2016年普通高等学校招生全国统一考试(浙江卷)数学理

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的.

1.已知集合P={x∈R|1≤x≤3}，Q={x∈R|x^2≥4}，则P∪(C_RQ)=(　　)

A.[2，3]

B.(-2，3]

C.[1，2)

D.(-∞，-2]∪[1，+∞)

解析：Q={x∈R|x^2≥4}={x∈R|x≥2或x≤-2}，

即有C_RQ={x∈R|-2<x<2}，则P∪(C_RQ)=(-2，3].

答案：B

2.已知互相垂直的平面α，β交于直线l，若直线m，n满足m∥α，n⊥β，则(　　)

A.m∥l

B.m∥n

C.n⊥l

D.m⊥n

解析：∵互相垂直的平面α，β交于直线l，直线m，n满足m∥α，

∴m∥β或m⊂β或m⊥β，l⊂β，

∵n⊥β，∴n⊥l.

答案：C

3.在平面上，过点P作直线l的垂线所得的垂足称为点P在直线l上的投影，由区域$\begin{cases}x-2\le 0,\\ x+y\ge 0,\\ x-3y+4\ge 0\end{cases}$中的点在直线x+y-2=0上的投影构成的线段记为AB，则|AB|=(　　)

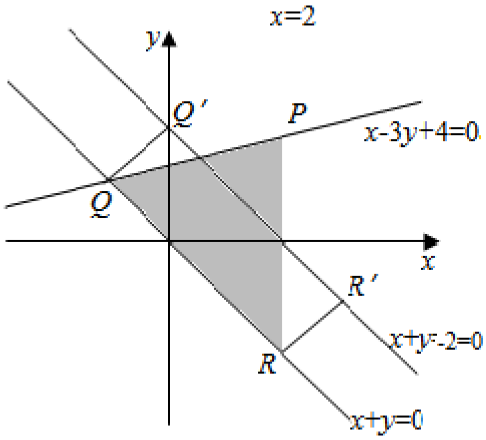
A.$2\sqrt{2}$

B.4

C.$3\sqrt{2}$

D.6

解析：作出不等式组对应的平面区域如图：(阴影部分)，



区域内的点在直线 x+y-2=0 上的投影构成线段 R′Q′，即 SAB，

而 R′Q′=RQ，

由 $\begin{cases}x-3y+4=0,\\x+y=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-1,\\y=1,\end{cases}$ 即 Q(-1，1)，

由 $\begin{cases}x=2,\\x+y=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=2,\\y=-2,\end{cases}$ 即 R(2，-2)，

则|AB|=|QR|= $\sqrt{(-1-2)^2+(1+2)^2}=\sqrt{9+9}=3\sqrt{2}$.

答案：C

4. 命题“∀x∈R，∃n∈N*，使得 n≥x^2”的否定形式是(　　)

A. ∀x∈R，∃n∈N*，使得 n<x^2

B. ∀x∈R，∀n∈N*，使得 n<x^2

C. ∃x∈R，∃n∈N*，使得 n<x^2

D. ∃x∈R，∀n∈N*，使得 n<x^2

解析：因为全称命题的否定是特称命题，所以，命题“∀x∈R，∃n∈N*，使得 n≥x^2”的否定形式是：∃x∈R，∀n∈N*，使得 n<x^2.

答案：D.

5. 设函数 f(x)=$\sin^2x$+bsinx+c，则 f(x)的最小正周期(　　)

