2016年辽宁省营口市中考一模试卷数学

一、选择题(本题共10小题，每小题3分，共30分.在每小题给出的四个选项中，只有一个选项正确)

1. $\frac{1}{2016}$的倒数是(　　)

A. 2016

B. $\frac{1}{2016}$

C. -2016

D. $-\frac{1}{2016}$

解析：$\frac{1}{2016}$的倒数是2016.

答案：A

2. 下列四种标志图案中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：A、不是轴对称图形，是中心对称图形，不符合题意；

B、是轴对称图形，又是中心对称图形，符合题意；

C、不是轴对称图形，是中心对称图形，不符合题意；

D、是中心对称图形，不是轴对称图形，不符合题意.

答案：B

3. 下列运算正确的是(　　)

A. $-5(a-1)=-5a+1$

B. $a^2+a^2=a^4$

C. $3a^3\cdot 2a^2=6a^6$

D. $(-a^2)^3=-a^6$

解析：A、-5(a-1)=-5a+5，故 A 错误；
B、合并同类项系数相加字母及指数不变，故 B 错误；
C、系数乘系数，同底数幂的乘法底数不变指数相加，故 C 错误；
D、积的乘方等于乘方的积，故 D 正确.
答案：D

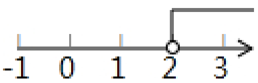
4.下面调查中，适合采用普查的是(　　)
A.调查全国中学生心理健康现状
B.调查你所在的班级同学的身高情况
C.调查我市食品合格情况
D.调查南京市电视台《今日生活》收视率
解析：A、人数众多，应用抽样调查，故此选项错误；
B、人数不多，应用全面调查，故此选项正确；
C、数量众多，使用抽样调查，破坏性较强，故此选项错误；
D、范围太大，应用抽样调查，故此选项错误.
答案：B

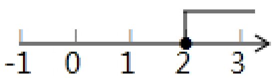
5.今年 4 月，全国山地越野车大赛在我市某区举行，其中 8 名选手某项得分如表：

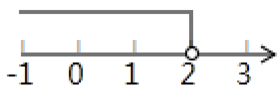
得分	80	85	87	90
人数	1	3	2	2

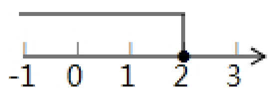
则这 8 名选手得分的众数、中位数分别是(　　)
A.85、85
B.87、85
C.85、86
D.85、87
解析：众数是一组数据中出现次数最多的数据，∴众数是 85；
把数据按从小到大顺序排列，可得中位数=(85+87)÷2=86.
答案：C

6.不等式 5x-1＞2x+5 的解集在数轴上表示正确的是(　　)

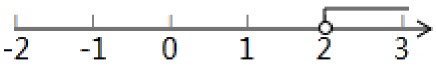
A. 

B. 

C. 

D. 

解析：移项得，5x-2x＞5+1，
合并同类项得，3x＞6，
系数化为 1 得，x＞2，
在数轴上表示为：



答案：A

7.某工厂现在平均每天比原计划多生产 50 台机器，现在生产 600 台机器所需时间与原计划生产 450 台机器所需时间相同.设原计划平均每天生产 x 台机器，根据题意，下面所列方程正确的是(　　)

A. $\frac{600}{x+50}=\frac{450}{x}$

B. $\frac{600}{x-50}=\frac{450}{x}$

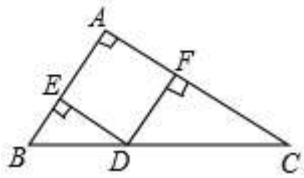
C. $\frac{600}{x}=\frac{450}{x+50}$

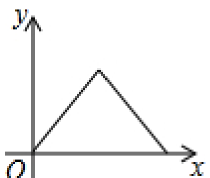
D. $\frac{600}{x}=\frac{450}{x-50}$

解析：设原计划每天生产 x 台机器，则现在可生产(x+50)台.依题意得：$\frac{600}{x+50}=\frac{450}{x}$.

