

2005年嘉兴市初中毕业、升学考试数学试卷

(全卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

卷 一

一、选择题 (本题有 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分, 每小题只有一个选项是正确的, 不选、多选、错选均不给分)

1. -2 的绝对值是 ()

- (A) -2 (B) 2 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

2. 下列运算正确的是 ()

- (A) $x^2 + x^2 = 2x^4$ (B) $x^2 + x^2 = x^4$ (C) $x^2 \cdot x^3 = x^6$
(D) $x^2 \cdot x^3 = x^5$

3. 下列图形中, 轴对称图形是 ()



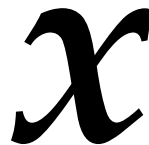
(A)



(B)



(C)



(D)

4. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有实数根, 则实数 a 的取值范围是 ()

- (A) $a \leq 1$ (B) $a < 1$ (C) $a \leq -1$ (D) $a \geq 1$

5. 圆锥的轴截面是 ()

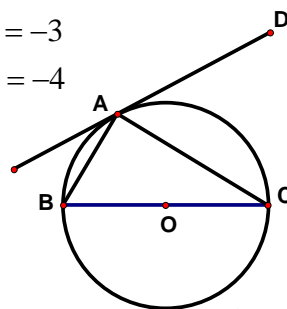
- (A) 等腰三角形 (B) 矩形 (C) 圆 (D) 弓形

6. 方程组 $\begin{cases} x+y=7 \\ xy=12 \end{cases}$ 的一个解是 ()

- (A) $\begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x=-3 \\ y=-4 \end{cases}$

7. 如图, 已知 BC 是 $\odot O$ 的直径, AD 切 $\odot O$ 于 A , 若 $\angle C = 40^\circ$, 则 $\angle DAC =$ ()

- (A) 50° (B) 40°



第7题

(C) 25° (D) 20°

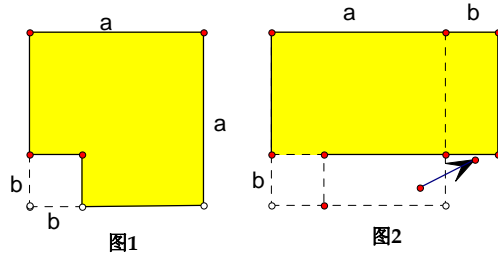
8. 在边长为 a 的正方形中挖去一个边长为 b 的小正方形 ($a > b$) (如图 1), 把余下的部分拼成一个矩形 (如图 2), 根据两个图形中阴影部分的面积相等, 可以验证 ()

(A) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(B) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(C) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

(D) $(a+2b)(a-b) = a^2 + ab - 2b^2$



9. 已知点 A $(-2, y_1)$ 、B $(-1, y_2)$ 、C $(3, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上, 则 ()

(A) $y_1 < y_2 < y_3$ (B) $y_3 < y_2 < y_1$ (C) $y_3 < y_1 < y_2$ (D) $y_2 < y_1 < y_3$

10. 某市为处理污水需要铺设一条长为 4000 米的管道, 为了尽量减少施工对交通所造成的影响, 实际施工时每天比原计划多铺设 10 米, 结果提前 20 天完成任务。设原计划每天铺设管道 x 米, 则可得方程 ()

(A) $\frac{4000}{x-10} - \frac{4000}{x} = 20$

(B) $\frac{4000}{x} - \frac{4000}{x-10} = 20$

(C) $\frac{4000}{x+10} - \frac{4000}{x} = 20$

(D) $\frac{4000}{x} - \frac{4000}{x+10} = 20$

11. “长三角” 16 个城市中浙江省有 7 个城市。图 1、图 2 分别表示 2004 年这 7 个城市 GDP (国民生产总值) 的总量和增长速度。则下列对嘉兴经济的评价, 错误的是 ()

