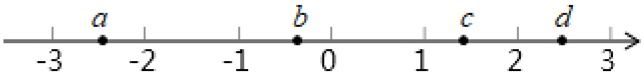
2018年四川省成都市中考真题数学

一、选择题(共10小题，每小题3分，共30分)

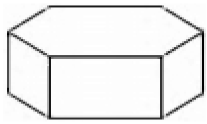
1.实数a，b，c，d在数轴上对应的点的位置如图所示，这四个数中最大的是(　)

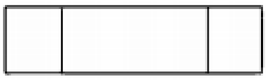


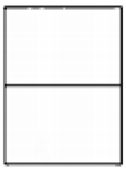
A.a
B.b
C.c
D.d
解析：根据实数的大小比较解答即可.
由数轴可得：a＜b＜c＜d.
答案：D

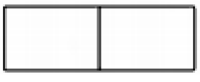
2.　2018年5月21日，西昌卫星发射中心成功发射探月工程嫦娥四号任务“鹊桥号”中继星，卫星进入近地点高度为200公里、远地点高度为40万公里的预定轨道.将数据40万用科学记数法表示为(　)
A.4×10^4
B.4×10^5
C.4×10^6
D.0.4×10^6
解析：科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数.1万=10000=104.
40万=400000=4×10^5.
答案：B

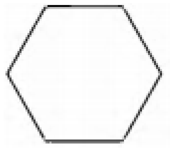
3.如图所示的正六棱柱的主视图是(　)



A. 

B. 

C. 

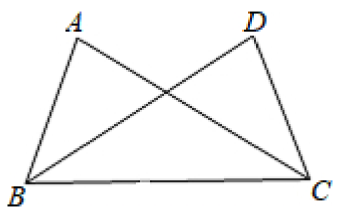
D. 

解析：根据主视图是从正面看到的图象判定则可.
从正面看是左右相邻的3个矩形，中间的矩形的面积较大，两边相同.
答案：A

4.在平面直角坐标系中，点P(-3，-5)关于原点对称的点的坐标是(　)
A.(3，-5)
B.(-3，5)
C.(3，5)
D.(-3，-5)
解析：根据关于原点对称的点的坐标特点解答.
点P(-3，-5)关于原点对称的点的坐标是(3，5).
答案：C

5.下列计算正确的是(　)
A. $x^2+x^2=x^4$
B. $(x-y)^2=x^2-y^2$
C. $(x^2y)^3=x^6y$
D. $(-x)^2\bullet x^3=x^5$
解析：根据合并同类项法则、完全平方公式、积的乘方法则、同底数幂的乘法法则计算，判断即可.
A、$x^2+x^2=2x^2$，A错误；
B、$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$，B错误；
C、$(x^2y)^3=x^6y^3$，C错误；
D、$(-x)^2\bullet x^3=x^5$，D正确.
答案：D

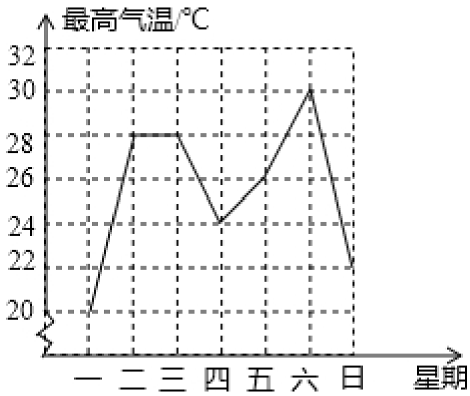
6.如图，已知∠ABC=∠DCB，添加以下条件，不能判定△ABC≌△DCB的是(　)



A.∠A=∠D
B.∠ACB=∠DBC
C.AC=DB
D.AB=DC
解析：全等三角形的判定方法有SAS，ASA，AAS，SSS，根据定理逐个判断即可.
A、∠A=∠D，∠ABC=∠DCB，BC=BC，符合AAS，即能推出△ABC≌△DCB，故本选项错误；
B、∠ABC=∠DCB，BC=CB，∠ACB=∠DBC，符合ASA，即能推出△ABC≌△DCB，故本选项错误；

C、∠ABC=∠DCB，AC=BD，BC=BC，不符合全等三角形的判定定理，即不能推出△ABC≌△DCB，故本选项正确；
D、AB=DC，∠ABC=∠DCB，BC=BC，符合 SAS，即能推出△ABC≌△DCB，故本选项错误.
答案：C

7.如图是成都市某周内最高气温的折线统计图，关于这 7 天的日最高气温的说法正确的是(　)

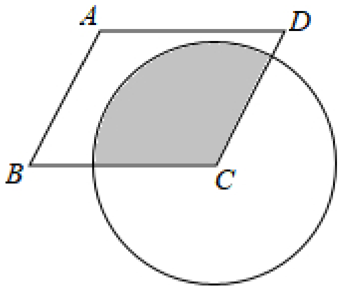


A.极差是 8℃
B.众数是 28℃
C.中位数是 24℃
D.平均数是 26℃
解析：根据折线统计图中的数据可以判断各个选项中的数据是否正确，从而可以解答本题.
由图可得，
极差是：30-20=10℃，故选项 A 错误，
众数是 28℃，故选项 B 正确，
这组数按照从小到大排列是：20、22、24、26、28、28、30，故中位数是 26℃，故选项 C 错误，
平均数是：$\frac{20+22+24+26+28+28+30}{7}=25\frac{3}{7}$℃，故选项 D 错误.
答案：B

8.分式方程$\frac{x+1}{x}+\frac{1}{x-2}=1$的解是(　)
A.x=1
B.x=-1
C.x=3
D.x=-3
解析：$\frac{x+1}{x}+\frac{1}{x-2}=1$，
去分母，方程两边同时乘以 x(x-2)得：
(x+1)(x-2)+x=x(x-2)，
$x^2-x-2+x=x^2-2x$，
x=1，
经检验，x=1 是原分式方程的解.

