

2014 年湖南省永州市中考真题数学

一、选择题(本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，每小题只有一个正确的答案)

1. (3 分) 据统计我国 2014 年前四月已开工建设 286 万套保障房，其中 286 万用科学记数法表示为()

A. 2.86×10^6

B. 2.86×10^7

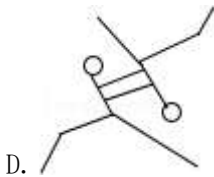
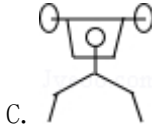
C. 28.6×10^5

D. 0.286×10^7

解析：286 万= 2.86×10^6 .

答案：A.

2. (3 分) 永州的文化底蕴深厚，永州人民的生活健康向上，如瑶族长鼓舞，东安武术，宁远举重等，下面的四幅简笔画是从永州的文化活动中抽象出来的，其中是轴对称图形的是()



解析：轴对称图形的只有 C.

答案：C.

3. (3 分) 下列运算正确的是()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $-2(a-b) = -2a-2b$

C. $2x^2+3x^2=5x^4$

D. $(-\frac{1}{2})^{-2}=4$

解析：A、结果是 a^5 ，故本选项错误；

B、结果是 $-2a+2b$ ，故本选项错误；

C、结果是 $5x^2$ ，故本选项错误；

D、结果是4，故本选项正确；

答案：D.

4. (3分)某小7名初中男生参加引体向上体育测试的成绩分别为：8，5，7，5，8，6，8，则这组数据的众数和中位数分别为()

A. 6，7

B. 8，7

C. 8，6

D. 5，7

解析：将这组数据从小到大的顺序排列后，处于中间位置的那个数是7，那么由中位数的定义可知，这组数据的中位数是7；众数是一组数据中出现次数最多的数，在这一组数据中8是出现次数最多的，故众数是8.

答案：B.

5. (3分)若用湘教版初中数学教材上使用的某种计算器进行计算，则按键的结果为()



A. 21

B. 15

C. 84

D. 67

解析：由题意得，算式为： $\sqrt[3]{27}+4^3=3+64=67$.

答案：D.

6. (3分)下列命题是假命题的是()

A. 不在同一直线上的三点确定一个圆

B. 矩形的对角线互相垂直且平分

C. 正六边形的内角和是 720°

D. 角平分线上的点到角两边的距离相等

解析：A、不在同一直线上的三点确定一个圆，所以A选项为真命题；

B、矩形的对角线互相平分且相等，所以B选项为假命题；

C、正六边形的内角和是 720° ，所以C选项为真命题；

D、角平分线上的点到角两边的距离相等，所以D选项为真命题.

答案：B.

7. (3分)若某几何体的三视图如图，则这个几何体是()



- A.
- B.
- C.
- D.

解析：该几何体的正视图为矩形，俯视图亦为矩形，侧视图是一个三角形和一个矩形，
答案：C.

8. (3分) 在求 $1+6^2+6^3+6^4+6^5+6^6+6^7+6^8+6^9$ 的值时，小林发现：从第二个加数起每一个加数都是前一个加数的6倍，于是她设：

$$S=1+6+6^2+6^3+6^4+6^5+6^6+6^7+6^8+6^9 \text{ ①}$$

然后在①式的两边都乘以6，得：

$$6S=6+6^2+6^3+6^4+6^5+6^6+6^7+6^8+6^9+6^{10} \text{ ②}$$

②-①得 $6S-S=6^{10}-1$ ，即 $5S=6^{10}-1$ ，所以 $S=\frac{6^{10}-1}{5}$ ，得出答案后，爱动脑筋的小林想：

如果把“6”换成字母“a” ($a \neq 0$ 且 $a \neq 1$)，能否求出 $1+a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2014}$ 的值？你的答案是()

A. $\frac{a^{2014}-1}{a-1}$

B. $\frac{a^{2015} - 1}{a - 1}$

C. $\frac{a^{2014} - 1}{a}$

D. $a^{2014} - 1$

解析：设 $S=1+a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2014}$ ，①

则 $aS=a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2014}+a^{2015}$ ，②，

②-①得： $(a-1)S=a^{2015}-1$ ， $\therefore S=\frac{a^{2015}-1}{a-1}$ ，即 $1+a+a^2+a^3+a^4+\dots+a^{2014}=\frac{a^{2015}-1}{a-1}$ ，

答案：B.