(A) GDP 总量列第五位 (B) GDP 总量超过平均值
(C) 经济增长速度列第二位 (D) 经济增长速度超过平均值

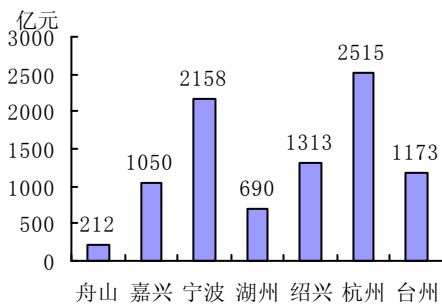


图 1

(第 11 题)

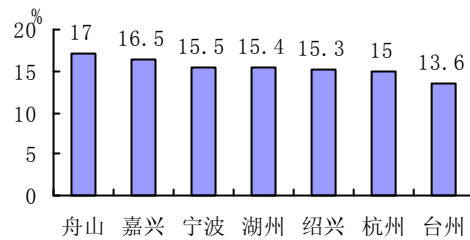


图 2

12. 从 2, 3, 4, 5 这四个数中, 任取两个数 p 和 q ($p \neq q$), 构成函数 $y_1 = px - 2$ 和 $y_2 = x + q$, 使两个函数图象的交点在直线 $x = 2$ 的左侧, 则这样的在序数组 (p, q) 共有 ()
- (A) 12 组 (B) 6 组 (C) 5 组 (D) 3 组

卷 二

二、填空题 (本题有 6 题, 每小题 5 分, 共 30 分)

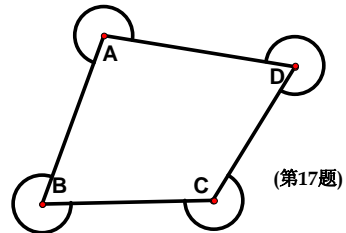
13. 计算: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab} =$ _____

14. 分解因式: $x^3 - x =$ _____

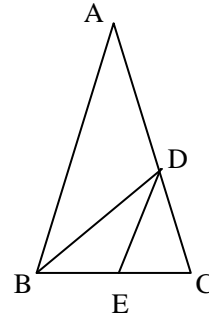
15. 已知 a, b, c, d 是成比例线段, 其中 $a = 3\text{cm}, b = 2\text{cm}, c = 6\text{cm}$, 则 $d =$ _____ cm

16. 一只袋内装有 2 个红球、3 个白球、5 个黄球 (这些球除颜色外没有其它区别), 从中任意取出一球, 则取得红球的概率是 _____

17. 如图, $ABCD$ 是各边长都大于 2 的四边形, 分别以它的顶点为圆心、1 为半径画弧 (弧的端点分别在四边形的相邻两边上), 则这 4 条弧长的和是 _____



18. 顶角为 36° 的等腰三角形称为黄金三角形。如图, $\triangle ABC$ 、 $\triangle BDC$ 、 $\triangle DEC$ 都是黄金三角形。已知 $AB = 1$, 则 $DE =$ _____



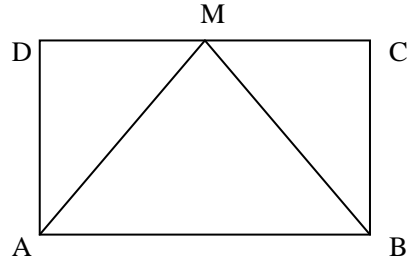
三、解答题 (本题有 7 小题, 共 72 分) 以下各小题必须写出解答过程

19. (本题 8 分) 计算: $(-4)^2 \times 4^{-1} + 2 \sin 30^\circ$

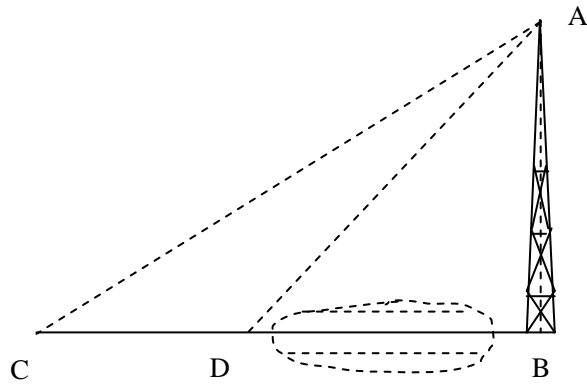
20. (本题 8 分) 如图, 矩形 ABCD 中, M 是 CD 的中点。

求证: (1) $\triangle ADM \cong \triangle BCM$;