答案：A

9.如图，在Y ABCD 中，∠B=60°，⊙C 的半径为 3，则图中阴影部分的面积是(　)



A.π
B.2π
C.3π
D.6π
解析：根据平行四边形的性质可以求得∠C 的度数，然后根据扇形面积公式即可求得阴影部分的面积.
∵在Y ABCD 中，∠B=60°，⊙C 的半径为 3，
∴∠C=120°，

∴图中阴影部分的面积是：$\frac{120\times\pi\times3^2}{360}=3\pi$.

答案：C

10.关于二次函数 $y=2x^2+4x-1$，下列说法正确的是(　)
A.图象与 y 轴的交点坐标为(0，1)
B.图象的对称轴在 y 轴的右侧
C.当 x<0 时，y 的值随 x 值的增大而减小
D.y 的最小值为-3
解析：根据题目中的函数解析式可以判断各个选项中的结论是否成立，从而可以解答本题.
∵$y=2x^2+4x-1=2(x+1)^2-3$，
∴当 x=0 时，y=-1，故选项 A 错误，
该函数的对称轴是直线 x=-1，故选项 B 错误，
当 x<-1 时，y 随 x 的增大而减小，故选项 C 错误，
当 x=-1 时，y 取得最小值，此时 y=-3，故选项 D 正确.
答案：D

二、填空题(共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分)

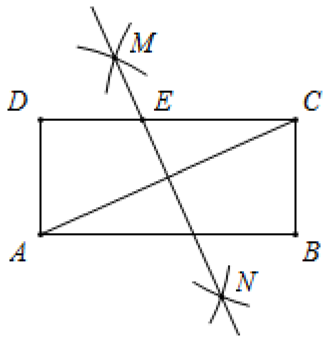
11.等腰三角形的一个底角为 50°，则它的顶角的度数为_____.
解析：本题给出了一个底角为 50°，利用等腰三角形的性质得另一底角的大小，然后利用三角形内角和可求顶角的大小.
∵等腰三角形底角相等，
∴180°-50°×2=80°，

∴顶角为 80°.
答案：80°

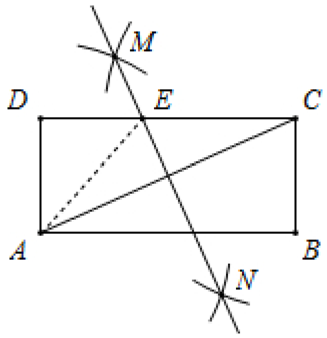
12.在一个不透明的盒子中，装有除颜色外完全相同的乒乓球共 16 个，从中随机摸出一个乒乓球，若摸到黄色乒乓球的概率为$\frac{3}{8}$，则该盒子中装有黄色乒乓球的个数是_____.
解析：∵装有除颜色外完全相同的乒乓球共 16 个，从中随机摸出一个乒乓球，若摸到黄色乒乓球的概率为$\frac{3}{8}$，
∴该盒子中装有黄色乒乓球的个数是：$16\times\frac{3}{8}=6$.
答案：6

13.已知$\frac{a}{6}=\frac{b}{5}=\frac{c}{4}$，且 a+b-2c=6，则 a 的值为_____.
解析：直接利用已知比例式假设出 a，b，c 的值，进而利用 a+b-2c=6，得出答案.
∵$\frac{a}{6}=\frac{b}{5}=\frac{c}{4}$，
∴设 a=6x，b=5x，c=4x，
∵a+b-2c=6，
∴6x+5x-8x=6，
解得：x=2，
故 a=12.
答案：12

14.如图，在矩形 ABCD 中，按以下步骤作图：①分别以点 A 和 C 为圆心，以大于$\frac{1}{2}$AC 的长为半径作弧，两弧相交于点 M 和 N；②作直线 MN 交 CD 于点 E.若 DE=2，CE=3，则矩形的对角线 AC 的长为_____.



解析：连接 AE，如图，



由作法得 MN 垂直平分 AC，

∴EA=EC=3，

在 Rt△ADE 中，$AD=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$，

在 Rt△ADC 中，$AC=\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2+5^2}=\sqrt{30}$.

答案：$\sqrt{30}$

三、解答题(本大题共 6 个小题，共 54 分)

15.计算.

(1) $2^2+\sqrt[3]{8}-2\sin 60°+\left|-\sqrt{3}\right|$.

解析：(1)根据立方根的意义，特殊角锐角三角函数，绝对值的意义即可求出答案.

答案：(1)原式$=4+2-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+3=\sqrt{6}$.

(2)化简：$\left(1-\frac{1}{x+1}\right)\div\frac{x}{x^2-1}$.

解析：(2)根据分式的运算法则即可求出答案.