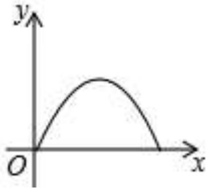
答案：A

8.如图，D 是△ABC 的斜边 BC 上一点，DE⊥AB，DF⊥AC，EF 是垂足，四边形 AEDF 的面积为 y，BD 为 x.y 与 x 的函数关系图象正确的是(　　)

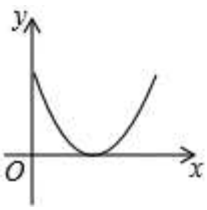


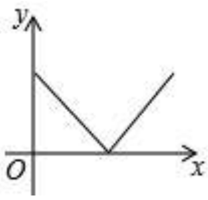


A.



B.


C.


D.

解析：设 BC=a，AB=c，AC=b，

∵DE⊥AB，∴∠DEB=90°，

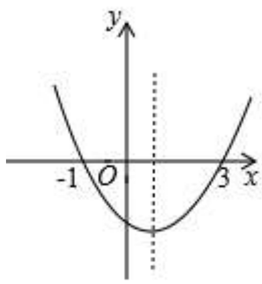
而∠DBE=∠CBA，∴△BDE∽△BCA，∴DE：CA=BD：BC，∴DE=$\frac{b}{a}$x，

同理可得 DF=$\frac{c}{a}$(a-x)，

∴y=$\frac{b}{a}$x·$\frac{c}{a}$(a-x)=$-\frac{bc}{a^2}x^2+\frac{bc}{a}x$(0＜x＜a).

答案：B.

9.如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴的交点的横坐标分别为-1，3，则下列结论正确的个数有(　　)



①ac＜0；②2a+b=0；③4a+2b+c＞0；④对于任意 x 均有 $ax^2+bx\geq a+b$.

A.1

B.2

C.3

D.4

解析：根据图象可得：抛物线开口向上，则 a＞0.抛物线与 y 交与负半轴，则 c＜0，

故①ac＜0 正确；

对称轴：x=$-\frac{b}{2a}$＞0，

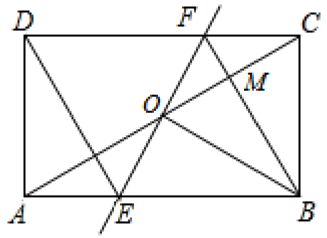
∵它与 x 轴的两个交点分别为(-1，0)，(3，0)，

∴对称轴是 x=1，∴$-\frac{b}{2a}$=1，∴b+2a=0，故②2a+b=0 正确；

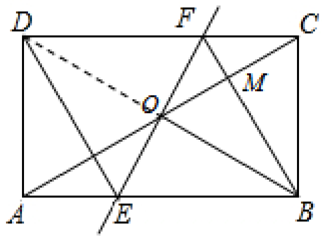
把 x=2 代入 $y=ax^2+bx+c$=4a+2b+c，由图象可得 4a+2b+c＜0，故③4a+2b+c＞0 错误；对于任

意 x 均有 $ax^2+bx \geqslant a+b$，故④正确；
答案：C

10.如图，矩形 ABCD 中，O 为 AC 中点，过点 O 的直线分别与 AB，CD 交于点 E，F，连接 BF 交 AC 于点 M，连接 DE，BO.若∠COB=60°，FO=FC，则下列结论：



①FB⊥OC，OM=CM；
②△EOB≌△CMB；
③四边形 EBFD 是菱形；
④MB：OE=3：2.
其中正确结论的个数是(　　)
A.1
B.2
C.3
D.4
解析：连接 BD，



∵四边形 ABCD 是矩形，∴AC=BD，AC、BD 互相平分，
∵O 为 AC 中点，∴BD 也过 O 点，∴OB=OC，
∵∠COB=60°，OB=OC，∴△OBC 是等边三角形，∴OB=BC=OC，∠OBC=60°，

在△OBF 与△CBF 中 $\begin{cases} FO=FC, \\ BF=BF, \\ OB=BC, \end{cases}$ ∴△OBF≌△CBF(SSS)，