二、填空题(本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分)

9. (3 分) $|-2014| = \underline{\hspace{2cm}}$.

解析： $|-2014|=2014$.

答案：2014.

10. (3 分) 方程 $x^2-2x=0$ 的解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

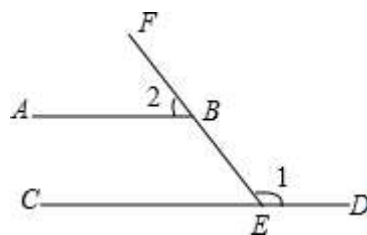
解析： $x^2-2x=0$ ， $x(x-2)=0$ ，

$x=0$ 或 $x-2=0$ ，

$x_1=0$ 或 $x_2=2$.

答案： $x_1=0$ ， $x_2=2$.

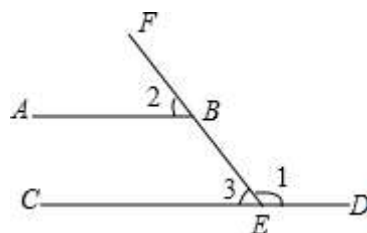
11. (3 分) 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $\angle 1=130^\circ$ ，则 $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$.



解析： $\because \angle 1=130^\circ$ ， $\therefore \angle 3=180^\circ - \angle 1=180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ ，

$\because AB \parallel CD$ ， $\therefore \angle 2 = \angle 3 = 50^\circ$.

答案： 50° .



12. (3 分) 不等式 $x+3 < -1$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

解析：移项，得： $x < -1 - 3$ ，

合并同类项，得： $x < -4$ 。

答案： $x < -4$ 。

13. (3分) 已知点 $A(1, y_1)$ ， $B(-2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上，则 y_1 _____ y_2 (填“>” “<” 或 “=”))

解析： \because 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中， $k > 0$ ， \therefore 此函数的图象在一三象限，

$\because A(1, y_1)$ ， $B(-2, y_2)$ ， \therefore 点 A 在第一象限，点 B 在第三象限， $\therefore y_1 > 0$ ， $y_2 < 0$ ， $\therefore y_1 > y_2$ 。

答案： $>$ 。

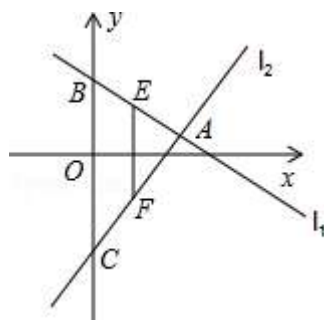
14. (3分) 如图，有五张背面完全相同的纸质卡片，其正面分别标有数：6， $\sqrt{7}$ ， $\sqrt{11}$ ，-2， $\sqrt{5}$ 。将它们背面朝上洗匀后，从中随机抽取一张卡片，则其正面的数比3小的概率是_____。



解析：根据题意可知，共有5张卡片，比3小的数有无理数有3个，故抽到正面的数比3小的概率为 $\frac{3}{5}$ ，

答案： $\frac{3}{5}$ 。

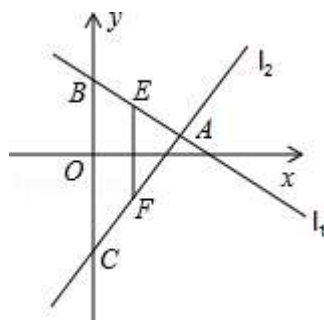
15. (3分) 如图，已知直线 $l_1: y = k_1x + 4$ 与直线 $l_2: y = k_2x - 5$ 交于点 A ，它们与 y 轴的交点分别为点 B ， C ，点 E ， F 分别为线段 AB 、 AC 的中点，则线段 EF 的长度为_____。