答案：(2)原式$=\frac{x+1-1}{x+1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x}=\frac{x}{x+1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x}=x-1$

16.若关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2a+1)x+a^2=0$ 有两个不相等的实数根，求 a 的取值范围.

解析：根据方程的系数结合根的判别式△>0，即可得出关于 a 的一元一次不等式，解之即可得出 a 的取值范围.

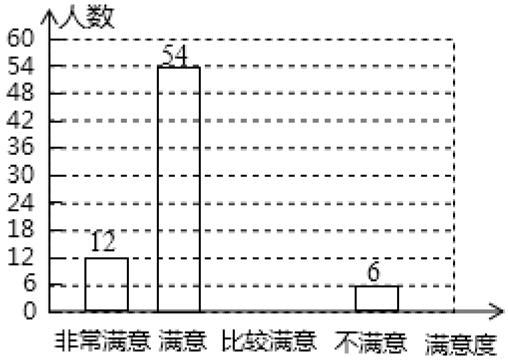
答案：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2a+1)x+a^2=0$ 有两个不相等的实数根，

∴$\triangle=[-(2a+1)]^2-4a^2=4a+1>0$，

解得：$a>-\frac{1}{4}$.

17. 为了给游客提供更好的服务,某景区随机对部分游客进行了关于"景区服务工作满意度"的调查，并根据调查结果绘制成如下不完整的统计图表.

满意度	学生数（名）	百分比
非常满意	12	10%
满意	54	m
比较满意	n	40%
不满意	6	5%

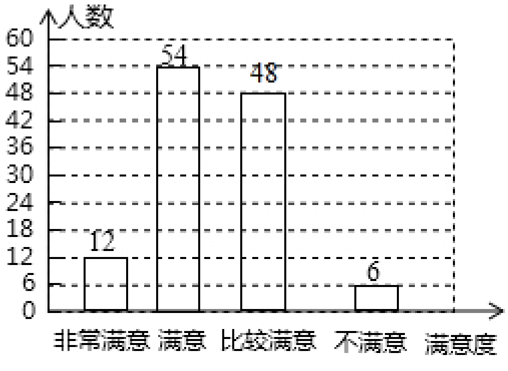


根据图表信息，解答下列问题：

(1)本次调查的总人数为_____，表中 m 的值_____.
解析：(1)利用 12÷10%=120，即可得到 m 的值；用 120×40%即可得到 n 的值.
答案：(1)12÷10%=120，故 m=120，

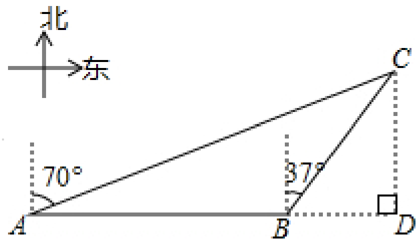
n=120×40%=48，m=$\frac{54}{120}$=45%.
故答案为 120；45%.

(2)请补全条形统计图.
解析：(2)根据 n 的值即可补全条形统计图.
答案：(2)n=120×40%=48，画出条形图：



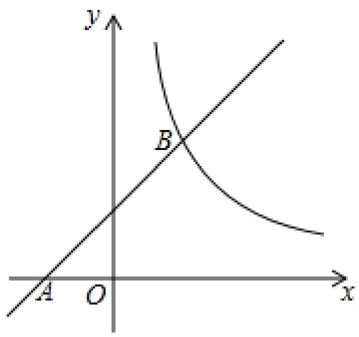
(3)据统计，该景区平均每天接待游客约 3600 人，若将“非常满意”和“满意”作为游客对景区服务工作的肯定，请你估计该景区服务工作平均每天得到多少名游客的肯定.
解析：(3)根据用样本估计总体，3600×$\frac{12+54}{120}$×100%，即可答.
答案：(3)3600×$\frac{12+54}{120}$×100%=1980(人)，
答：估计该景区服务工作平均每天得到 1980 名游客的肯定.

18.由我国完全自主设计、自主建造的首艘国产航母于 2018 年 5 月成功完成第一次海上实验任务.如图，航母由西向东航行，到达 A 处时，测得小岛 C 位于它的北偏东 70° 方向，且与航母相距 80 海里，再航行一段时间后到达 B 处，测得小岛 C 位于它的北偏东 37° 方向.如果航母继续航行至小岛 C 的正南方向的 D 处，求还需航行的距离 BD 的长.
(参考数据：sin70° ≈0.94，cos70° ≈0.34，tan70° ≈2，75，sin37° ≈0.6，cos37° ≈0.80，tan37° ≈0.75)



解析：根据题意得：∠ACD=70° ，∠BCD=37° ，AC=80 海里，在直角三角形 ACD 中，由三角函数得出 CD=27.2 海里，在直角三角形 BCD 中，得出 BD，即可得出答案.
答案：由题意得：∠ACD=70° ，∠BCD=37° ，AC=80 海里，
在直角三角形 ACD 中，CD=AC • cos∠ACD=27.2 海里，
在直角三角形 BCD 中，BD=CD • tan∠BCD=20.4 海里.
答：还需航行的距离 BD 的长为 20.4 海里.

19.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 y=x+b 的图象经过点 A(-2，0)，与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (x＞0)的图象交于 B(a，4).