∴△OBF 与△CBF 关于直线 BF 对称，∴FB⊥OC，OM=CM；∴①正确，
∵∠OBC=60°，∴∠ABO=30°，
∵△OBF≌△CBF，∴∠OBM=∠CBM=30°，∴∠ABO=∠OBF，
∵AB∥CD，∴∠OCF=∠OAE，
∵OA=OC，易证△AOE≌△COF，∴OE=OF，∴OB⊥EF，∴四边形 EBFD 是菱形，∴③正确，
∵△EOB≌△FOB≌△FCB，∴△EOB≌△CMB 错误.∴②错误，
∵∠OMB=∠BOF=90°，∠OBF=30°，∴MB=$\cfrac{\frac{OM}{\sqrt{3}}}{3}$，OF=$\cfrac{\frac{OM}{\sqrt{3}}}{2}$，

∵OE=OF，∴MB：OE=3：2，∴④正确；
答案：C.

二、填空题(每小题 3 分，共 24 分)

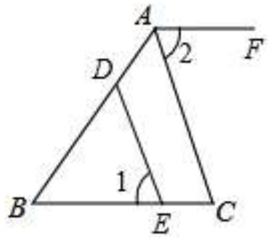
11.已知一粒大米的质量约为 0.000021 千克，这个数用科学记数法表示为__________.
解析：0.000 021=2.1×10^{-5}.
答案：2.1×10^{-5}.

12.二次根式$\sqrt{\dfrac{a-2}{a^2}}$有意义的条件是__________.

解析：根据题意得：a-2≥0，且 a≠0，解得：a≥2.
答案：a≥2.

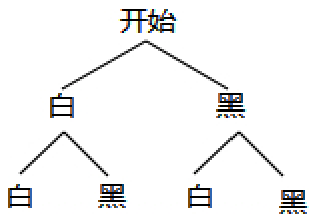
13.因式分解：$3a^2-6a+3$=__________.
解析：$3a^2-6a+3=3(a^2-2a+1)=3(a-1)^2$.
答案：$3(a-1)^2$

14.如图，点 D、E 分别在 AB、BC 上，DE∥AC，AF∥BC，∠1=70°，则∠2=__________°.



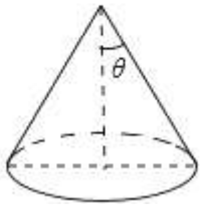
解析：∵DE∥AC，∴∠C=∠1=70°，
∵AF∥BC，∴∠2=∠C=70°.
答案：70.

15.布袋中有 1 个黑球和 1 个白球，这两个球除颜色外其他都相同，如果从布袋中先摸出一个球，放回摇匀后，再摸出一个球，那么两次都摸到白球的概率是________.
解析：画树状图得：



∵共有 4 种等可能的结果，两次都摸出白球的有 1 种情况，
∴两次都摸出白球的概率是：$\dfrac{1}{4}$.
答案：$\dfrac{1}{4}$.

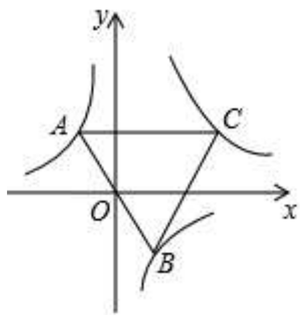
16.已知圆锥的底面半径为 5cm，侧面积为 $65\pi cm^2$，设圆锥的母线与高的夹角为θ(如图所示)，则 sinθ 的值为________.



解析：设圆锥的母线长为 R，由题意得 $65\pi=\pi\times5\times R$，解得 R=13.∴$\sin\theta=\frac{5}{13}$.

答案：$\frac{5}{13}$

17.如图，已知点 A 是双曲线 $y=-\frac{5}{x}$ 在第二象限分支上的一个动点，连接 AO 并延长交另一分支于点 B，以 AB 为边作等边三角形 ABC，点 C 在第一象限内，随着点 A 的运动，点 C 的位置也不断变化，但点 C 始终在双曲线 $y=\frac{k}{x}$ (k＞0)上运动，则 k 的值是________.