(2) $\angle MAB = \angle MBA$



21. (本题 8 分) 如图, 河对岸有一铁塔 AB。在 C 处测得塔顶 A 的仰角为 30° , 向塔前进 16 米到达 D, 在 D 处测得 A 的仰角为 45° , 求铁塔 AB 的高。



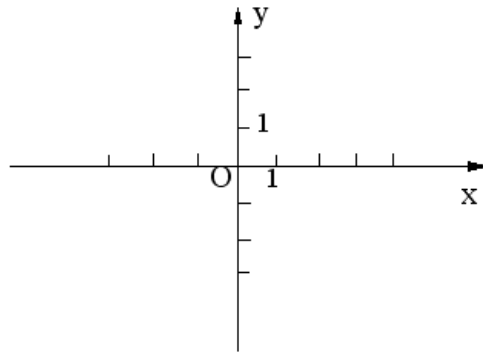
(第 21 题)

22. (本题 10 分) 已知函数 $y = x^2 - 4x + 1$

(1) 求函数的最小值;

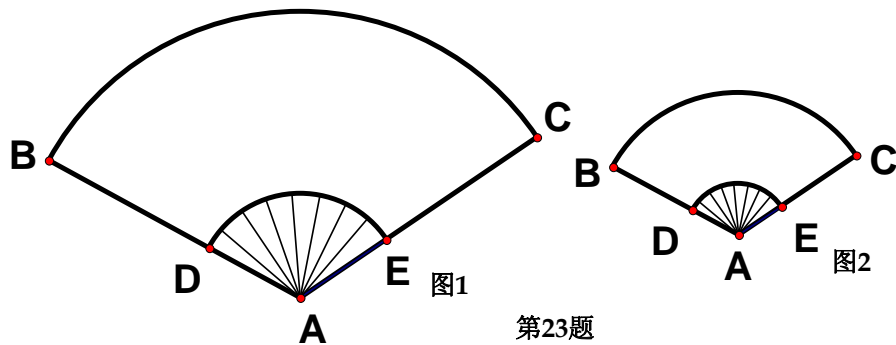
(2) 在给定坐标系中, 画出函数的图象;

