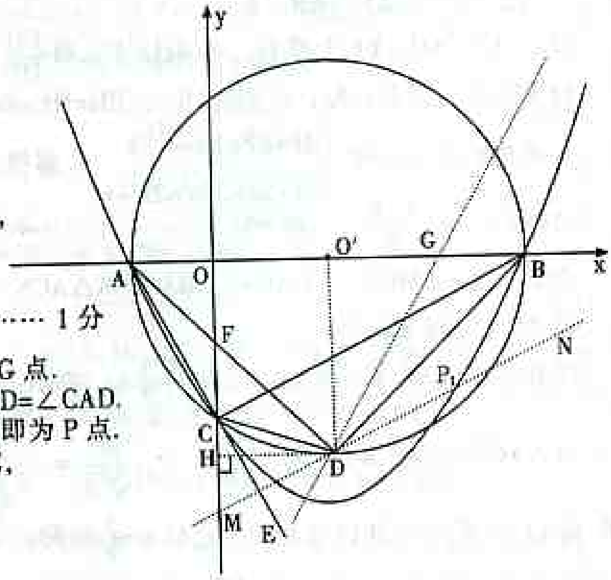
$\therefore MH=\frac{3}{4}$，$\therefore M(0,-\frac{13}{4})$.设直线 MD 的解析式为 y=mx+n，

则有$\begin{cases}\frac{3}{2}m+n=-\frac{5}{2}\\ n=-\frac{13}{4}\end{cases}$，解得$\begin{cases}m=\frac{1}{2}\\ n=-\frac{13}{4}\end{cases}$,直线 MD 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x-\frac{13}{4}$. ……………………… 1分

$\therefore \begin{cases}y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2\\ y=\frac{1}{2}x-\frac{13}{4}\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x_1=\frac{4+\sqrt{6}}{2}\\ y_1=\frac{\sqrt{6}-9}{4}\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=\frac{4-\sqrt{6}}{2}\\ y_2=-\frac{\sqrt{6}+9}{4}\end{cases}$（舍），

$\therefore P_1(\frac{4+\sqrt{6}}{2},\frac{\sqrt{6}-9}{4})$. …………………… 1分



②过点 D 作$\angle O'DG=\angle O'BC$，交 x 轴于 G 点.

$\because \angle O'DB=\angle O'BD=45°$，$\therefore \angle GDB=\angle CBD=\angle CAD$.

即直线 DG 与抛物线在 D 点右侧的交点即为 P 点.

又$\because \angle DO'G=\angle COB$，$\therefore \triangle DO'G\backsim\triangle BOC$，

$\therefore \frac{O'G}{O'D}=\frac{CO}{OB}$，$\therefore O'G=\frac{5}{4}$，$\therefore G(\frac{11}{4},0)$.

设直线 DG 的解析式为 y=px+q，

则有$\begin{cases}\frac{11}{4}p+q=0\\ \frac{3}{2}p+q=-\frac{5}{2}\end{cases}$，解得$\begin{cases}p=2\\ q=-\frac{11}{2}\end{cases}$，$\therefore$ 直线 DG 的解析式为 $y=2x-\frac{11}{2}$. …………………… 1分

$\therefore \begin{cases}y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2\\ y=2x-\frac{11}{2}\end{cases}$，解得$\begin{cases}x_3=\frac{7+\sqrt{21}}{2}\\ y_3=\frac{3+2\sqrt{21}}{2}\end{cases}$，$\begin{cases}x_4=\frac{7-\sqrt{21}}{2}\\ y_4=\frac{3-2\sqrt{21}}{2}\end{cases}$（舍），$\therefore P_2(\frac{7+\sqrt{21}}{2},\frac{3+2\sqrt{21}}{2})$.

$\therefore$ 符合条件的 P 点有两个：$P_1(\frac{4+\sqrt{6}}{2},\frac{\sqrt{6}-9}{4})$，$P_2(\frac{7+\sqrt{21}}{2},\frac{3+2\sqrt{21}}{2})$. ……… 1分

（以上各题如有不同解法并且正确，请按此步骤给分）