解析：如图， \because 直线 $l_1: y = k_1x + 4$ ，直线 $l_2: y = k_2x - 5$ ， $\therefore B(0, 4)$ ， $C(0, -5)$ ，则 $BC = 9$ 。

又 \because 点 E ， F 分别为线段 AB 、 AC 的中点， $\therefore EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线， $\therefore EF = \frac{1}{2}BC = \frac{9}{2}$ 。

答案： $\frac{9}{2}$ 。



16. (3分)小聪,小玲,小红三人参加“普法知识竞赛”,其中前5题是选择题,每题10分,每题有A、B两个选项,且只有一个选项是正确的,三人的答案和得分如下表,试问:这五道题的正确答案(按1~5题的顺序排列)是_____.

题号	1	2	3	4	5	得分
答案						
选手						
小聪	B	A	A	B	A	40
小玲	B	A	B	A	A	40
小红	A	B	B	B	A	30

解析:根据得分可得小聪和小玲都是只有一个错,小红有2个错误.

第5题,三人选项相同,若不是选A,则小聪和小玲的其它题目的答案一定相同,与已知矛盾,则第5题的答案是A;

第3个第4题小聪和小玲都不同,则一定在这两题上其中一人有错误,则第1,2正确,则1的答案是:B,2的答案是:A;

则小红的错题是1和2,则3和4正确,则3的答案是:B,4的答案是:B.

总之,正确答案(按1~5题的顺序排列)是BABBA.

答案: BABBA.

三、解答题(本大题共有9小题,共72分,解答题要求写出证明步骤或解答过程)

17. (6分)计算: $-4\cos 30^\circ + (\pi - 3.14)^0 + \sqrt{12}$.

解析:原式第一项利用特殊角的三角函数值计算,第二项利用零指数幂法则计算,最后一项化为最简二次根式,计算即可得到结果.

答案:原式 $= -4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 + 2\sqrt{3} = -2\sqrt{3} + 1 + 2\sqrt{3} = 1$.

18. (6分)解方程组:
$$\begin{cases} y=2x-3, & \text{①} \\ 5x+y=11, & \text{②} \end{cases}$$

解析:方程组利用代入消元法求出解即可.

答案:将①代入②得: $5x+2x-3=11$, 解得: $x=2$,

将 $x=2$ 代入①得: $y=1$, 则方程组的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

19. (6分)先化简,再求值: $(1 - \frac{x}{x+1}) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$, 其中 $x=3$.

解析:先计算括号内的分式减法,然后把除法转化为乘法进行化简,最后代入求值.

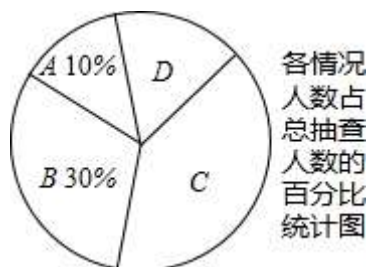
答案:原式 $= (\frac{x+1}{x+1} - \frac{x}{x+1}) \times \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2} = \frac{1}{x+1} \times \frac{x+1}{x-1} = \frac{1}{x-1}$.

把 $x=3$ 代入, 得 $\frac{1}{x-1} = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}$, 即原式 $= \frac{1}{2}$.