(1)求一次函数和反比例函数的表达式.
解析：(1)根据一次函数 y=x+b 的图象经过点 A(-2，0)，可以求得 b 的值，从而可以解答本题.
答案：(1)∵一次函数 y=x+b 的图象经过点 A(-2，0)，
∴0=-2+b，得 b=2，
∴一次函数的解析式为 y=x+2，
∵一次函数的解析式为 y=x+2 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (x＞0)的图象交于 B(a，4)，
∴4=a+2，得 a=2，
∴$4=\frac{k}{2}$，得 k=8，

即反比例函数解析式为：$y=\frac{8}{x}$ (x＞0).

(2)设 M 是直线 AB 上一点，过 M 作 MN∥x 轴，交反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (x＞0)的图象于点 N，若 A，O，M，N 为顶点的四边形为平行四边形，求点 M 的坐标.

解析：(2)根据平行四边形的性质和题意，可以求得点 M 的坐标，注意点 M 的横坐标大于 0.

答案：(2)∵点 A(-2，0)，

∴OA=2，

设点 M(m-2，m)，点 N($\frac{8}{m}$，m)，

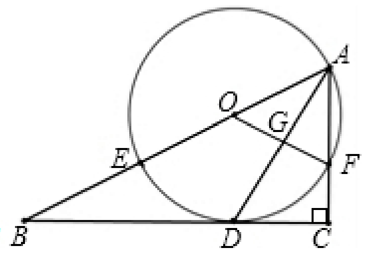
当 MN∥AO 且 MN=AO 时，四边形 AOMN 是平行四边形，

|$\frac{8}{m}$-(m-2)|=2，

解得，m=2$\sqrt{2}$ 或 m=2$\sqrt{3}$+2，

∴点 M 的坐标为(2$\sqrt{2}$-2，2$\sqrt{2}$)或(2$\sqrt{3}$，2$\sqrt{3}$+2).

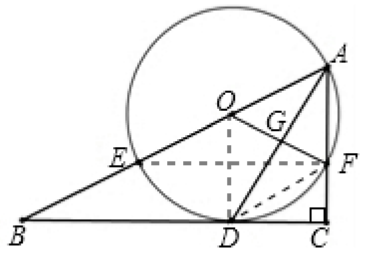
20.如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AD 平分∠BAC 交 BC 于点 D，O 为 AB 上一点，经过点 A，D 的⊙O 分别交 AB，AC 于点 E，F，连接 OF 交 AD 于点 G.



(1)求证：BC 是⊙O 的切线.

解析：(1)连接 OD，由 AD 为角平分线得到一对角相等，再由等边对等角得到一对角相等，等量代换得到内错角相等，进而得到 OD 与 AC 平行，得到 OD 与 BC 垂直，即可得证.

答案：(1)证明：如图，连接 OD，



∵AD 为∠BAC 的角平分线，

∴∠BAD=∠CAD，

∵OA=OD，

∴∠ODA=∠OAD，

∴∠ODA=∠CAD，
∴OD∥AC，
∵∠C=90°，
∴∠ODC=90°，
∴OD⊥BC，
∴BC 为圆 O 的切线.

(2)设 AB=x，AF=y，试用含 x，y 的代数式表示线段 AD 的长.
解析：(2)连接 DF，由(1)得到 BC 为圆 O 的切线，由弦切角等于夹弧所对的圆周角，进而得到三角形 ABD 与三角形 ADF 相似，由相似得比例，即可表示出 AD.
答案：(2)连接 DF，由(1)知 BC 为圆 O 的切线，
∴∠FDC=∠DAF，
∴∠CDA=∠CFD，
∴∠AFD=∠ADB，
∵∠BAD=∠DAF，
∴△ABD∽△ADF，
∴ $\frac{AB}{AD}=\frac{AD}{AF}$，即 AD^2=AB•AF=xy，
则 AD=$\sqrt{xy}$.

(3)若 BE=8，sinB=$\frac{5}{13}$，求 DG 的长.
解析：(3)连接 EF，设圆的半径为 r，由 sinB 的值，利用锐角三角函数定义求出 r 的值，由直径所对的圆周角为直角，得到 EF 与 BC 平行，得到 sin∠AEF=sinB，进而求出 DG 的长即可.
答案：(3)连接 EF，在 Rt△BOD 中，$\sin B=\frac{OD}{OB}=\frac{5}{13}$，
设圆的半径为 r，可得 $\frac{r}{r+8}=\frac{5}{13}$，
解得：r=5，
∴AE=10，AB=18，
∵AE 是直径，
∴∠AFE=∠C=90°，
∴EF∥BC，
∴∠AEF=∠B，
∴ $\sin\angle AEF=\frac{AF}{AE}=\frac{5}{13}$，
∴ $AF=AE\cdot\sin\angle AEF=10\times\frac{5}{13}=\frac{50}{13}$，
∵AF∥OD，
∴ $\frac{AG}{DG}=\frac{AF}{OD}=\frac{\frac{50}{13}}{5}=\frac{10}{13}$，即 DG=$\frac{13}{23}$AD，

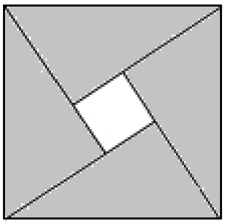
∴ $AD=\sqrt{AB\text{g}AF}=\sqrt{18\times\frac{50}{13}}=\frac{30\sqrt{13}}{13}$，

则 $DG=\frac{13}{23}\times\frac{30\sqrt{13}}{13}=\frac{30\sqrt{13}}{23}$.