(3) 设函数图象与 x 轴的交点为 A $(x_1, 0)$ 、B $(x_2, 0)$, 求 $x_1^2 + x_2^2$ 的值。

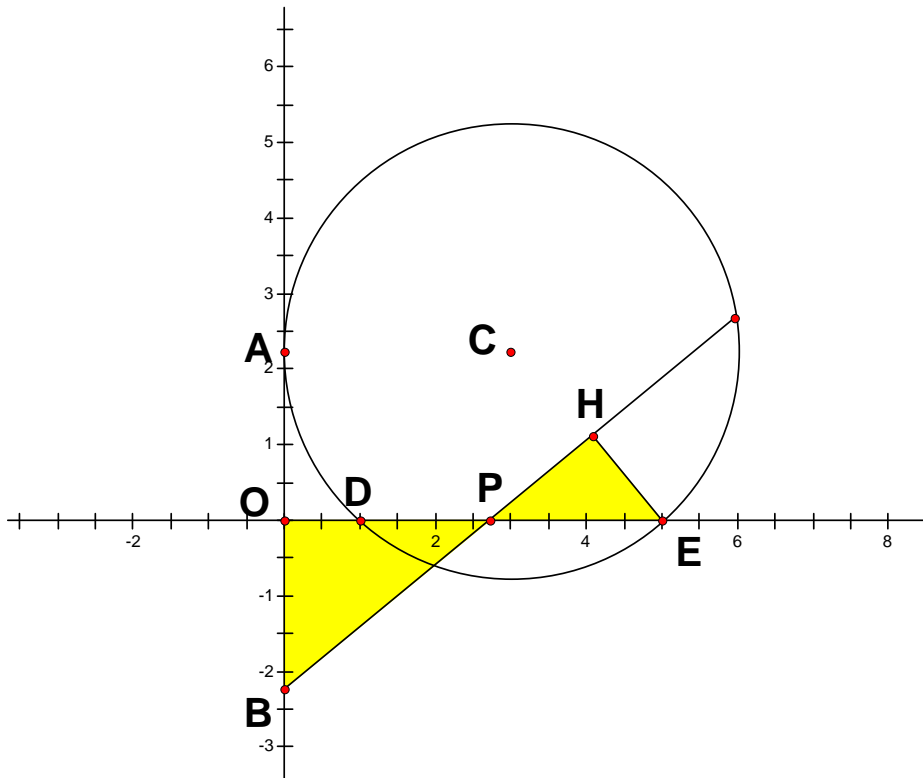


23. (本题 12 分) 某校研究性学习小组在研究相似图形时, 发现相似三角形的定义、判定及其性质, 可以拓展到扇形的相似中去。例如, 可以定义: “圆心角相等且半径和弧长对应成比例的两个扇形叫做相似扇形”; 相似扇形有性质: 弧长比等于半径比、面积比等于半径比的平方…。请你协助他们探索这个问题。

- (1) 写出判定扇形相似的一种方法: 若 _____, 则两个扇形相似;
- (2) 有两个圆心角相等的扇形, 其中一个半径为 a 、弧长为 m , 另一个半径为 $2a$, 则它的弧长为 _____;
- (3) 如图 1 是一完全打开的纸扇, 外侧两竹条 AB 和 AC 的夹角为 120° , AB 为 30cm , 现要做一个和它形状相同、面积是它一半的纸扇 (如图 2), 求新做纸扇 (扇形) 的圆心角和半径。

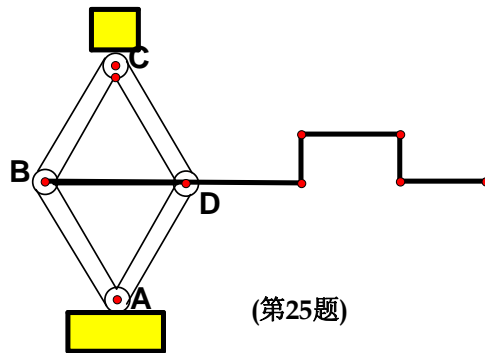


24. (本题 12 分) 在坐标平面内, 半径为 R 的 $\odot O$ 与 x 轴交于点 $D(1, 0)$ 、 $E(5, 0)$, 与 y 轴的正半轴相切于点 B 。点 A 、 B 关于 x 轴对称, 点 $P(a, 0)$ 在 x 的正半轴上运动, 作直线 AP , 作 $EH \perp AP$ 于 H 。
- (1) 求圆心 C 的坐标及半径 R 的值;
 - (2) $\triangle POA$ 和 $\triangle PHE$ 随点 P 的运动而变化, 若它们全等, 求 a 的值;
 - (3) 若给定 $a=6$, 试判定直线 AP 与 $\odot C$ 的位置关系(要求说明理由)。



25. (本题 14 分) 有一种汽车用“千斤顶”，它由 4 根连杆组成菱形 $ABCD$ ，当螺旋装置顺时针旋转时， B 、 D 两点的距离变大，从而顶起汽车。若 $AB=30$ ，螺旋装置每顺时针旋转 1 圈， BD 的长就减少 1。设 $BD=a$ ， $AC=h$ ，