解析：设 A(a，$-\frac{5}{a}$)，∵点 A 与点 B 关于原点对称，∴OA=OB，

∵△ABC 为等边三角形，∴AB⊥OC，OC=3AO，

∵AO=$\sqrt{a^2+\left(\frac{5}{a}\right)^2}$，∴CO=$\sqrt{3}AO=\sqrt{3a^2+\frac{75}{a^2}}$，

过点 C 作 CD⊥x 轴于点 D，则可得∠BOD=∠OCD(都是∠COD 的余角)，

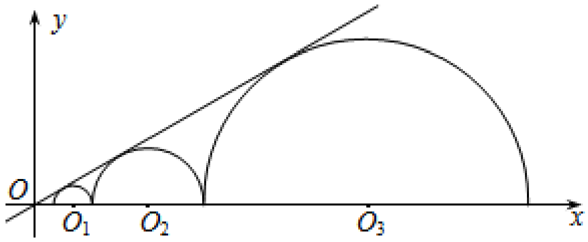
设点 C 的坐标为(x，y)，则 tan∠BOD=tan∠OCD，即 $\frac{\frac{5}{a}}{a}=\frac{x}{y}$，解得：$y=\frac{a^2}{5}x$，

在 Rt△COD 中，$CD^2+OD^2=OC^2$，即 $y^2+x^2=3a^2+\frac{75}{a^2}$，

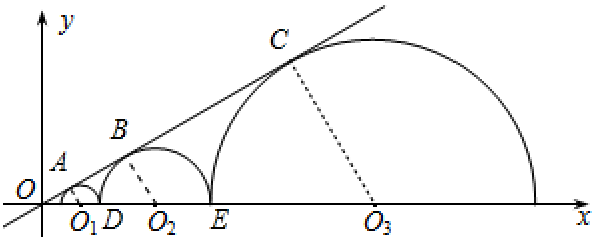
将 $y=\frac{a^2}{5}x$ 代入，可得：k=xy=15.

答案：15.

18. 如图，圆心都在 x 轴正半轴上的半圆 O_1、半圆 O_2、…、半圆 O_n 与直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 相切，设半圆 O_1、半圆 O_2、…、半圆 O_n 的半径分别是 r_1、r_2、…、r_n，则当 $r_1=1$ 时，$r_{2016}=$________.



解析：设 A、B、C 是切点，由题意直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 与 x 轴的夹角为 30°，



在 RT△OO_1A 中，∵$AO_1=1$，∠$AOO_1=30°$，∴$OO_1=2AO_1=2$，
同理：$OO_2=2BO_2$，$OO_3=2CO_3$，∴$3+r_2=2r_2$，
∴$r_2=3$，$9+r3=2r_3$，$r_3=9$，∴$r_1=1$，$r_2=3$，$r_3=9$…$r_n=3^{n-1}$，∴$r_{2016}=3^{2015}$.
答案：3^{2015}.

三、解答题(共 96 分)

19. 先化简，再求值：$\left(\frac{a-2}{a^2+2a}-\frac{a-1}{a^2+4a+4}\right)\div\frac{a-4}{a+2}$，其中 $a=\sqrt{2}-1$.

解析：将括号内的部分通分后相减，再将除法转化为乘法后代入求值.

答案：原式=[$\frac{a-2}{a(a+2)}-\frac{a-1}{(a+2)^2}$] • $\frac{a+2}{a-4}$

$=\frac{a^2-4-a^2+a}{a(a+2)^2}$ • $\frac{a+2}{a-4}$

$=\frac{a-4}{a(a+2)^2}$ • $\frac{a+2}{a-4}$

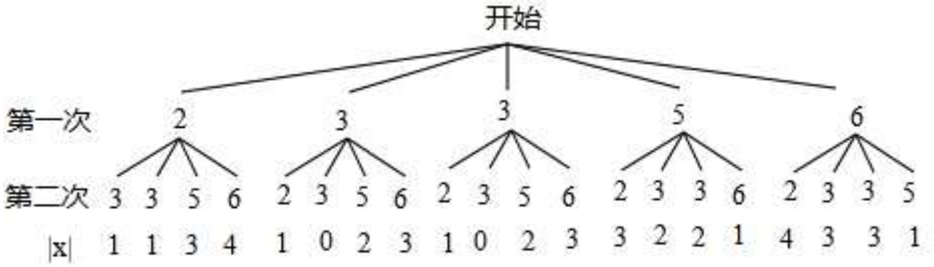
$=\frac{1}{a(a+2)}$.