一、填空题(共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

21. 已知 x+y=0.2，x+3y=1，则代数式 $x^2+4xy+4y^2$ 的值为_____.
解析：原式分解因式后，将已知等式代入计算即可求出值.
∵x+y=0.2，x+3y=1，
∴2x+4y=1.2，即 x+2y=0.6，
则原式=$(x+2y)^2$=0.36.
答案：0.36

22. 汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的“赵爽弦图”是我国古代数学的瑰宝. 如图所示的弦图中，四个直角三角形都是全等的，它们的两直角边之比均为 2：3. 现随机向该图形内掷一枚小针，则针尖落在阴影区域的概率为_____.



解析：针尖落在阴影区域的概率就是四个直角三角形的面积之和与大正方形面积的比.

设两直角边分别是 2x，3x，则斜边即大正方形的边长为 $\sqrt{13}$ x，小正方形边长为 x，

所以 S 大正方形=$13x^2$，S 小正方形=x^2，S 阴影=$12x^2$，

则针尖落在阴影区域的概率为 $\frac{12x^2}{13x^2}=\frac{12}{13}$.

答案：$\frac{12}{13}$

23. 已知 a＞0，$S_1=\frac{1}{a}$，$S_2=-S_1-1$，$S_3=\frac{1}{S_2}$，$S_4=-S_3-1$，$S_5=\frac{1}{S_4}$，…(即当 n 为大于 1 的奇数时，$S_n=\frac{1}{S_{n-1}}$；当 n 为大于 1 的偶数时，$S_n=-S_{n-1}-1$)，按此规律，S_{2018}=_____.

解析：根据 S_n 数的变化找出 S_n 的值每 6 个一循环，结合 2018=336×6+2，即可得出 $S_{2018}=S_2$，此题得解.

$S_1=\frac{1}{a}$，

$S_2=-S_1-1=-\frac{1}{a}-1=-\frac{a+1}{a}$，

$S_3=\frac{1}{S_2}=-\frac{a}{a+1}$，

$S_4=-S_3-1=\frac{a}{a+1}-1=-\frac{1}{a+1}$，

$S_5=\frac{1}{S_4}=-(a+1)$，

$S_6=-S_5-1=(a+1)-1=a$，

$S_7=\frac{1}{S_6}=\frac{1}{a}$，…，

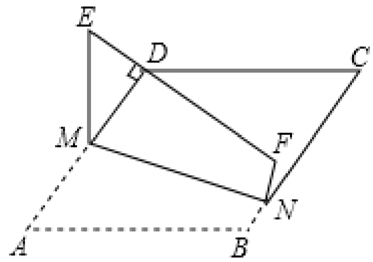
∴S_n的值每 6 个一循环.

∵2018=336×6+2，

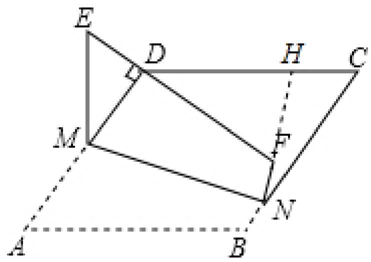
∴$S_{2018}=S_2=-\frac{a+1}{a}$.

答案：$-\frac{a+1}{a}$

24.如图，在菱形 ABCD 中，$\tan A=\frac{4}{3}$，M，N 分别在边 AD，BC 上，将四边形 AMNB 沿 MN 翻折，使 AB 的对应线段 EF 经过顶点 D，当 EF⊥AD 时，$\frac{BN}{CN}$的值为______.



解析：延长 NF 与 DC 交于点 H，



∵∠ADF=90°，

∴∠A+∠FDH=90°，

∵∠DFN+∠DFH=180°，∠A+∠B=180°，∠B=∠DFN，

∴∠A=∠DFH，

∴∠FDH+∠DFH=90°，

∴NH⊥DC，

设 DM=4k，DE=3k，EM=5k，

∴AD=9k=DC，DF=6k，

∵tanA=tan∠DFH=$\frac{4}{3}$，

则 sin∠DFH=$\frac{4}{5}$，

∴ $DH=\frac{4}{5}DF=\frac{24}{5}k$，

∴ $CH=9k-\frac{24}{5}k=\frac{21}{5}k$，

∵ $\cos C=\cos A=\frac{CH}{NC}=\frac{3}{5}$，

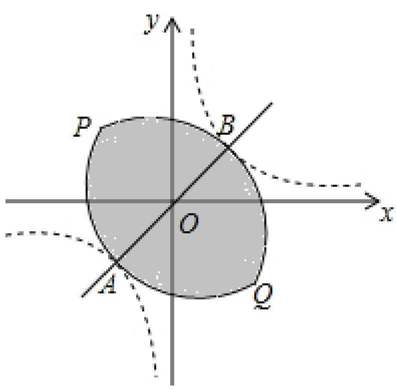
∴CN=$\frac{3}{5}$CH=7k，

∴BN=2k，

∴ $\frac{BN}{CN}=\frac{2}{7}$.