- (1) 当 $a=40$ 时，求 h 值；
- (2) 从 $a=40$ 开始，设螺旋装置顺时针方向旋转 x 圈，求 h 关于 x 的函数解析式；
- (3) 从 $a=40$ 开始，螺旋装置顺时针方向连续旋转 2 圈，设第 1 圈使“千斤顶”增高 s_1 ，第 2 圈使“千斤顶”增高 s_2 ，试判定 s_1 与 s_2 的大小，并说明理由。若将条件“从 $a=40$ 开始”改为“从某一时刻开始”，则结果如何？为什么？



参考答案及评分标准

一、选择题（每小题 4 分，共 48 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	D	B	A	A	C	A	C	D	D	B	C

二、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

13. $a\sqrt{b}$ 14. $x(x+1)(x-1)$ 15. 4 16. $\frac{1}{5}$

17. 6π 18. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

三、解答题（共 72 分）

19.（本题 8 分）

解：原式 $= 16 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{2}$ ……各 2 分，共 6 分
 $= 4 + 1 = 5$ ……2 分

20.（本题 8 分）

(1) 证：∵ ABCD 是矩形，∴ $\angle ADM = \angle BCM$ ， $AD = BC$
 ∵ M 是 CD 的中点，∴ $DM = CM$
 ∴ $\triangle ADM \cong \triangle BCM$ ……5 分

(2) 证：∵ $\triangle ADM \cong \triangle BCM$ ，∴ $MA = MB$.
 ∴ $\angle MAB = \angle MBA$. ……3 分

21.（本题 8 分）

解：在 $Rt\triangle ABD$ 中，∵ $\angle ADB = 45^\circ$ ，∴ $BD = AB$. ……2 分

在 $Rt\triangle ABC$ 中，∵ $\angle ACB = 30^\circ$ ，∴ $BC = \sqrt{3} AB$. ……2 分

设 $AB = x$ （米），∵ $CD = 16$ ，∴ $BC = x + 16$. ∴ $x + 16 = \sqrt{3} x$ ……2 分

$$\Rightarrow x = \frac{16}{\sqrt{3}-1} = 8(\sqrt{3}+1). \text{ 即铁塔 } AB \text{ 的高为 } 8(\sqrt{3}+1) \text{ 米.}$$

……2 分

另解：在 $Rt\triangle ABC$ 中，∵ $\angle ACB = 30^\circ$ ，∴ $BC = AB \cot 30^\circ$ ……2 分

在 $Rt\triangle ABD$ 中，∵ $\angle ADB = 45^\circ$ ，∴ $BD = AB \cot 45^\circ$ ……2 分

∵ $CD = BC - BD = 16$ ，∴ $AB \cot 30^\circ - AB \cot 45^\circ = 16$ ……2 分

$$\therefore AB = \frac{16}{\cot 30^\circ - \cot 45^\circ} = \frac{16}{\sqrt{3} - 1} = 8(\sqrt{3} + 1)$$

即铁塔 AB 的高为 $8(\sqrt{3} + 1)$ 米 ……2 分

22. (本题 10 分)

解 : (1) \therefore

$$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3,$$

\therefore 当 $x=2$ 时, $y_{\min} = -3$. ……3 分

(2) 如图, 图象是一条开口向上的抛物线。

对称轴为 $x=2$, 顶点为 $(2, -3)$ 。

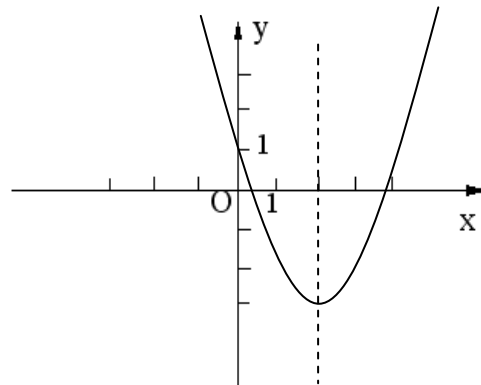
(3) 由题意, x_1, x_2 , 是方程 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 的两根,

$$\therefore x_1 + x_2 = 4, x_1 x_2 = 1. \quad \dots\dots 2$$

分

\therefore

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4^2 - 2 = 14 \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$