20. (8分) 为了了解学生在一年中的课外阅读量, 九(1)班对九年级 800 名学生采用随机抽样的方式进行了问卷调查, 调查的结果分为四种情况: A. 10 本以下; B. 10~15 本; C. 16~20 本; D. 20 本以上. 根据调查结果统计整理并制作了如图所示的两幅统计图表:

各种情况人数统计频数分布表				
课外阅读情况	A	B	C	D
频数	20	x	y	40

- (1) 在这次调查中一共抽查了 _____ 名学生;
- (2) 表中 x, y 的值分别为: $x=$ _____, $y=$ _____;
- (3) 在扇形统计图中, C 部分所对应的扇形的圆心角是 _____ 度;
- (4) 根据抽样调查结果, 请估计九年级学生一年阅读课外书 20 本以上的学生人数.



解析: (1) 利用 A 部分的人数 \div A 部分人数所占百分比即可算出本次问卷调查共抽取的学生数;

(2) $x =$ 抽查的学生总数 \times B 部分的学生所占百分比, $y =$ 抽查的学生总数 $-$ A 部分的人数 $-$ B 部分的人数 $-$ D 部分的人数;

(3) C 部分所对应的扇形的圆心角的度数 $= 360^\circ \times$ 所占百分比;

(4) 利用样本估计总体的方法, 用 800 人 \times 调查的学生中一年阅读课外书 20 本以上的学生人数所占百分比.

答案: (1) $20 \div 10\% = 200$ (人), 在这次调查中一共抽查了 200 名学生, 故答案为: 200;

(2) $x = 200 \times 30\% = 60$, $y = 200 - 20 - 60 - 40 = 80$, 故答案为: 60, 80;

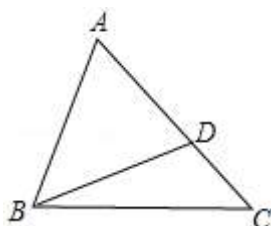
(3) $360 \times \frac{80}{200} = 144^\circ$, C 部分所对应的扇形的圆心角是 144 度,

故答案为: 144;

(4) $800 \times \frac{40}{200} = 160$ (人).

答: 九年级学生一年阅读课外书 20 本以上的学生人数为 160 人.

21. (8分) 如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上的一点, 连接 BD, 已知 $\angle ABD = \angle C$, $AB = 6$, $AD = 4$, 求线段 CD 的长.



解析：由已知角相等，加上公共角，得到三角形 ABD 与三角形 ACB 相似，由相似得比例，将 AB 与 AD 长代入即可求出 CD 的长。

答案：在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACB$ 中， $\angle ABD = \angle C$ ， $\angle A = \angle A$ ， $\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACB$ ， $\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB}$ ，

$\because AB=6$ ， $AD=4$ ， $\therefore AC = \frac{AB^2}{AD} = \frac{36}{4} = 9$ ，则 $CD = AC - AD = 9 - 4 = 5$ 。

22. (8分) 某校枇杷基地的枇杷成熟了，准备请专业摘果队帮忙摘果，现有甲、乙两支专业摘果队，若由甲队单独摘果，预计 6 天才能完成，为了减少枇杷因气候变化等原因带来的损失，现决定由甲、乙两队同时摘果，则 2 天可以完成，请问：

(1) 若单独由乙队摘果，需要几天才能完成？

(2) 若有三种摘果方案，方案 1：单独请甲队；方案 2：同时请甲、乙两队；方案 3：单独请乙对。甲队每摘果一天，需支付给甲队 1000 元工资，乙队每摘果一天，须支付给乙队 1600 元工资，你认为用哪种方案完成所有摘果任务需支付给摘果队的总工资最低？最低总工资是多少元？

解析：(1) 设单独由乙队摘果，需要 x 天才能完成，根据题意列出分式方程，求出分式方程的解得到 x 的值，检验即可；

(2) 分别求出三种方案得总工资，比较即可。

答案：(1) 设单独由乙队摘果，需要 x 天才能完成，根据题意得： $2(\frac{1}{6} + \frac{1}{x}) = 1$ ，解得： $x=3$ ，