A. 与 b 有关，且与 c 有关

B. 与 b 有关，但与 c 无关

C. 与 b 无关，且与 c 无关

D. 与 b 无关，但与 c 有关

解析：∵设函数 f(x)=$\sin^2x$+bsinx+c，

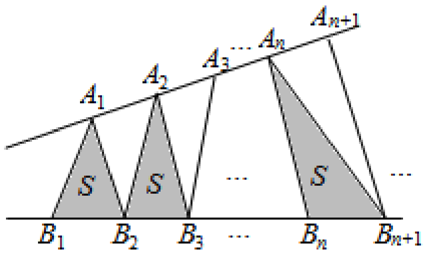
∴c 是图象的纵坐标增加了 c，横坐标不变，故周期与 c 无关，

当 b=0 时，f(x)=$\sin^2x$+bsinx+c=$-\frac{1}{2}$cos2x+$\frac{1}{2}$+c 的最小正周期为 T=$\frac{2\pi}{2}$=π，

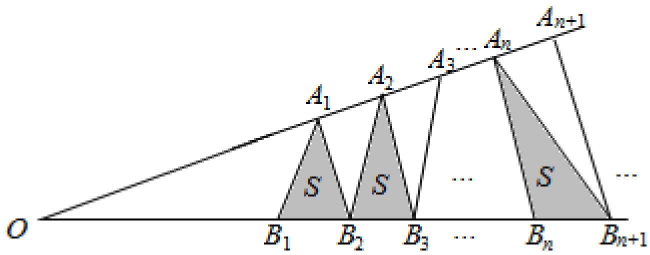
当 b≠0 时，f(x)=$-\frac{1}{2}$cos2x+bsinx+$\frac{1}{2}$+c，

∵y=cos2x 的最小正周期为π，y=bsinx 的最小正周期为 2π，
∴f(x)的最小正周期为 2π，故 f(x)的最小正周期与 b 有关.
答案：B

6.如图，点列{A_n}、{B_n}分别在某锐角的两边上，且|A_nA_{n+1}|=|$A_{n+1}A_{n+2}$|，A_n≠A_{n+1}，n∈N*，|B_nB_{n+1}|=|$B_{n+1}B_{n+2}$|，B_n≠B_{n+1}，n∈N*，(P≠Q 表示点 P 与 Q 不重合)若 d_n=|A_nB_n|，S_n 为△$A_nB_nB_{n+1}$的面积，则(　　)



A.{S_n}是等差数列
B.{S_n^2}是等差数列
C.{d_n}是等差数列
D.{d_n^2}是等差数列
解析：设锐角的顶点为 O，|OA_1|=a，|OB_1|=b，



|A_nA_{n+1}|=|$A_{n+1}A_{n+2}$|=b，|B_nB_{n+1}|=|$B_{n+1}B_{n+2}$|=d，
由于 a，b 不确定，则{d_n}不一定是等差数列，{d_n^2}不一定是等差数列，
设△$A_nB_nB_{n+1}$的底边 B_nB_{n+1}上的高为 h_n，

由三角形的相似可得 $\frac{h_n}{h_{n+1}}=\frac{OA_n}{OA_{n+1}}=\frac{a+(n-1)b}{a+nb}$，$\frac{h_{n+2}}{h_{n+1}}=\frac{OA_n+2}{OA_{n+1}}=\frac{a+(n+1)b}{a+nb}$，

两式相加可得，$\frac{h_n+h_{n+2}}{h_{n+1}}=\frac{2a+2nb}{a+nb}=2$，即有 $h_n+h_{n+2}=2h_{n+1}$，

由 $S_n=\frac{1}{2}$d·hn，可得 $S_n+S_{n+2}=2S_{n+1}$，即为 $S_{n+2}-S_{n+1}=S_{n+1}-S_n$，则数列{$S_n$}为等差数列.
答案：A

7. 已知椭圆 C_1：$\frac{x^2}{m^2}+y^2$=1(m>1)与双曲线 C_2：$\frac{x^2}{n^2}-y^2$=1(n>0)的焦点重合，e_1，e_2分别为 C_1，C_2的离心率，则(　　)
A.m>n 且 e_1e_2>1

B. $m>n$ 且 $e_1e_2<1$
C. $m<n$ 且 $e_1e_2>1$
D. $m<n$ 且 $e_1e_2<1$

解析：∵椭圆 C_1：$\frac{x^2}{m^2}+y^2=1(m>1)$与双曲线 C_2：$\frac{x^2}{n^2}-y^2=1(n>0)$的焦点重合，