23. (本题 12 分)

解: (1) 答案不唯一, 例如“圆心角相等”、“半径和弧长对应成比例” ……3 分

(2) 2m ……4 分

(3) \therefore 两个扇形相似, \therefore 新扇形的圆心角为 120° ……2 分

$$\text{设新扇形的半径为 } r, \text{ 则 } \left(\frac{r}{30}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow r = 15\sqrt{2}. \text{ 即新扇形的半径为 } 15\sqrt{2} \text{ cm} \quad \dots\dots 3 \text{ 分}$$

24. (本题 12 分)

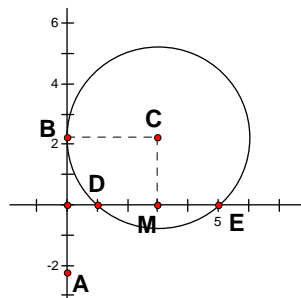
解: (1) 连 BC, 则 $BC \perp y$ 轴。

取 DE 中点 M, 连 CM, 则 $CM \perp x$ 轴。

$$\therefore OD=1, OE=5, \therefore OM=3.$$

$$\therefore OB^2 = OD \cdot OE = 5, \therefore OB = \sqrt{5}.$$

\therefore 圆心 $C(3, \sqrt{5})$, 半径 $R=3$. ……4 分



(2) $\because \triangle POA \cong \triangle PHE, \therefore PA=PE$ 。

$$\because OA=OB=\sqrt{5}, OE=5, OP=a, \therefore PA^2 = a^2 + 5, PE^2 = (5-a)^2,$$

$$\therefore a^2 + 5 = (a-5)^2 \Rightarrow a = 2 \quad \dots\dots 4 \text{ 分}$$

(3) 解法一:

过点 A 作 $\odot C$ 的切线 AT (T 为切点) 交 x 正半轴于 Q, 设 Q (m, 0), 则
QE=m-5, QD=m-1,

$$QT=QA-AT=QA-AB=\sqrt{m^2+5}-2\sqrt{5}$$

由 $OT^2=OE \cdot OD$, 得

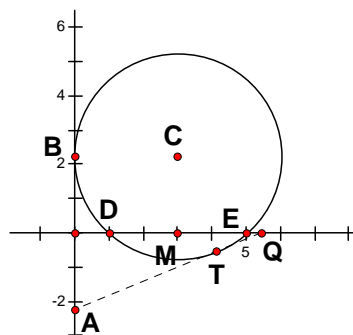
$$(\sqrt{m^2+5}-2\sqrt{5})^2 = (m-5)(m-1)$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{5(m^2+5)} = 3m+10 \Rightarrow 11m^2 - 60m = 0$$

$$\because m > 0, \therefore m = \frac{60}{11}$$

$\because a=6$, 点 P (6, 0) 在点 Q ($\frac{60}{11}$, 0) 的右侧,

\therefore 直线 AP 与 $\odot C$ 相离。



$\dots\dots 4 \text{ 分}$

解法二:

设射线 AP、BC 交于点 F,

作 $CT \perp AF$ 于 T, 则

$$\because \triangle AOP \sim \triangle CTF, \therefore \frac{CT}{CF} = \frac{AO}{AP}$$

而 $AO=\sqrt{5}, AP=\sqrt{41}$,

$$CF=BF-BC=12-3=9,$$

$$\therefore \frac{CT}{9} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{41}} \Rightarrow CT = \frac{9\sqrt{5}}{\sqrt{41}} > \frac{9\sqrt{5}}{\sqrt{45}} = 3 = R,$$

