

衡阳市 2009 年初中毕业学业考试试卷

数 学

考生注意：1、本学科试卷共三道大题，满分 120 分，考试时量 120 分钟。

2、本试卷的作答一律答在答题卡上，选择题用 2B 铅笔按涂写要求将你认为正确的选项涂黑；非选择题用黑色墨水签字笔作答，作答不能超出黑色矩形边框。直接在试题卷上作答无效。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1、函数 $y = \sqrt{x-2}$ 中自变量的取值范围是（ C ）

- A. $x \geq 0$ B. $x \leq 2$ C. $x \geq 2$ D. $x < 2$

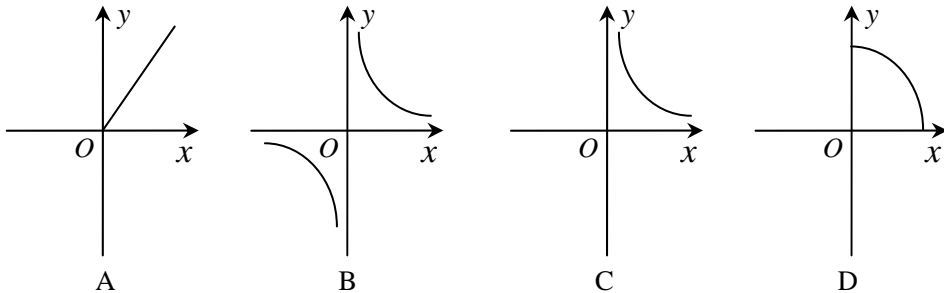
2、已知空气的单位体积质量为 1.24×10^{-3} 克/厘米³， 1.24×10^{-3} 用小数表示为（ D ）

- A. 0.000124 B. 0.0124 C. -0.00124 D. 0.00124

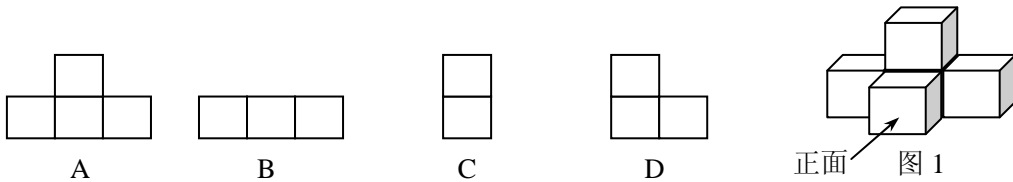
3、下面计算正确的是（ B ）

- A. $3 + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ B. $\sqrt{27} \div \sqrt{3} = 3$ C. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{5}$ D. $\sqrt{4} = \pm 2$

4、一个直角三角形的两直角边长分别为 x ， y ，其面积为 2，则 y 与 x 之间的关系用图象表示大致为（ C ）

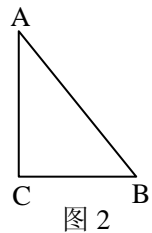


5、如图 1 所示几何体的左视图是（ D ）



6、如图 2 所示，A、B、C 分别表示三个村庄， $AB=1000$ 米， $BC=600$ 米， $AC=800$ 米，在社会主义新农村建设中，为了丰富群众生活，拟建一个文化活动中心，要求这三个村庄到活动中心的距离相等，则活动中心 P 的位置应在（ A ）

- A. AB 中点 B. BC 中点
C. AC 中点 D. $\angle C$ 的平分线与 AB 的交点



7、已知 $x-3y = -3$ ，则 $5-x+3y$ 的值是（ D ）

- A. 0 B. 2 C. 5 D. 8

8、两圆的圆心距为3，两圆的半径分别是方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的两个根，则两圆的位置关系是

(A)

- A. 相交 B. 外离 C. 内含 D. 外切

9、如图3，菱形ABCD的周长为20cm， $DE \perp AB$ ，垂足为E，

$\cos A = \frac{4}{5}$ ，则下列结论中正确的个数为 (A)

① $DE=3\text{cm}$ ； ② $EB=1\text{cm}$ ； ③ $S_{\text{菱形}ABCD} = 15\text{cm}^2$.

