2007年北京市高级中等学校招生统一考试（课标卷）

数学试卷

参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	C	C	B	A	B	D

二、填空题

9．2

10． $k<-1$

11． 6 8 10 11 13 或 10 12 14 17 19

12．2，3，4，6，12

三、解答题

13．解： $\sqrt{18}-(\pi-1)^0-2\cos 45^\circ+\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$

$=3\sqrt{2}-1-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+4$

$=3+2\sqrt{2}$ 。

14．解：因为 a=1，b=4，c=-1，

所以 $b^2-4ac=4^2-4\times1\times(-1)=20$ 。

代入公式，得 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\dfrac{-4\pm\sqrt{20}}{2\times1}=\dfrac{-4\pm2\sqrt{5}}{2}=-2\pm\sqrt{5}$。

所以原方程的解为 $x_1=-2+\sqrt{5}$，$x_2=-2-\sqrt{5}$。

15．解：$\dfrac{2x}{x^2-1}-\dfrac{1}{x-1}$

$=\dfrac{2x}{(x+1)(x-1)}-\dfrac{1}{x-1}$

$=\dfrac{2x-(x+1)}{(x+1)(x-1)}$

$=\dfrac{x-1}{(x+1)(x-1)}$

$=\dfrac{1}{x+1}$。

16．证明：因为 OP 是∠AOC 和∠BOD 的平分线，

所以 ∠AOP=∠COP，∠BOP=∠DOP。

所以 ∠AOB=∠COD。

在△AOB 和△COD 中，

$$\begin{cases}OA=OC,\\ \angle AOB=\angle COD,\\ OB=OD,\end{cases}$$

所以 $\triangle AOB\cong\triangle COD$。

所以 AB=CD。

17．解：$x(x+1)^2-x(x^2+x)-x-7$

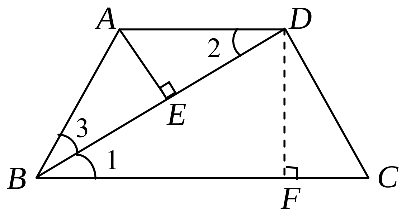
$=x^3+2x^2+x-x^3-x^2-x-7$

$=x^2-7$。

当 x^2=4 时，原式=-3。

四、解答题

18．解：作 DF⊥BC 于点 F。



因为 AD∥BC，所以∠1=∠2。

因为 AB=AD，所以∠2=∠3。

所以∠1=∠3。

又因为 AB=DC，∠C=60°，

所以$\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\angle C$=∠1=∠3=30°。

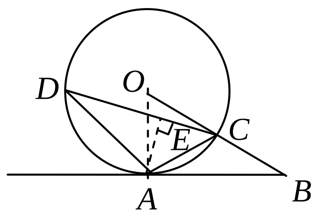
又因为 AE⊥BD 于点 E，AE=1，所以 AB=DC=2。

在 Rt△CDF 中，由正弦定义，可得 $DF=\sqrt{3}$。

所以梯形 ABCD 的高为$\sqrt{3}$。