∴满足 $c^2=m^2-1=n^2+1$，
即 $m^2-n^2=2>0$，∴$m^2>n^2$，则 $m>n$，排除 C，D.
则 $c^2=m^2-1<m^2$，$c^2=n^2+1>n^2$，则 $c<m$. $c>n$，$e_1=\frac{c}{m}$，$e_2=\frac{c}{n}$，

则 $e_1\cdot e_2=\frac{c}{m}\cdot\frac{c}{n}=\frac{c^2}{mn}$，

则 $(e_1\cdot e_2)^2=\left(\frac{c}{m}\right)^2\cdot\left(\frac{c}{n}\right)^2=\frac{c^2}{m^2}\cdot\frac{c^2}{n^2}=\frac{\left(m^2-1\right)\left(n^2+1\right)}{m^2n^2}$

$=\frac{m^2n^2+\left(m^2-n^2\right)-1}{m^2n^2}=\frac{1+m^2-n^2-1}{m^2n^2}=1+\frac{2-1}{m^2n^2}=1+\frac{1}{m^2n^2}>1$，

∴$e_1e_2>1$，
答案：A.

8. 已知实数 a，b，c.（　　）
A. 若 $|a^2+b+c|+|a+b^2+c|\leqslant1$，则 $a^2+b^2+c^2<100$
B. 若 $|a^2+b+c|+|a^2+b-c|\leqslant1$，则 $a^2+b^2+c^2<100$
C. 若 $|a+b+c^2|+|a+b-c^2|\leqslant1$，则 $a^2+b^2+c^2<100$
D. 若 $|a^2+b+c|+|a+b^2-c|\leqslant1$，则 $a^2+b^2+c^2<100$
解析：A. 设 $a=b=10$，$c=-110$，则 $|a^2+b+c|+|a+b^2+c|=0\leqslant1$，$a^2+b^2+c^2>100$；
B. 设 $a=10$，$b=-100$，$c=0$，则 $|a^2+b+c|+|a^2+b-c|=0\leqslant1$，$a^2+b^2+c^2>100$；
C. 设 $a=100$，$b=-100$，$c=0$，则 $|a+b+c^2|+|a+b-c^2|=0\leqslant1$，$a^2+b^2+c^2>100$.
答案：D

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分.

9. 若抛物线 $y^2=4x$ 上的点 M 到焦点的距离为 10，则 M 到 y 轴的距离是_________.
解析：抛物线的准线为 $x=-1$，
∵点 M 到焦点的距离为 10，
∴点 M 到准线 $x=-1$ 的距离为 10，
∴点 M 到 y 轴的距离为 9.
答案：9.

10. 已知 $2\cos^2x+\sin2x=A\sin(\omega x+\phi)+b(A>0)$，则 A=_________，b=_________.
解析：∵$2\cos^2x+\sin2x=1+\cos2x+\sin2x$

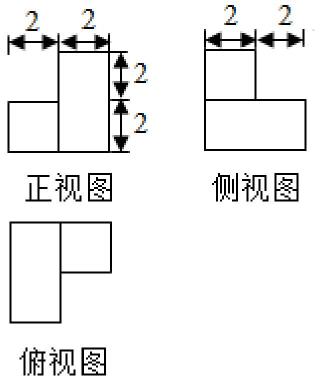
$=1+\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x\right)+1$

$=\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+1$，

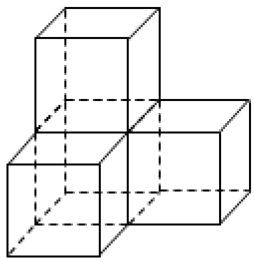
∴$A=\sqrt{2}$，$b=1$，

答案：$\sqrt{2}$；1.