经检验 $x=3$ 是分式方程的解，且符合题意，

则单独由乙队完成需要 3 天才能完成；

(2) 方案 1：总工资为 6000 元；

方案 2：总工资为 5200 元；

方案 3：总工资为 4800 元，

则方案 3 总工资最低，最低总工资为 4800 元。

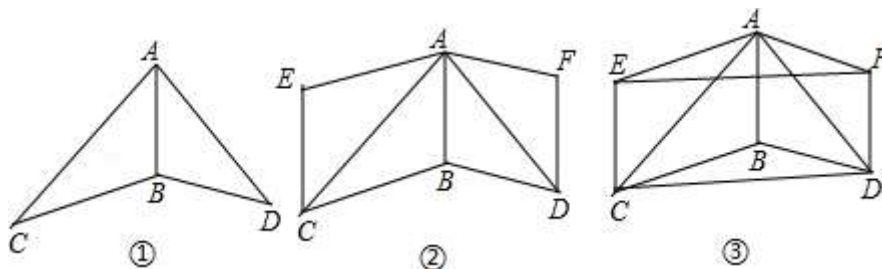
23. (10分) 在同一平面内， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 如图①放置，其中 $AB=BD$ 。

小明做了如下操作：

将 $\triangle ABC$ 绕着边 AC 的中点旋转 180° 得到 $\triangle CEA$ ，将 $\triangle ABD$ 绕着边 AD 的中点旋转 180° 得到 $\triangle DFA$ ，如图②，请完成下列问题：

(1) 试猜想四边形 $ABDF$ 是什么特殊四边形，并说明理由；

(2) 连接 EF ， CD ，如图③，求证：四边形 $CDEF$ 是平行四边形。



解析：(1) 根据旋转的性质得 $AB=DF$ ， $BD=FA$ ，由于 $AB=BD$ ，所以 $AB=BD=DF=FA$ ，则可根据菱形的判定方法得到四边形 $ABDF$ 是菱形；

(2) 由于四边形 $ABDF$ 是菱形，则 $AB \parallel DF$ ，且 $AB=DF$ ，再根据旋转的性质易得四边形 $ABCE$ 为平行四边形，根据判定平行四边形的性质得 $AB \parallel CE$ ，且 $AB=CE$ ，

所以 $CE \parallel FD$, $CE=FD$, 所以可判断四边形 CDEF 是平行四边形.

答案: (1) 四边形 ABDF 是菱形. 理由如下:

$\because \triangle ABD$ 绕着边 AD 的中点旋转 180° 得到 $\triangle DFA$, $\therefore AB=DF$, $BD=FA$,

$\because AB=BD$, $\therefore AB=BD=DF=FA$, \therefore 四边形 ABDF 是菱形;

(2) \because 四边形 ABDF 是菱形, $\therefore AB \parallel DF$, 且 $AB=DF$,

$\because \triangle ABC$ 绕着边 AC 的中点旋转 180° 得到 $\triangle CEA$, $\therefore AB=CE$, $BC=EA$,

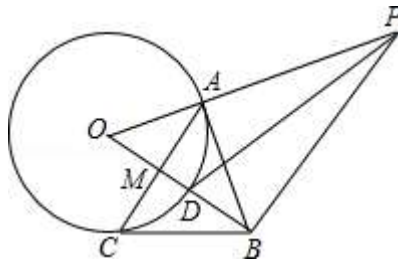
\therefore 四边形 ABCE 为平行四边形, $\therefore AB \parallel CE$, 且 $AB=CE$,

$\therefore CE \parallel FD$, $CE=FD$, \therefore 四边形 CDEF 是平行四边形.

24. (10分) 如图, 点 A 是 $\odot O$ 上一点, $OA \perp AB$, 且 $OA=1$, $AB=\sqrt{3}$, OB 交 $\odot O$ 于点 D, 作 $AC \perp OB$, 垂足为 M, 并交 $\odot O$ 于点 C, 连接 BC.