当 $a=\sqrt{2}-1$ 时，原式$=\frac{1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1+2)}=1$.

20. 九(1)班组织班级联欢会，最后进入抽奖环节，每名同学都有一次抽奖机会，抽奖方案如下：将一副扑克牌中点数为“2”，“3”，“3”，“5”，“6”的五张牌背面朝上洗匀，先从中抽出1张牌，再从余下的4张牌中抽出1张牌，记录两张牌点数后放回，完成一次抽奖，记每次抽出两张牌点数之差为x，按表格要求确定奖项.

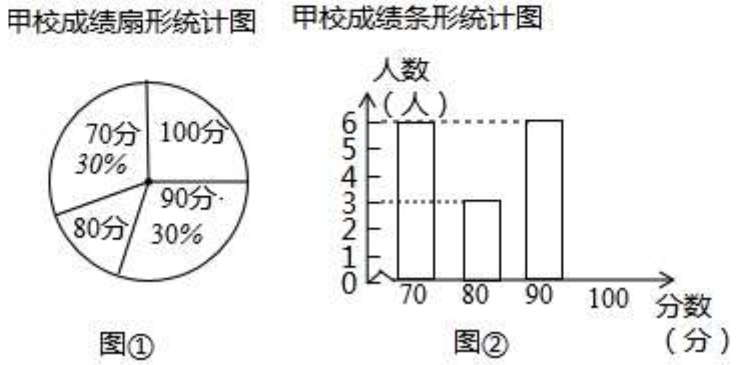
奖项	一等奖	二等奖	三等奖
$\lvert x\rvert$	$\lvert x\rvert=4$	$\lvert x\rvert=3$	$1\leqslant\lvert x\rvert<3$

(1)用列表或画树状图的方法求出甲同学获得一等奖的概率；
(2)是否每次抽奖都会获奖，为什么？
解析：(1)首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与甲同学获得一等奖的情况，再利用概率公式即可求得答案；
(2)由树状图可得：当两张牌都是3时，$\lvert x\rvert=0$，不会有奖.
答案：(1)画树状图得：



∵共有20种等可能的结果，甲同学获得一等奖的有2种情况，
∴甲同学获得一等奖的概率为：$\dfrac{2}{20}=\dfrac{1}{10}$；
(2)不一定，当两张牌都是3时，$\lvert x\rvert=0$，不会有奖.

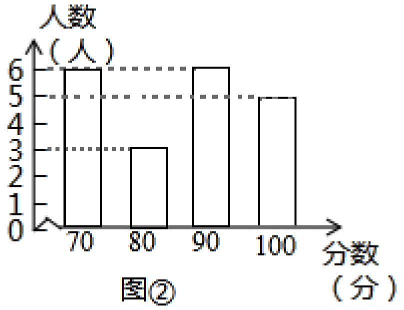
21. 某市团委举办“我的中国梦”为主题的知识竞赛，甲、乙两所学校参赛人数相等，比赛结束后，发现学生成绩分别为70分，80分，90分，100分，并根据统计数据绘制了如下不完整的统计图表：



分数（分）	人数（人）
70	7
80	
90	1
100	8

(1)在图①中，“80 分”所在扇形的圆心角度数为________.
(2)请你将图②补充完整；
(3)求乙校成绩的平均分；
(4)经计算知 $S_{甲}^2=135$，$S_{乙}^2=175$，请你根据这两个数据，对甲、乙两校成绩作出合理评价.
解析：(1)根据统计图可知甲班 70 分的有 6 人，从而可求得总人数，然后可求得成绩为 80 分的同学所占的百分比，最后根据圆心角的度数=360°×百分比即可求得答案；
(2)用总人数减去成绩为 70 分、80 分、90 分的人数即可求得成绩为 100 分的人数，从而可补全统计图；
(3)先求得乙班成绩为 80 分的人数，然后利用加权平均数公式计算平均数；
(4)根据方差的意义即可做出评价.
答案：(1)6÷30%=20，3÷20=15%，360°×15%=54°；
(2)20-6-3-6=5，统计图补充如下：