11.某几何体的三视图如图所示(单位：cm)，则该几何体的表面积是_____cm^2，体积是 cm^3.



解析：由三视图可得，原几何体为由四个棱长为2cm的小正方体所构成的，



则其表面积为$2^2\times(24-6)=72cm^2$，
其体积为$4\times 2^3=32$，
答案：72，32

12.已知$a>b>1$，若$\log_a b+\log_b a=\frac{5}{2}$，$ab=ba$，则$a=$________，$b=$________.

解析：设$t=\log_b a$，由$a>b>1$知$t>1$，代入$\log_a b+\log_b a=\frac{5}{2}$得$t+\frac{1}{t}=\frac{5}{2}$，

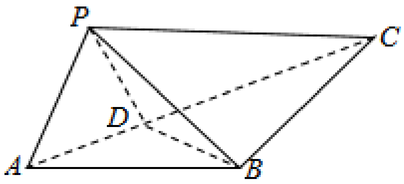
即$2t^2-5t+2=0$，解得$t=2$或$t=\frac{1}{2}$(舍去)，所以$\log_b a=2$，即$a=b^2$，

因为$a^b=b^a$，所以$b^{2b}=b^a$，则$a=2b=b^2$，解得$b=2$，$a=4$，
答案：4；2.

13.设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_2=4$，$a_{n+1}=2S_{n+1}$，$n\in N^*$，则$a_1=$________，$S_5=$________.

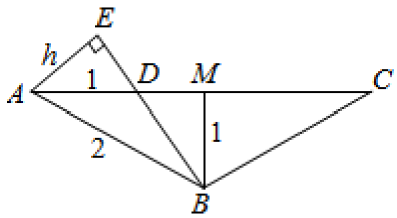
解析：由 n=1 时，$a_1=S_1$，可得 $a_2=2S_1+1=2a_1+1$，
又 $S_2=4$，即 $a_1+a_2=4$，即有 $3a_1+1=4$，解得 $a_1=1$；
由 $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n$，可得 $S_{n+1}=3S_{n+1}$，
由 $S_2=4$，可得 $S_3=3\times4+1=13$，$S_4=3\times13+1=40$，$S_5=3\times40+1=121$.
答案：1，121.

14.如图，在△ABC 中，AB=BC=2，∠ABC=120°.若平面 ABC 外的点 P 和线段 AC 上的点 D，满足 PD=DA，PB=BA，则四面体 PBCD 的体积的最大值是________.



解析：如图，M 是 AC 的中点.

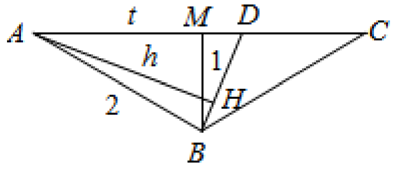
①当 AD=t＜AM=$\sqrt{3}$ 时，如图，此时高为 P 到 BD 的距离，也就是 A 到 BD 的距离，即图中 AE，



DM=$\sqrt{3}$-t，由△ADE∽△BDM，可得 $\frac{h}{1}=\frac{t}{\sqrt{\left(\sqrt{3}-t\right)^2+1}}$，$\therefore h=\frac{t}{\sqrt{\left(\sqrt{3}-t\right)^2+1}}$，

V=$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(2\sqrt{3}-t\right)\cdot1\cdot\frac{t}{\sqrt{\left(\sqrt{3}-t\right)^2+1}}=\frac{1}{6}\cdot\frac{3-\left(\sqrt{3}-t\right)^2}{\sqrt{\left(\sqrt{3}-t\right)^2+1}}$，t∈(0，$\sqrt{3}$).