(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

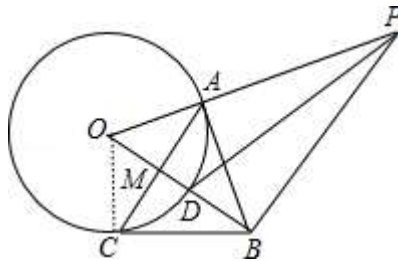
(2) 过点 B 作 $BP \perp OB$, 交 OA 的延长线于点 P, 连接 PD, 求 $\sin \angle BPD$ 的值.



解析: (1) 连结 OC, 根据垂径定理由 $AC \perp OB$ 得 $AM=CM$, 于是可判断 OB 为线段 AC 的垂直平分线, 所以 $BA=BC$, 然后利用 “SSS” 证明 $\triangle OAB \cong \triangle OCB$, 得到 $\angle OAB = \angle OCB$, 由于 $\angle OAB = 90^\circ$, 则 $\angle OCB = 90^\circ$, 于是可根据切线的判定定理得 BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 在 $Rt\triangle OAB$ 中, 根据勾股定理计算出 $OB=2$, 根据含 30° 的直角三角形三边的关系得 $\angle ABO = 30^\circ$, $\angle AOB = 60^\circ$, 在 $Rt\triangle PBO$ 中, 由 $\angle BPO = 30^\circ$ 得到 $PB = \sqrt{3}OB = 2\sqrt{3}$; 在 $Rt\triangle PBD$ 中, $BD = OB - OD = 1$, 根据勾股定理计算出 $PD = \sqrt{13}$, 然后利用正弦的定义求 $\sin \angle BPD$ 的值.

答案: (1) 连结 OC, 如图,



$\because AC \perp OB$, $\therefore AM=CM$, $\therefore OB$ 为线段 AC 的垂直平分线, $\therefore BA=BC$,

在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OCB$ 中, $\begin{cases} OA=OC \\ OB=OB \\ BA=BC \end{cases}$, $\therefore \triangle OAB \cong \triangle OCB$, $\therefore \angle OAB = \angle OCB$,

$\because OA \perp AB$, $\therefore \angle OAB = 90^\circ$, $\therefore \angle OCB = 90^\circ$, $\therefore OC \perp BC$, $\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 在 $Rt\triangle OAB$ 中, $OA=1$, $AB=\sqrt{3}$, $\therefore OB = \sqrt{AB^2 + OA^2} = 2$, $\therefore \angle ABO = 30^\circ$, $\angle AOB = 60^\circ$,

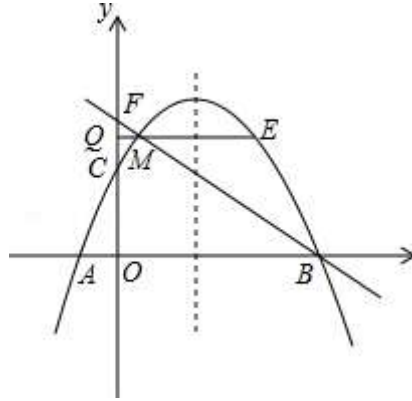
$\because PB \perp OB$, $\therefore \angle PBO = 90^\circ$,

在 $Rt\triangle PBO$ 中, $OB=2$, $\angle BPO = 30^\circ$, $\therefore PB = \sqrt{3}OB = 2\sqrt{3}$,

在 Rt△PBD 中, $BD=OB-OD=2-1=1$, $PB=2\sqrt{3}$,

$$\therefore PD=\sqrt{PB^2+BD^2}=\sqrt{13}, \therefore \sin \angle BPD=\frac{BD}{PD}=\frac{1}{\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}}{13}$$

25. (10分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 $C(0, 2)$, 点 $M(m, n)$ 是抛物线上一动点, 位于对称轴的左侧, 并且不在坐标轴上, 过点 M 作 x 轴的平行线交 y 轴于点 Q , 交抛物线于另一点 E , 直线 BM 交 y 轴于点 F .