答案：$\frac{2}{7}$

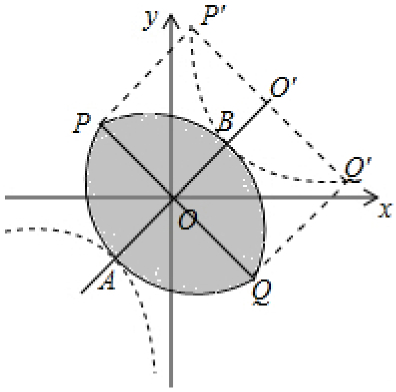
25.设双曲线 $y=\frac{k}{x}$ (k＞0)与直线 y=x 交于 A，B 两点(点 A 在第三象限)，将双曲线在第一象限的一支沿射线 BA 的方向平移，使其经过点 A，将双曲线在第三象限的一支沿射线 AB 的方向平移，使其经过点 B，平移后的两条曲线相交于 P，Q 两点，此时我们称平移后的两条曲线所围部分(如图中阴影部分)为双曲线的“眸”，PQ 为双曲线的“眸径“，当双曲线 $y=\frac{k}{x}$ (k＞0)的眸径为 6 时，k 的值为_____.



解析：以 PQ 为边，作矩形 PQQ′P′交双曲线于点 P′、Q′，联立直线 AB 及双曲线解析式成方程组，通过解方程组可求出点 A、B 的坐标，由 PQ 的长度可得出点 P 的坐标(点 P 在直线 y=-x 上找出点 P 的坐标)，由图形的对称性结合点 A、B 和 P 的坐标可得出点 P′的坐标，

再利用反比例函数图象上点的坐标特征即可得出关于 k 的一元一次方程，解之即可得出结论.

以PQ为边，作矩形PQQ′P′交双曲线于点P′、Q′，如图所示.



联立直线AB及双曲线解析式成方程组，$\begin{cases} y = x \\ y = \dfrac{k}{x} \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x_1 = -\sqrt{k} \\ y_1 = -\sqrt{k} \end{cases}$，$\begin{cases} x_2 = \sqrt{k} \\ y_2 = \sqrt{k} \end{cases}$，

∴点A的坐标为($-\sqrt{k}$，$-\sqrt{k}$)，点B的坐标为($\sqrt{k}$，$\sqrt{k}$).

∵PQ=6，

∴OP=3，点P的坐标为($-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$).

根据图形的对称性可知：AB=OO′=PP′，

∴点P′的坐标为($-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{k}$，$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{k}$).

又∵点P′在双曲线$y=\dfrac{k}{x}$上，

∴$\left(-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{k}\right)g\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{2}+2\sqrt{k}\right)=k$，

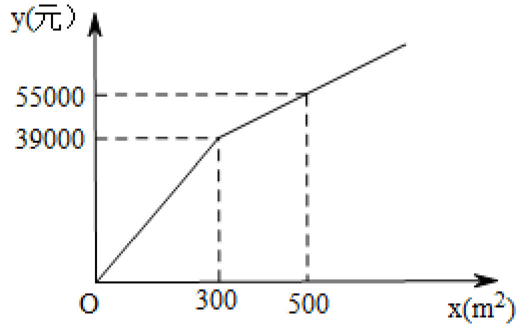
解得：k=$\dfrac{3}{2}$.

答案：$\dfrac{3}{2}$

二、解答题(本大题共3小题，每小题10分，共30分)

26.为了美化环境，建设宜居成都，我市准备在一个广场上种植甲、乙两种花卉，经市场调查，甲种花卉的种植费用y(元)与种植面积x(m2)之间的函数关系如图所示，乙种花卉的种

植费用为每平方米 100 元.



(1)直接写出当 0≤x≤300 和 x＞300 时，y 与 x 的函数关系式.
解析：(1)由图可知 y 与 x 的函数关系式是分段函数，待定系数法求解析式即可.

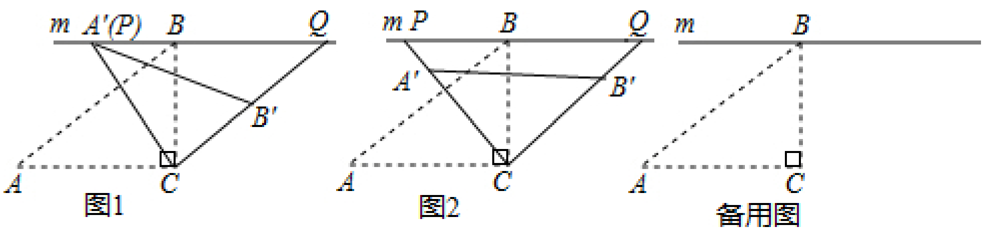
答案：(1) $y=\begin{cases}130x\left(0\le x\le 300\right)\\80x+15000\left(x>300\right)\end{cases}$.

(2)广场上甲、乙两种花卉的种植面积共 $1200m^2$，若甲种花卉的种植面积不少于 $200m^2$，且不超过乙种花卉种植面积的 2 倍，那么应该怎样分配甲、乙两种花卉的种植面积才能使种植总费用最少？最少总费用为多少元？
解析：(2)设甲种花卉种植为 a m2，则乙种花卉种植(12000-a)m2，根据实际意义可以确定 a 的范围，结合种植费用 y(元)与种植面积 x(m2)之间的函数关系可以分类讨论最少费用为多少.
答案：(2)设甲种花卉种植为 am^2，则乙种花卉种植 $(12000-a)m^2$.