②当 AD=t＞AM=$\sqrt{3}$ 时，如图，此时高为 P 到 BD 的距离，也就是 A 到 BD 的距离，即图中 AH，



DM=t−$\sqrt{3}$，由等面积，可得 $\frac{1}{2}$ • AD • BM=$\frac{1}{2}$ • BD • AH，$\therefore \frac{1}{2}\cdot t\cdot1=\frac{1}{2}\sqrt{\left(t-\sqrt{3}\right)^2+1}$，∴h=

$\frac{t}{\sqrt{\left(\sqrt{3}-t\right)^2+1}}$，

$\therefore$V=$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(2\sqrt{3}-t\right)\cdot1\cdot\frac{t}{\sqrt{\left(\sqrt{3}-t\right)^2+1}}=\frac{1}{6}\cdot\frac{3-\left(\sqrt{3}-t\right)^2}{\sqrt{\left(\sqrt{3}-t\right)^2+1}}$，t∈（$\sqrt{3}$，2$\sqrt{3}$）.

综上所述，V=$\frac{1}{6}\cdot\frac{3-\left(\sqrt{3}-t\right)^2}{\sqrt{\left(\sqrt{3}-t\right)^2+1}}$，t∈(0，2$\sqrt{3}$)

令 m=$\sqrt{\left(\sqrt{3}-t\right)^2+1}$∈[1，2)，则 V=$\frac{1}{6}\cdot\frac{4-m^2}{m}$，∴m=1 时，$V_{max}$=$\frac{1}{2}$.

答案：$\frac{1}{2}$.

15.已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，|$\vec{a}$|=1，|$\vec{b}$|=2，若对任意单位向量$\vec{e}$，均有|$\vec{a}\cdot\vec{e}$|+|$\vec{b}\cdot\vec{e}$|≤$\sqrt{6}$，

则$\vec{a}\cdot\vec{b}$的最大值是______________.

解析：∵|($\vec{a}+\vec{b}$)$\cdot\vec{e}$|=|$\vec{a}\cdot\vec{e}+\vec{b}\cdot\vec{e}$|≤|$\vec{a}\cdot\vec{e}$|+|$\vec{b}\cdot\vec{e}$|≤$\sqrt{6}$，

∴|($\vec{a}+\vec{b}$)$\cdot\vec{e}$|≤|$\vec{a}+\vec{b}$|≤$\sqrt{6}$，平方得：|$\vec{a}$|^2+|$\vec{b}$|^2+2$\vec{a}\cdot\vec{b}$≤$\sqrt{6}$，

即 $1^2+2^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}$≤6，则$\vec{a}\cdot\vec{b}$≤$\frac{1}{2}$，故$\vec{a}\cdot\vec{b}$的最大值是$\frac{1}{2}$.

答案：$\frac{1}{2}$.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

16.在△ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，已知 b+c=2acosB.
(Ⅰ)证明：A=2B

(Ⅱ)若△ABC 的面积 S=$\frac{a^2}{4}$，求角 A 的大小.

解析：(Ⅰ)利用正弦定理，结合和角的正弦公式，即可证明 A=2B

(Ⅱ)若△ABC 的面积 S=$\frac{a^2}{4}$，则$\frac{1}{2}$bcsinA=$\frac{a^2}{4}$，结合正弦定理、二倍角公式，即可求角 A 的大小.

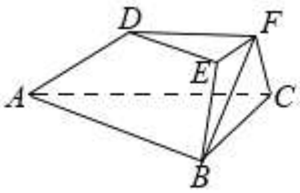
答案：(Ⅰ)∵b+c=2acosB，
∴sinB+sinC=2sinAcosB，
∴sinB+sin(A+B)=2sinAcosB，
∴sinB+sinAcosB+cosAsinB=2sinAcosB，
∴sinB=2=sinAcosB-cosAsinB=sin(A-B)，

∵A，B 是三角形中的角，∴B=A-B，∴A=2B.