(1) 求抛物线的解析式, 并写出其顶点坐标;

(2) 当 $S_{\triangle MFQ} : S_{\triangle MEB} = 1 : 3$ 时, 求点 M 的坐标.

解析: (1) 把点 A 、 B 、 C 的坐标代入抛物线解析式得到关于 a 、 b 、 c 的三元一次方程组, 然后求解即可, 再把函数解析式整理成顶点式形式, 然后写出顶点坐标;

(2) 根据点 M 的坐标表示出点 Q 、 E 的坐标, 再设直线 BM 的解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$), 然后利用待定系数法求出一次函数解析式, 再求出点 F 的坐标, 然后求出 MQ 、 FQ 、 ME , 再表示出 $\triangle MFQ$ 和 $\triangle MEB$ 的面积, 然后列出方程并根据 m 的取值范围整理并求解得到 m 的值, 再根据点 M 在抛物线上求出 n 的值, 然后写出点 M 的坐标即可.

答案: (1) \because 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点 $A(-1, 0)$, $B(4, 0)$, $C(0, 2)$,

$$\therefore \begin{cases} a-b+c=0 \\ 16a+4b+c=0 \\ c=2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{3}{2} \\ c=2 \end{cases}, \therefore y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2,$$

$$\therefore y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2=-\frac{1}{2}(x-3x+\frac{9}{4})+\frac{9}{8}+2=-\frac{1}{2}(x-\frac{3}{2})^2+\frac{25}{8}, \therefore \text{ 顶点坐标为 } (\frac{3}{2}, \frac{25}{8});$$

(2) $\because M(m, n)$, $\therefore Q(0, n)$, $E(3-m, n)$,

$$\text{设直线 } BM \text{ 的解析式为 } y=kx+b \text{ (} k \neq 0 \text{), 把 } B(4, 0), M(m, n) \text{ 代入得 } \begin{cases} 4k+b=0 \\ mk+b=n \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=\frac{n}{m-4} \\ b=\frac{4n}{4-m} \end{cases},$$

$$\therefore y=\frac{n}{m-4}x+\frac{4n}{4-m}, \text{ 令 } x=0, \text{ 则 } y=\frac{4n}{4-m}, \therefore \text{ 点 } F \text{ 的坐标为 } (0, \frac{4n}{4-m}),$$

$$\therefore MQ=|m|, FQ=|\frac{4n}{4-m}-n|=|\frac{mn}{4-m}|, ME=|3-m-m|=|3-2m|,$$

$$\therefore S_{\triangle MFQ}=\frac{1}{2}MQ \cdot FQ=\frac{1}{2}|m| \cdot |\frac{mn}{4-m}|=\frac{1}{2}|\frac{m^2n}{4-m}|, S_{\triangle MEB}=\frac{1}{2}ME \cdot |n|=\frac{1}{2} \cdot |3-2m| \cdot |n|,$$

$$\because S_{\triangle MFQ}: S_{\triangle MEF}=1:3, \therefore \frac{1}{2} \left| \frac{m^2 n}{4-\pi} \right| \times 3 = \frac{1}{2} \cdot |3-2m| \cdot |n|, \text{ 即 } \left| \frac{3m^2}{4-\pi} \right| = |3-2m|,$$

$$\because \text{点 } M(m, n) \text{ 在对称轴左侧, } \therefore m < \frac{3}{2}, \therefore \frac{3m^2}{4-\pi} = 3-2m,$$

整理得, $m^2+11m-12=0$, 解得 $m_1=1, m_2=-12$,

$$\text{当 } m_1=1 \text{ 时, } n_1 = -\frac{1}{2} \times 1^2 + \frac{3}{2} \times 1 + 2 = 3,$$

$$\text{当 } m_2=-12 \text{ 时, } n_2 = -\frac{1}{2} \times (-12)^2 + \frac{3}{2} \times (-12) + 2 = -88, \therefore \text{点 } M \text{ 的坐标为 } (1, 3) \text{ 或 } (-12, -88).$$