- A. 3个 B. 2个
C. 1个 D. 0个

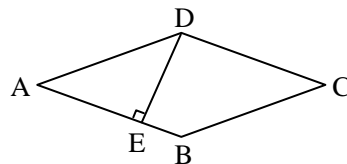


图3

10、如图4，矩形纸片ABCD中， $AB=4$ ， $AD=3$ ，折叠纸片使AD边与对角线BD重合，折痕为DG，则AG的长为 (C)

- A. 1 B. $\frac{4}{3}$
C. $\frac{3}{2}$ D. 2

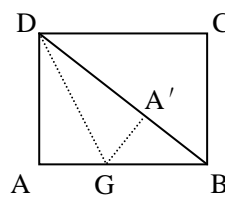


图4

二、填空题 (本大题共6个小题，每小题3分，满分18分.)

11、分解因式： $x^3 - 4x^2 + 4x = \underline{x(x-2)^2}$.

12、某人沿着有一定坡度的坡面前进了10米，此时他与水平地面的垂直距离为 $2\sqrt{5}$ 米，则这个坡面的坡度为 1:2 .

13、某果农2006年的年收入为5万元，由于党的惠农政策的落实，2008年年收入增加到7.2万元，则平均每年的增长率是 20% .

14、点A的坐标为 $(\sqrt{2}, 0)$ ，把点A绕着坐标原点顺时针旋转 135° 到点B，那么点B的坐标是 (1, -1) .

15、如图5，四边形OABC是边长为1的正方形，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过点B，则k的值为 -1 .

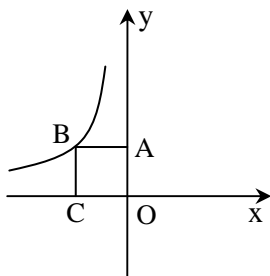


图5

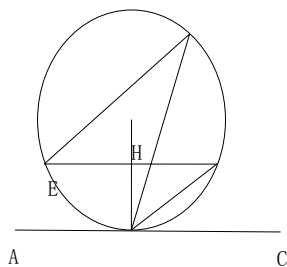


图6

16、如图6，直线AB切 $\odot O$ 于C点，D是 $\odot O$ 上一点， $\angle EDC=30^\circ$ ，弦 $EF \parallel AB$ ，连结OC交EF于H点，连结CF，且 $CF=2$ ，则HE的长为 $\sqrt{3}$.

三、解答题（本大题共 10 个小题，满分 72 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

17、（本小题满分 6 分）

解下列不等式组，并把解集在数轴上表示出来。

$$\begin{cases} x-2 < 0 & (1) \\ 2(x-1)+3 \geq 3x & (2) \end{cases}$$

解：由（1）得：

$$x < 2$$

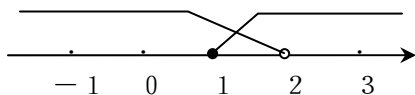
由（2）得：

$$2x - 2 + 3 \geq 3x$$

$$-x \geq -1$$

$$x \leq 1$$

把它们的解集在数轴上表示如下：



∴原不等式组的解集是 $1 \leq x < 2$.

18、（本小题满分 6 分）

先化简，再求值： $a(4 - \frac{1}{a}) + \frac{a}{2-a} \div \frac{1}{a-2}$ ，其中 $a = \frac{1}{3}$.

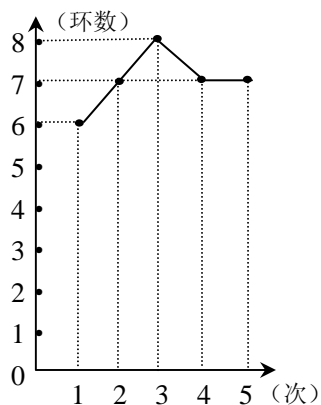
$$\begin{aligned} \text{解：原式} &= 4a - 1 + \frac{a}{2-a} \cdot \frac{a-2}{1} \\ &= 4a - 1 - a \\ &= 3a - 1 \end{aligned}$$