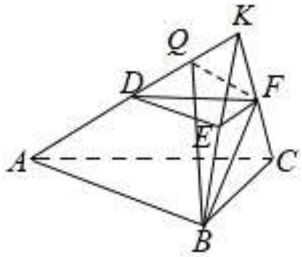
(Ⅱ)∵△ABC 的面积 S=$\dfrac{a^2}{4}$，∴$\dfrac{1}{2}$bcsinA=$\dfrac{a^2}{4}$，∴2bcsinA=a2，∴2sinBsinC=sinA=sin2B，

∴sinC=cosB，∴B+C=90°，或 C=B+90°，∴A=90°或 A=45°.

17.如图,在三棱台 ABC-DEF 中,已知平面 BCFE⊥平面 ABC,∠ACB=90°,BE=EF=FC=1,BC=2,AC=3,



(Ⅰ)求证：EF⊥平面 ACFD;
(Ⅱ)求二面角 B-AD-F 的余弦值.
解析：(I)先证明 BF⊥AC，再证明 BF⊥CK，进而得到 BF⊥平面 ACFD.
(II)先找二面角 B-AD-F 的平面角，再在 Rt△BQF 中计算，即可得出.
答案：(I)延长 AD，BE，CF 相交于点 K，如图所示，∵平面 BCFE⊥平面 ABC，∠ACB=90°，∴AC⊥平面 BCK，∴BF⊥AC.
又 EF∥BC，BE=EF=FC=1，BC=2，∴△BCK 为等边三角形，且 F 为 CK 的中点，则 BF⊥CK，∴BF⊥平面 ACFD.
(II)过点 F 作 FQ⊥AK，连接 BQ,



∵BF⊥平面 ACFD.∴BF⊥AK，则 AK⊥平面 BQF，
∴BQ⊥AK.∴∠BQF 是二面角 B-AD-F 的平面角.

在 Rt△ACK 中，AC=3，CK=2，可得 FQ=$\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$.

在 Rt△BQF 中，BF=$\sqrt{3}$，FQ=$\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$.可得：cos∠BQF=$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

∴二面角 B-AD-F 的平面角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

18.已知 a≥3，函数 F(x)=min{2|x-1|，x^2-2ax+4a-2}，其中 min(p，q)=$\begin{cases} p, & p\le q \\ q, & p>q. \end{cases}$

(Ⅰ)求使得等式 $F(x)=x^2-2ax+4a-2$ 成立的 x 的取值范围;
(Ⅱ)(i)求 F(x)的最小值 m(a);
(ii)求 F(x)在[0，6]上的最大值 M(a).
解析:(Ⅰ)由 $a\geq3$，讨论 $x\leq1$ 时，$x>1$，去掉绝对值，化简 $x^2-2ax+4a-2-2|x-1|$，判断符号，即可得到 $F(x)=x^2-2ax+4a-2$ 成立的 x 的取值范围;
(Ⅱ)(i)设 $f(x)=2|x-1|$，$g(x)=x^2-2ax+4a-2$，求得 f(x)和 g(x)的最小值，再由新定义，可得 F(x)的最小值;
(ii)分别对当 $0\leq x\leq2$ 时，当 $2<x\leq6$ 时，讨论 F(x)的最大值，即可得到 F(x)在[0，6]上的最大值 M(a).
答案:(Ⅰ)由 $a\geq3$，故 $x\leq1$ 时，
$x^2-2ax+4a-2-2|x-1|=x^2+2(a-1)(2-x)>0$;
当 $x>1$ 时，$x^2-2ax+4a-2-2|x-1|=x^2-(2+2a)x+4a=(x-2)(x-2a)$，
则等式 $F(x)=x^2-2ax+4a-2$ 成立的 x 的取值范围是(2，2a);
(Ⅱ)(i)设 $f(x)=2|x-1|$，$g(x)=x^2-2ax+4a-2$，
则 $f(x)_{min}=f(1)=0$，$g(x)_{min}=g(a)=-a^2+4a-2$.