∴$\begin{cases}a\ge 200\\a\le 2\left(1200-a\right)\end{cases}$,

∴200≤a≤800，
当 200≤a＜300 时，W_1=130a+100(1200-a)=30a+12000；
当 a=200 时，W_{min}=126000 元；
当 300≤a≤800 时，W_2=80a+15000+100(1200-a)=135000-20a；
当 a=800 时，W_{min}=119000 元.
∵119000＜126000
∴当 a=800 时，总费用最少，最少总费用为 119000 元.
此时乙种花卉种植面积为 $1200-800=400m^2$.
答：应该分配甲、乙两种花卉的种植面积分别是 $800m^2$ 和 $400m^2$，才能使种植总费用最少，最少总费用为 119000 元.

27.在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，AB=$\sqrt{7}$，AC=2，过点 B 作直线 m∥AC，将△ABC 绕点 C 顺时针旋转得到△A′B′C′(点 A，B 的对应点分别为 A′，B′)，射线 CA′，CB′分别交直线 m 于点 P，Q.



(1)如图1，当P与A′重合时，求∠ACA′的度数.

解析：(1)由旋转可得：AC=A′C=2，进而得到BC=$\sqrt{3}$，依据∠A′BC=90°，可得$\cos\angle A'CB=\frac{BC}{A'C}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，即可得到∠A′CB=30°，∠ACA′=60°.

答案：(1)由旋转可得：AC=A′C=2，

∵∠ACB=90°，AB=$\sqrt{7}$，AC=2，

∴BC=$\sqrt{3}$，

∵∠ACB=90°，m∥AC，

∴∠A′BC=90°，

∴$\cos\angle A'CB=\frac{BC}{A'C}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴∠A′CB=30°，

∴∠ACA′=60°.

(2)如图2，设A′B′与BC的交点为M，当M为A′B′的中点时，求线段PQ的长.

解析：(2)根据M为A′B′的中点，即可得出∠A=∠A′CM，进而得到$PB=\frac{\sqrt{3}}{2}BC=\frac{3}{2}$，依据tan∠Q=tan∠A=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，即可得到BQ=BC×$\frac{2}{\sqrt{3}}$=2，进而得出PQ=PB+BQ=$\frac{7}{2}$.

答案：(2)∵M为A′B′的中点，

∴∠A′CM=∠MA′C，

由旋转可得，∠MA′C=∠A，

∴∠A=∠A′CM，

∴tan∠PCB=tan∠A=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$PB=\frac{\sqrt{3}}{2}BC=\frac{3}{2}$，

∵tan∠Q=tan∠A=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

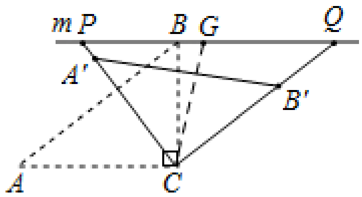
∴BQ=BC×$\frac{2}{\sqrt{3}}$=2，

∴PQ=PB+BQ=$\frac{7}{2}$.

(3)在旋转过程中，当点 P，Q 分别在 CA′，CB′的延长线上时，试探究四边形 PA′B′Q 的面积是否存在最小值.若存在，求出四边形 PA′B′Q 的最小面积；若不存在，请说明理由.

解析：(3)依据 $S_{四边形PA'B'Q}=S_{\triangle PCQ}-S_{\triangle A'CB'}=S_{\triangle PCQ}-\sqrt{3}$，即可得到 $S_{四边形PA'B'Q}$最小，即 $S_{\triangle PCQ}$最小，而 $S_{\triangle PCQ}=\frac{1}{2}PQ\times BC=\frac{\sqrt{3}}{2}PQ$，利用几何法或代数法即可得到 $S_{\triangle PCQ}$的最小值=3，$S_{四边形PA'B'Q}$=3-$\sqrt{3}$.

答案：(3)如图所示：



备用图

∵ $S_{四边形PA'B'Q}=S_{\triangle PCQ}-S_{\triangle A'CB'}=S_{\triangle PCQ}-\sqrt{3}$，

∴$S_{四边形PA'B'Q}$最小，即 $S_{\triangle PCQ}$最小，

∴ $S_{\triangle PCQ}=\frac{1}{2}PQ\times BC=\frac{\sqrt{3}}{2}PQ$.

法一：(几何法)取 PQ 的中点 G，则∠PCQ=90°，

∴CG=$\frac{1}{2}$PQ，即 PQ=2CG，

当 CG 最小时，PQ 最小，

∴CG⊥PQ，即 CG 与 CB 重合时，CG 最小，

∴$CG_{min}=\sqrt{3}$，$PQ_{min}=2\sqrt{3}$，

∴$S_{\triangle PCQ}$的最小值=3，$S_{四边形PA'B'Q}$=3-$\sqrt{3}$；

法二(代数法)设 PB=x，BQ=y，

由射影定理得：xy=3，

∴当 PQ 最小时，x+y 最小，

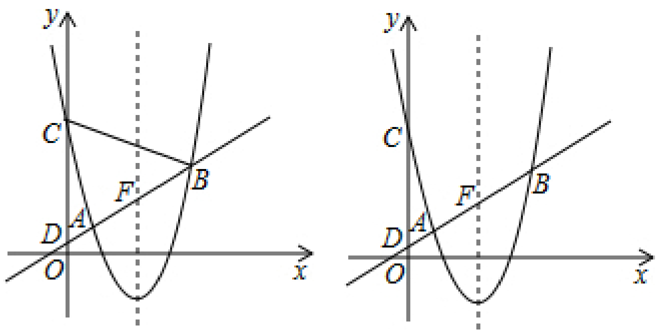
∴$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2=x^2+6+y^2\geqslant 2xy+6=12$，

当 x=y=$\sqrt{3}$ 时，“=”成立，

∴ $PQ=\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$，

∴$S_{\triangle PCQ}$的最小值=3，$S_{四边形PA'B'Q}$=3−$\sqrt{3}$.