甲校成绩条形统计图



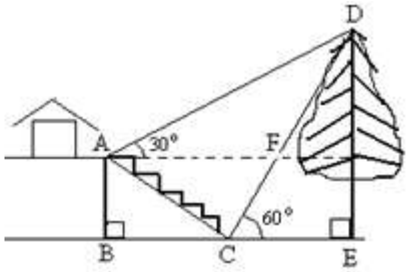
图②

(3)20-1-7-8=4，$\overline{x_{乙}}=\dfrac{70\times7+80\times4+90\times1+100\times8}{20}=85$；

(4)∵$S_{甲}^2<S_{乙}^2$，
∴甲班 20 同名同学的成绩比较整齐.

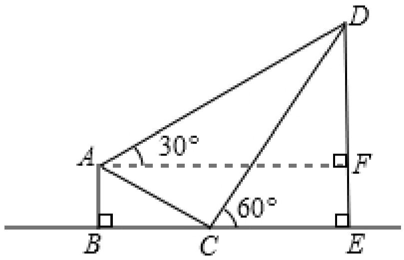
22.如图，某校综合实践活动小组的同学欲测量公园内一棵树 DE 的高度，他们在这棵树的正前方一座楼亭前的台阶上 A 点处测得树顶端 D 的仰角为 30°，朝着这棵树的方向走到台阶下的点 C 处，测得树顶端 D 的仰角为 60°．已知 A 点的高度 AB 为 3 米，台阶 AC 的坡度为 1：$\sqrt{3}$（即 AB：BC=1：$\sqrt{3}$），且 B、C、E 三点在同一条直线上.请根据以上条件求出树 DE 的高

度(侧倾器的高度忽略不计).



解析：过点 A 作 AF⊥DE 于 F，可得四边形 ABEF 为矩形，设 DE=x，在 Rt△DCE 和 Rt△ABC 中分别表示出 CE，BC 的长度，求出 DF 的长度，然后在 Rt△ADF 中表示出 AF 的长度，根据 AF=BE，代入解方程求出 x 的值即可.

答案：如图，过点 A 作 AF⊥DE 于 F，



则四边形 ABEF 为矩形，∴AF=BE，EF=AB=3 米，

设 DE=x，

在 Rt△CDE 中，CE=$\frac{DE}{\tan 60°}=\frac{\sqrt{3}}{3}$x，

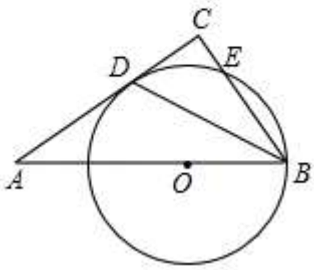
在 Rt△ABC 中，∵$\frac{AB}{BC}=\frac{1}{\sqrt{3}}$，AB=3，∴BC=3$\sqrt{3}$，

在 Rt△AFD 中，DF=DE-EF=x-3，∴AF=$\frac{x-3}{\tan 30°}=\sqrt{3}$(x-3)，

∵AF=BE=BC+CE，∴$\sqrt{3}$(x-3)=3$\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}$x，解得 x=9(米).

答：树高为 9 米.

23.如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，BD 是∠ABC 的平分线，点 O 在 AB 上，⊙O 经过 B，D 两点，交 BC 于点 E.



(1)求证：AC 是⊙O 的切线；

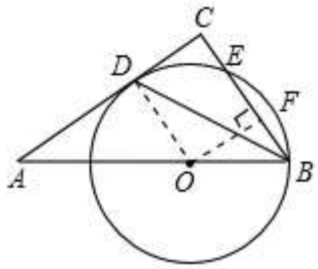
(2)若 AB=9，sin∠BAC=$\frac{2}{3}$，求 BE 的长.

解析：(1)连接 OD，由圆的性质得 OB=OD，再由角平分线的性质得出 OD∥BC，由垂直的定义

得 BC⊥AC，即可得出 AC 是⊙O 的切线；

(2)根据三角函数的定义得出 sin∠BAC=$\frac{2}{3}$，再由相似的定义得出△AOD∽△ABC，即可得出半径，过 O 作 OF⊥BC 于点 F，则 OF∥AC，由垂径定理得 BE 即可.