由 $-a^2+4a-2=0$，解得 $a=2+\sqrt{2}$(负的舍去)，

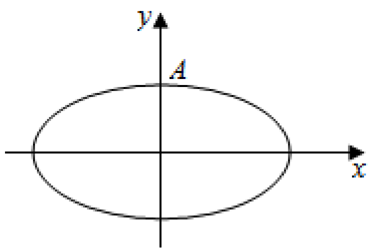
由 F(x)的定义可得 m(a)=min{f(1)，g(a)}，

即 $m(a)=\begin{cases}0,3\leq a\leq2+\sqrt{2},\\-a^2+4a-2，a>2+\sqrt{2}.\end{cases}$

(ii)当 $0\leq x\leq2$ 时，$F(x)\leq f(x)\leq\max\{f(0)，f(2)\}=2=F(2)$;
当 $2<x\leq6$ 时，$F(x)\leq g(x)\leq\max\{g(2)，g(6)\}=\max\{2，34-8a\}=\max\{F(2)，F(6)\}$.

则 $M(a)=\begin{cases}34-8a,3\leq a\leq4,\\2，a>4.\end{cases}$

19. 如图，设椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$.



(Ⅰ)求直线 $y=kx+1$ 被椭圆截得到的弦长(用 a，k 表示)
(Ⅱ)若任意以点 A(0，1)为圆心的圆与椭圆至多有三个公共点，求椭圆的离心率的取值范围.
解析:(Ⅰ)联立直线 $y=kx+1$ 与椭圆方程，利用弦长公式求解即可.
(Ⅱ)写出圆的方程，假设圆 A 与椭圆由 4 个公共点，再利用对称性有解已知条件可得任意一 A(0，1)为圆心的圆与椭圆至多有 3 个公共点，a 的取值范围，进而可得椭圆的离心率的取值范围.

答案：（Ⅰ）由题意可得：$\begin{cases} y=kx+1, \\ \dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1, \end{cases}$ 可得：$(1+a^2k^2)x^2+2ka^2x=0$，

得 $x_1=0$ 或 $x_2=\dfrac{-2ka^2}{1+k^2a^2}$，

直线 y=kx+1 被椭圆截得到的弦长为：$\sqrt{1+k^2}\left|x_1-x_2\right|=\dfrac{2a^2\left|k\right|}{1+a^2k^2}\sqrt{1+k^2}$.

（Ⅱ）假设圆 A 与椭圆由 4 个公共点，由对称性可设 y 轴左侧的椭圆上有两个不同的点 P，Q，满足|AP|=|AQ|，

记直线 AP，AQ 的斜率分别为：k_1，k_2；且 k_1，k_2＞0，$k_1\neq k_2$，

由(1)可知|AP|=$\dfrac{2a^2\left|k_1\right|\sqrt{1+k_1^2}}{1+a^2k_1^2}$，|AQ|=$\dfrac{2a^2\left|k_2\right|\sqrt{1+k_2^2}}{1+a^2k_2^2}$，

故：$\dfrac{2a^2\left|k_1\right|\sqrt{1+k_1^2}}{1+a^2k_1^2}=\dfrac{2a^2\left|k_2\right|\sqrt{1+k_2^2}}{1+a^2k_2^2}$，所以，$(k_1^2-k_2^2)[1+k_1^2+k_2^2+a^2(2-a^2)k_1^2k_2^2]=0$，由 $k_1\neq k_2$，

k_1，k_2＞0，可得：$1+k_1^2+k_2^2+a^2(2-a^2)k_1^2k_2^2=0$，

因此$(\dfrac{1}{k_1^2}+1)(\dfrac{1}{k_2^2}+1)=1+a^2(a^2-2)$①，

因为①式关于 k_1，k_2；的方程有解的充要条件是：$1+a^2(a^2-2)>1$，所以 $a>\sqrt{2}$.

因此，任意点 A(0，1)为圆心的圆与椭圆至多有三个公共点的充要条件为：1＜a＜2，

$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{a^2-1}{a}$ 得，所求离心率的取值范围是：$0<e\leqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

20.设数列满足$|a_n-\dfrac{a_{n+1}}{2}|\leqslant 1$，$n\in N^*$.