19．解：（1）证明：如图，连结 OA。

因为 OC=BC，$AC=\frac{1}{2}OB$，



所以 OC=BC=AC=OA。

所以△ACO 是等边三角形。

故∠O=60°。

又可得∠B=30°，所以∠OAB=90°。

所以 AB 是$\odot O$ 的切线。

（2）解：作 AE⊥CD 于 E 点。

因为∠O=60°，所以∠D=30°。

又∠ACD=45°，AC=OC=2，所以在 Rt△ACE 中，CE=AE=$\sqrt{2}$。

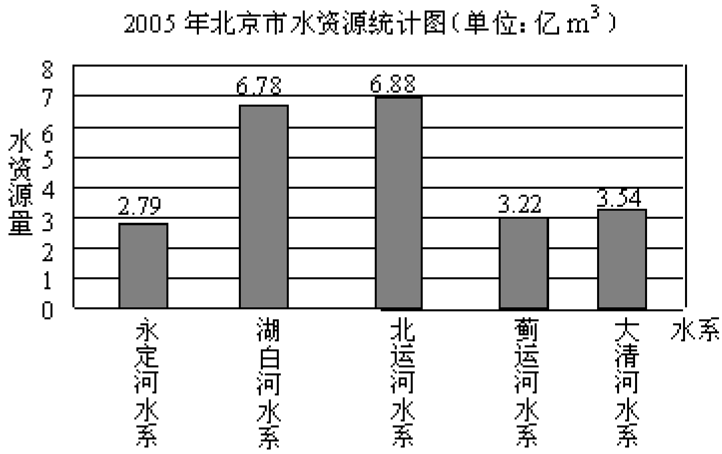
在 Rt△ADE 中，因为∠D=30°，所以 $AD=2\sqrt{2}$。

由勾股定理，可求 $DE=\sqrt{6}$。

所以 CD=DE+CE=$\sqrt{6}+\sqrt{2}$。

五、解答题

20．解：（1）补全 2005 年北京市水资源统计图见右图；



水资源总量为 23.18 亿 m^3。

（2）设 2005 年环境用水量为 x 亿 m^3。

依题意得 $6x+0.2=6.8$。

解得 $x=1.1$。

所以 2005 年环境用水量为 1.1 亿 m^3。

因为 $13.38+1.1+6.8+13.22=34.5$，

所以 2005 年北京市用水总量为 34.5 亿 m^3。

（3）因为 $34.5-23.18=11.32$，所以 2005 年北京市缺水量为 11.32 亿 m^3。

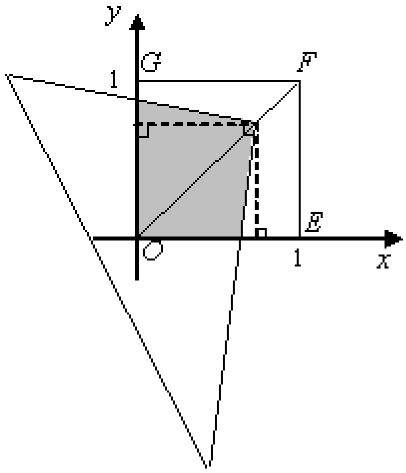
（4）说明：通过对比 2004 年及 2005 年北京市的用水情况，能提出积极看法的给分。

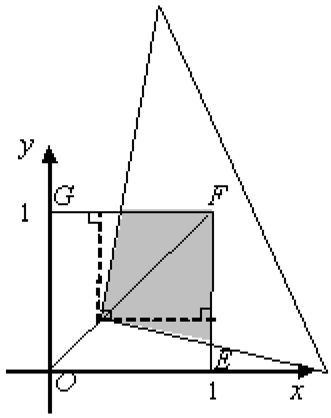
六、解答题

21．解：（1）$\frac{1}{2}$；

（2）直角顶点的坐标为$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$或$\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2},1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$。

此时的图形如右图。





22．解：依题意得，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的解析式为 $y=-\dfrac{3}{x}$ 的图像上。

因为点 A（m，3）在反比例函数 $y=-\dfrac{3}{x}$ 的图象上，

所以 m=-1。

即点 A 的坐标为（-1，3）。

由点 A（-1，3）在直线 $y=ax+2$ 上，

可求得 a=-1。

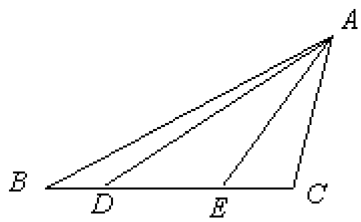


图 1

七、解答题

23．解：（1）如图 1，$\underline{BD=CE\neq DE}$；

$\underline{\triangle ABD \text{ 和 } \triangle ACE\text{，}\triangle ABE \text{ 和 } \triangle ACD\text{.}}$