答案：(1)如图，连接 OD，



∵⊙O 经过 B，D 两点，∴OB=OD，∴∠OBD=∠ODB，

又∵BD 是∠ABC 的平分线，∴∠OBD=∠CBD. ∴∠ODB=∠CBD，∴OD∥BC，

∵∠ACB=90°，即 BC⊥AC，∴OD⊥AC，

又∵OD 是⊙O 的半径，∴AC 是⊙O 的切线.

(2)设⊙O 的半径为 R，在 Et△ABC 中，∠ACB=90°，

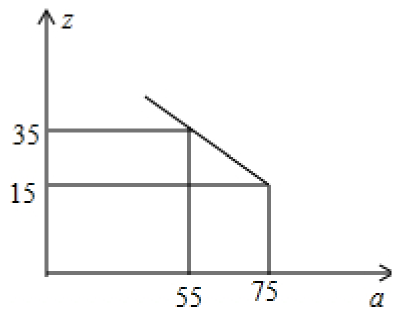
∵AB=9，sin∠BAC=$\frac{BC}{AB}=\frac{2}{3}$，∴BC=$\frac{2}{3}$×9=6

∵OD∥BC，∴△AOD∽△ABC，∴$\frac{OD}{BC}=\frac{OA}{AB}$，即$\frac{R}{6}=\frac{9-R}{9}$，解得：R=3.6

过 O 作 OF⊥BC 于点 F，则 OF∥AC，∴∠BOF=∠BAC，

∴$\frac{BF}{OB}$=sin∠BOF=$\frac{2}{3}$，∴BF=$\frac{2}{3}$×3.6=2.4∴由垂径定理得：BE=2BF=2×2.4=4.8.

24.某工厂投入生产一种机器的总成本为 2000 万元.当该机器生产数量至少为 10 台,但不超过 70 台时，每台成本 y 与生产数量 x 之间是一次函数关系，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下表：



x（单位：台）	10	20	30
y（单位：万元／台）	60	55	50

(1)求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

(2)求该机器的生产数量；

(3)市场调查发现，这种机器每月销售量z(台)与售价a(万元／台)之间满足如图所示的函数关系.该厂生产这种机器后第一个月按同一售价共卖出这种机器25台，请你求出该厂第一个月销售这种机器的利润.(注：利润=售价-成本)

解析：(1)设y与x之间的关系式为y=kx+b，运用待定系数法就可以求出其关系式，由该机器生产数量至少为10台，但不超过70台就可以确定自变量的取值范围；

(2)根据每台的成本乘以生产数量等于总成本建立方程求出其解即可；

(3)设每月销售量z(台)与售价a(万元／台)之间的函数关系式为z=ma+n，运用待定系数法求出其解析式，再将z=25代入解析式求出a的值，就可以求出每台的利润，从而求出总利润.答案：(1)设y与x之间的关系式为y=kx+b，

由题意，得$\begin{cases}60=10k+b,\\50=30k+b,\end{cases}$解得：$\begin{cases}k=-\dfrac{1}{2},\\b=65,\end{cases}$∴y=-$\dfrac{1}{2}$x+65.

∵该机器生产数量至少为10台，但不超过70台，∴10≤x≤70.

(2)由题意，得xy=2000，

-$\dfrac{1}{2}x^2$+65x=2000，$-x^2$+130x-4000=0，解得：x_1=50，x_2=80＞70(舍去).

答：该机器的生产数量为50台；

(3)设每月销售量z(台)与售价a(万元／台)之间的函数关系式为z=ma+n，由函数图象，得

$\begin{cases}35=55m+n,\\15=75m+n,\end{cases}$解得：$\begin{cases}m=-1,\\n=90,\end{cases}$∴z=-a+90.

当z=25时，a=65，

成本y=-$\dfrac{1}{2}$z+65=-$\dfrac{1}{2}$×25+65=$\dfrac{105}{2}$(万元)；

总利润为：25(65-$\dfrac{105}{2}$)=$\dfrac{625}{2}$=312.5(万元).

答：该厂第一个月销售这种机器的利润为312.5万元.