\therefore 直线 AP 与 $\odot C$ 相离

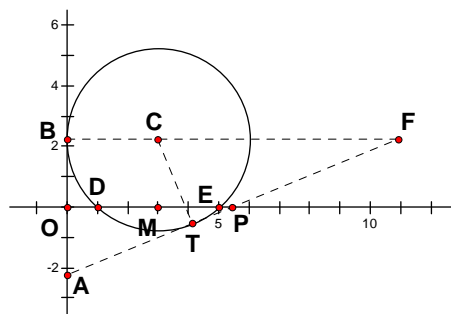
$\dots\dots 4 \text{ 分}$

25. (本题 14 分)

解: (1) 连 AC 交 BD 于 O,

\because ABCD 为菱形, $\therefore \angle AOB=90^\circ, OA=\frac{h}{2}, OB=20 \quad \dots\dots 3 \text{ 分}$

在 $Rt\triangle AOB$ 中, $\because AO^2+BO^2=AB^2,$



$$\therefore \left(\frac{h}{2}\right)^2 + 20^2 = 30^2 \Rightarrow h = 20\sqrt{5} \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 从 $a=40$ 开始, 螺旋装置顺时针方向旋转 x 圈, 则 $BC=40-x$ $\dots\dots 2$ 分

$$\therefore \left(\frac{h}{2}\right)^2 + \left(\frac{40-x}{2}\right)^2 = 30^2 \Rightarrow h = \sqrt{60^2 - (40-x)^2} \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$

(3) 结论: $s_1 > s_2$. 在 $h = \sqrt{60^2 - (40-x)^2}$ 中,

$$\text{令 } x=0 \text{ 得, } h_0 = \sqrt{60^2 - 40^2} \approx 44.721;$$

$$\text{令 } x=1 \text{ 得, } h_1 = \sqrt{60^2 - 39^2} \approx 45.596;$$

$$\text{令 } x=2 \text{ 得, } h_2 = \sqrt{60^2 - 38^2} \approx 46.435.$$

$$\therefore s_1 = h_1 - h_0 \approx 0.88, s_2 = h_2 - h_1 \approx 0.84, \therefore s_1 > s_2 \quad \dots\dots 3 \text{ 分}$$

也可以如下比较 s_1 、 s_2 的大小:

$$\therefore s_1 = \sqrt{60^2 - 39^2} - \sqrt{60^2 - 40^2} = \frac{(60^2 - 39^2) - (60^2 - 40^2)}{\sqrt{60^2 - 39^2} + \sqrt{60^2 - 40^2}}$$

$$= \frac{79}{\sqrt{99 \times 21} + \sqrt{100 \times 20}}$$

$$s_2 = \sqrt{60^2 - 38^2} - \sqrt{60^2 - 39^2} = \frac{(60^2 - 38^2) - (60^2 - 39^2)}{\sqrt{60^2 - 38^2} + \sqrt{60^2 - 39^2}}$$

$$= \frac{77}{\sqrt{98 \times 22} + \sqrt{99 \times 21}}.$$

$$\text{而 } 79 > 77, \sqrt{100 \times 20} < \sqrt{98 \times 22}, \therefore s_1 > s_2 \quad \dots\dots 3 \text{ 分}$$

若将条件“从 $a=40$ 开始”改为“从任意时刻开始”, 则结论 $s_1 > s_2$ 仍成立。

$$\therefore s_1 = \sqrt{60^2 - (a-1)^2} - \sqrt{60^2 - a^2} = \frac{2a-1}{\sqrt{60^2 - (a-1)^2} + \sqrt{60^2 - a^2}},$$

$$s_2 = \sqrt{60^2 - (a-2)^2} - \sqrt{60^2 - (a-1)^2} = \frac{2a-3}{\sqrt{60^2 - (a-2)^2} + \sqrt{60^2 - (a-1)^2}}$$

而 $2a-1 > 2a-3, \sqrt{60^2-a^2} < \sqrt{60^2-(a-2)^2}, \therefore s_1 > s_2$. ……2分