（Ⅰ）求证：$|a_n|\geqslant 2^{n-1}(|a_1|-2)(n\in N^*)$

（Ⅱ）若$|a_n|\leqslant(\dfrac{3}{2})^n$，$n\in N^*$，证明：$|a_n|\leqslant 2$，$n\in N^*$.

解析：(I)使用三角不等式得出$|a_n|-\dfrac{1}{2}|a_{n+1}|\leqslant 1$，变形得$\dfrac{\left|a_n\right|}{2^n}-\dfrac{\left|a_{n+1}\right|}{2^{n+1}}\leq\dfrac{1}{2^n}$，使用累加法可求得$\dfrac{\left|a_1\right|}{2}-\dfrac{\left|a_n\right|}{2^n}<1$，即结论成立；

(II)利用(I)的结论得出$\dfrac{\left|a_n\right|}{2^n}-\dfrac{\left|a_m\right|}{2^m}\leq\dfrac{1}{2^{n-1}}$，进而得出$|a_n|<2+(\dfrac{3}{4})^m\cdot 2^n$，利用 m 的任意性

可证$|a_n|\leqslant 2$.

答案：(I)$\because |a_n-\frac{a_{n+1}}{2}|\leqslant 1$，$\therefore |a_n|-\frac{1}{2}|a_{n+1}|\leqslant 1$，$\therefore \frac{|a_n|}{2^n}-\frac{|a_{n+1}|}{2^{n+1}}\leq\frac{1}{2^n}$，$n\in N^*$，

$\therefore \frac{|a_1|}{2}-\frac{|a_n|}{2^n}=(\frac{|a_1|}{2}-\frac{|a_2|}{2^2})+(\frac{|a_2|}{2^2}-\frac{|a_3|}{2^3})+\cdots+(\frac{|a_{n-1}|}{2^{n-1}}-\frac{|a_n|}{2^n})\leqslant\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}=$

$\frac{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2^n}\right)}{1-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2^n}<1$.

$\therefore |a_n|\geqslant 2^{n-1}(|a_1|-2)(n\in N*)$.

(II)任取$n\in N^*$，由(I)知，对于任意$m>n$，

$$\frac{|a_n|}{2^n}-\frac{|a_m|}{2^m}=\left(\frac{|a_n|}{2^n}-\frac{|a_{n+1}|}{2^{n+1}}\right)+\left(\frac{|a_{n+1}|}{2^{n+1}}-\frac{|a_{n+2}|}{2^{n+2}}\right)+\ldots+\left(\frac{|a_m-1|}{2^{m-1}}-\frac{|a_m|}{2^m}\right)$$

$$\leqslant\frac{1}{2^n}+\frac{1}{2^{n+1}}+\ldots+\frac{1}{2^{m-1}}=\frac{\frac{1}{2^n}\left(1-\frac{1}{2^{m-n+1}}\right)}{1-\frac{1}{2}}<\frac{1}{2^{n-1}}.$$

$$\therefore |a_n|<\left(\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{|a_m|}{2^m}\right)\cdot 2^n\leq[\frac{1}{2^{n-1}}+\frac{1}{2^m}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^m]\cdot 2^n=2+\left(\frac{3}{4}\right)^m\cdot 2^n.①$$

由m的任意性可知$|a_n|\leqslant 2$.

否则，存在$n_0\in N*$，使得$|a_{n_0}|>2$，

取正整数$m_0>\log_{\frac{3}{4}}\frac{|a_{n_0}|-2}{2^{n_0}}$且$m_0>n_0$，则

$$2^{n_0}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{m_0}<2^{n_0}-\left(\frac{3}{4}\right)\log_{\frac{3}{4}}\frac{|a_{n_0}|-2}{2^{n_0}}=|a^{n_0}|-2$$，与①式矛盾.

综上，对于任意$n\in N*$，都有$|a_n|\leqslant 2$.