（2）证法一：如图 2，分别过点 D，B 作 CA，EA 的平行线，两线交于 F 点，DF 与 AB 交于 G 点。

所以 $\angle ACE=\angle FDB$，$\angle AEC=\angle FBD$。

在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle FBD$ 中，又 CE=BD，

可证 $\triangle AEC\cong\triangle FBD$。

所以 AC=FD，AE=FB。

在 $\triangle AGD$ 中，AG+DG>AD，

在 $\triangle BFG$ 中，BG+FG>FB，

所以 AG+DG-AD>0，BG+FG-FB>0。

所以 AG+DG+BG+FG-AD-FB>0。

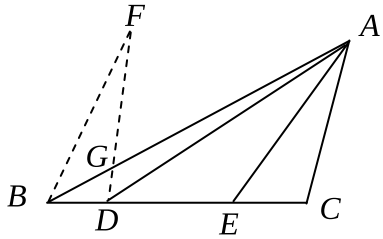


图 2

即 AB+FD>AD+FB。

所以 AB+AC>AD+AE。

证法二：如图 3，分别过点 A，E 作 CB，CA，的平行线，两线交于 F 点，EF 与 AB 交于 G 点，连结 BF。

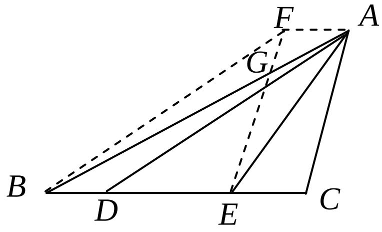


图 3

则四边形 EFCA 是平行四边形。

所以 FE=AC，AF=CE。

因为 BD=CE，

所以 BD=AF。

所以四边形 $FBDA$ 是平行四边形。

所以 FB=AD。

在 $\triangle AGE$ 中，AG+EG>AE，

在 $\triangle BFG$ 中，BG+FG>FB，

可推得 AG+EG+BG+FG>AE+FB。

所以 AB+AC>AD+AE。

证法三：如图 4，取 DE 的中点 O，连结 AO 并延长到 F 点，使得 FO=AO，连结 EF，CF。

在 $\triangle ADO$ 和 $\triangle FEO$ 中，又 $\angle AOD=\angle FOE$，DO=EO。

可证 $\triangle ADO \cong \triangle FEO$。

所以 AD=FE。

因为 BD=CE，DO=EO，

所以 BO=CO。

同理可证 $\triangle ABO \cong \triangle FCO$。

所以 AB=FC。

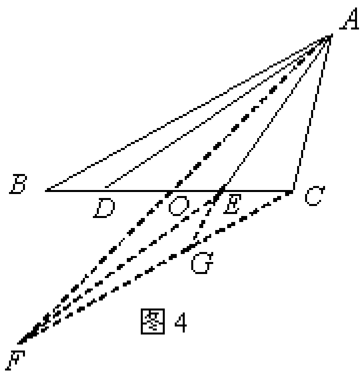


图 4

延长 AE 交 CF 于 G 点。

在 $\triangle ACG$ 中，AC+CG>AE+EG，

在 $\triangle EFG$ 中，EG+FG>EF。

可推得 AC+CG+EG+FG>AE+EG+EF。

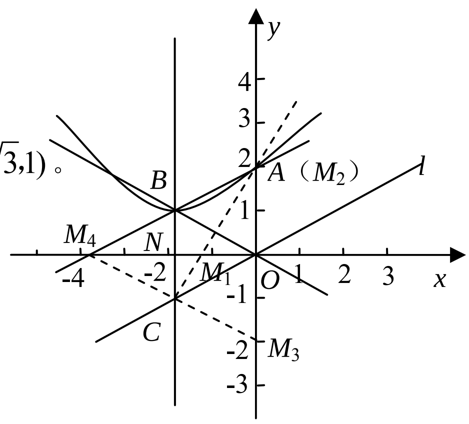
即 AC+CF>AE+EF。

所以 AB+AC>AD+AE。

八、解答题

24．解：（1）根据题意得$\begin{cases}3m+6m+n=5,\\ n=2.\end{cases}$解得$\begin{cases}m=\dfrac{1}{3},\\ n=2.\end{cases}$

所以抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{3}x^2+\frac{2\sqrt{3}}{3}x+2$ 。