28.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，以直线 x=$\frac{5}{2}$ 对称轴的抛物线 y=ax^2+bx+c 与直线 l：y=kx+m(k＞0)交于 A(1，1)，B 两点，与 y 轴交于 C(0，5)，直线与 y 轴交于点 D.



(1)求抛物线的函数表达式.
解析：(1)根据已知列出方程组求解即可.

答案：(1)由题意可得，$\begin{cases}-\frac{b}{2a}=\frac{5}{2}\\ c=5\\ a+b+c=1\end{cases}$，

解得，a=1，b=−5，c=5；
∴二次函数的解析式为：y=x^2−5x+5.

(2)设直线 l 与抛物线的对称轴的交点为F，G是抛物线上位于对称轴右侧的一点，若$\frac{AF}{FB}=\frac{3}{4}$，且△BCG 与△BCD 面积相等，求点 G 的坐标.
解析：(2)作 AM⊥x 轴，BN⊥x 轴，垂足分别为 M，N，求出直线 l 的解析式，在分两种情况分别分析出 G 点坐标即可.
答案：(2)作 AM⊥x 轴，BN⊥x 轴，垂足分别为 M，N，

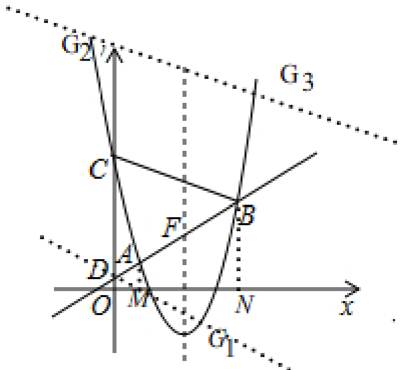


图1

则 $\frac{AF}{FB}=\frac{MQ}{QN}=\frac{3}{4}$，

∵MQ=$\frac{3}{2}$，

∴NQ=2，B($\frac{9}{2}$，$\frac{11}{4}$)；

∴$\begin{cases} k+m=1 \\ \frac{9}{2}k+m=\frac{1}{4} \end{cases}$，

解得，$\begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ m=\frac{1}{2} \end{cases}$，

∴ $y_l=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$，D(0，$\frac{1}{2}$)，

同理可求，$y_{BC}=-\frac{1}{2}x+5$，

∵$S_{\triangle BCD}=S_{\triangle BCG}$，

∴①DG∥BC(G 在 BC 下方)，$y_{DG}=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$，

∴$-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}=x^2-5x+5$，

解得，$x_1=\frac{3}{2}$，$x_2=3$，

∵$x>\frac{5}{2}$，

∴x=3，

∴G(3，-1).

②G 在 BC 上方时，直线 G_2G_3 与 DG_1 关于 BC 对称，

∴ $y_{G_2G_3}=-\frac{1}{2}x+\frac{19}{2}$，

$\therefore -\frac{1}{2}x+\frac{19}{2}=x^2-5x+5$，

解得，$x_1=\frac{9+3\sqrt{17}}{4}$，$x_2=\frac{9-3\sqrt{17}}{4}$，

$\because x>\frac{5}{2}$，

$\therefore x=\frac{9+3\sqrt{17}}{4}$，

$\therefore G(\frac{9+3\sqrt{17}}{4}，\frac{67-3\sqrt{17}}{8})$，

综上所述点 G 的坐标为 G(3，-1)，$G(\frac{9+3\sqrt{17}}{4}，\frac{67-3\sqrt{17}}{8})$.

(3)若在 x 轴上有且仅有一点 P，使∠APB=90°，求 k 的值.
解析：(3)根据题意分析得出以 AB 为直径的圆与 x 轴只有一个交点，且 P 为切点，P 为 MN 的中点，运用三角形相似建立等量关系列出方程求解即可.
答案：(3)由题意可知：k+m=1，
∴m=1-k，
$\therefore y_1=kx+1-k$，
$\therefore kx+1-k=x^2-5x+5$，
解得，$x_1=1$，$x_2=k+4$，
$\therefore B(k+4，k^2+3k+1)$，
设 AB 中点为 O′，
∵P 点有且只有一个，
∴以 AB 为直径的圆与 x 轴只有一个交点，且 P 为切点，
∴O′P⊥x 轴，
∴P 为 MN 的中点，
$\therefore P(\frac{k+5}{2}，0)$，
∵△AMP∽△PNB，
$\therefore \frac{AM}{PM}=\frac{PN}{BN}$，
∴AM•BN=PN•PM，

$\therefore 1\times\left(k^2+3k+1\right)=\left(k+4-\frac{k+5}{2}\right)\left(\frac{k+5}{2}-1\right)$，

∵k>0，

$\therefore k=\frac{-6+4\sqrt{6}}{6}=-1+\frac{2\sqrt{6}}{3}$.