（2）由 $y=\frac{1}{3}x^2+\frac{2\sqrt{3}}{3}x+2$ 得抛物线的顶点坐标为 $B(-\sqrt{3},1)$。

依题意，可得 $C(-\sqrt{3},-1)$，且直线 l 过原点。

设直线 l 的解析式为 $y=kx$ 。

则 $-\sqrt{3}k=-1$，解得 $k=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

所以直线 l 的解析式为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 。

（3）到直线 OB，OC，BC 距离相等的点有四个。

如图，由勾股定理得 $OB=OC=BC=2$，所以 $\triangle OBC$ 为等边三角形。

易证 x 轴所在直线平分 $\angle BOC$， y 轴是 $\triangle OBC$ 的一个外角的平分线。

作 $\angle BCO$ 的平分线，交 x 轴于 M_1 点，交 y 轴于 M_2 点，作 $\triangle OBC$ 的 $\angle BCO$ 相邻外角的平分线，交 y 轴于 M_3 点，反向延长交 x 轴于 M_4 点。

可得点 M_1，M_2，M_3，M_4 就是到直线 OB，OC，BC 距离相等的点。

可证 $\triangle OBM_2$， $\triangle BCM_4$， $\triangle OCM_3$ 均为等边三角形。

可求得：

① $OM_1=\frac{\sqrt{3}}{3}OB=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，所以点 M_1 的坐标为 $\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3},0\right)$。

②点 M_2 与点 A 重合，所以点 M_2 的坐标为（0，2）。

③点 M_3 与点 A 关于 x 轴对称，所以点 M_3 的坐标为（0，-2）。

④设抛物线的对称轴与 x 轴的交点为 N。

$M_4N=\dfrac{\sqrt{3}}{2}BC=\sqrt{3}$，且 ON=$M_4$N，所以点 M_4 的坐标为 $(-2\sqrt{3},0)$。

综上所述，到直线 OB，OC，BC 距离相等的点的坐标分别为 $M_1\left(-\dfrac{2\sqrt{3}}{3},0\right)$，$M_2$（0，2），$M_3(0,-2)$，$M_4(-2\sqrt{3},0)$。

九、解答题

25．解：（1）回答正确的给 1 分（如平行四边形、等腰梯形等）。

（2）答：与∠A 相等的角是∠BOD（或∠COE）。

四边形 DBCE 是等对边四边形。

（3）答：此时存在等对边四边形，是四边形 DBCE。

证法一：如图 1，作 CG⊥BE 于 G 点，作 BF⊥CD 交 CD 延长线于 F 点。

因为 $\angle DCB=\angle EBC=\dfrac{1}{2}\angle A$，BC 为公共边，

所以 $\triangle BCF\cong\triangle CBG$。

所以 BF=CG。

因为∠BDF=∠ABE+∠EBC+∠DCB，

∠BEC=∠ABE+∠A，

所以∠BDF=∠BEC。

可证 $\triangle BDF\cong\triangle CEG$。

所以 BD=CE。

所以四边形 DBCE 是等边四边形。

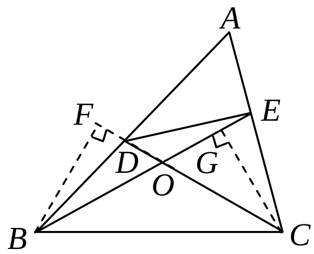


图 1

证法二：如图 2，以 C 为顶点作∠FCB=∠DBC，CF 交 BE 于 F 点。

因为 $\angle DCB=\angle EBC=\dfrac{1}{2}\angle A$，BC 为公共边，

所以 $\triangle BDC\cong\triangle CFB$。

所以 BD=CF，∠BDC=∠CFB。

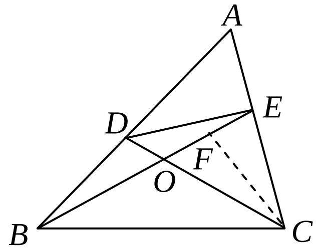


图 2

所以∠ADC=∠CFE。

因为∠ADC=∠DCB+∠EBC+∠ABE，

∠FEC=∠A+∠ABE，

所以∠ADC=∠FEC。

所以∠FEC=∠CFE。

所以 CF=CE。

所以 BD=CE。

所以四边形 DBCE 是等边四边形。

说明：当 AB=AC 时，BD=CE 仍成立。只有此证法，只给 1 分。