把 $a = \frac{1}{3}$ 代入得：

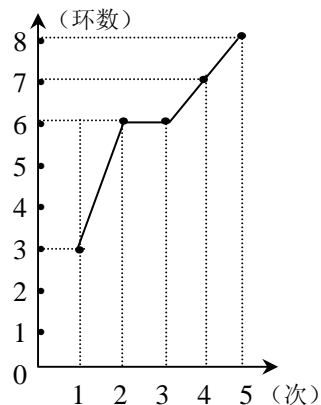
$$\text{原式} = 3 \times \frac{1}{3} - 1 = 1 - 1 = 0$$

19、（本小题满分 6 分）

甲、乙两人在相同的条件下各射靶 5 次，每次射靶的成绩情况如图 7 所示。



甲



乙

(1) 请你根据图中的数据填写下表：

姓名	平均数 (环)	众数 (环)	方差
甲	6	6	0.4
乙	6	6	2.8

(2) 从平均数和方差相结合看, 分析谁的成绩好些.

解: 甲、乙两人射靶成绩的平均数都是 6, 但甲比乙的方差要小, 说明甲的成绩较为稳定, 所以甲的成绩比乙的成绩要好些.

20、(本小题满分 6 分)

已知二次函数的图象过坐标原点, 它的顶点坐标是 (1, -2), 求这个二次函数的关系式.

解: 设这个二次函数的关系式为 $y = a(x-1)^2 - 2$ 得:

$$0 = a(0-1)^2 - 2 \quad \text{解得: } a = 2$$

∴ 这个二次函数的关系式是 $y = 2(x-1)^2 - 2$, 即 $y = 2x^2 - 4x$

21、(本小题满分 7 分)

一个不透明口袋中装有红球 6 个, 黄球 9 个, 绿球 3 个, 这些球除颜色处没有任何其他区别. 从中任意摸出一个球.

(1) 计算摸到的是绿球的概率.

(2) 如果要使摸到绿球的概率为 $\frac{1}{4}$, 需要在这个口袋中再放入多少个绿球?

解: (1) $P_{(\text{摸到绿球})} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$.

(2) 设需要在这个口袋中再放入 x 个绿球, 得: $\frac{3+x}{18+x} = \frac{1}{4}$

解得: $x = 2$

∴ 需要在这个口袋中再放入 2 个绿球.

22、(本小题满分 7 分)

如图 8, 圆心角都是 90° 的扇形 OAB 与扇形 OCD 叠放在一起, 连结 AC, BD.

(1) 求证: $AC=BD$;

(2) 若图中阴影部分的面积是 $\frac{3}{4}\pi \text{ cm}^2$, $OA=2\text{cm}$, 求 OC 的长.

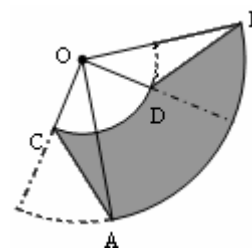


图 8

解: (1) 证明:

$$\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AOC + \angle AOD = \angle BOD + \angle AOD$$

$$\Rightarrow \angle AOC = \angle BOD$$

$$\left. \begin{array}{l} AB = BO \\ CO = DO \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOC \cong \triangle BOD$$

$$\Rightarrow AC = BD$$

(2) 根据题意得: $S_{\text{阴影}} = \frac{90\pi OA^2}{360} - \frac{90\pi OC^2}{360} = \frac{90\pi(OA^2 - OC^2)}{360}$;

$$\therefore \frac{3}{4}\pi = \frac{90\pi(2^2 - OC^2)}{360}$$

解得: $OC = 1\text{cm}$.

23、(本小题满分 8 分)

如图 9, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AD 、 AE 分别是 $\angle BAC$ 和 $\angle BAC$ 和外角的平分线, $BE \perp AE$.

(1) 求证: $DA \perp AE$;

(2) 试判断 AB 与 DE 是否相等? 并证明你的结论.

解: (1) 证明:

$$\left. \begin{array}{l} AD \text{ 平分 } \angle BAC \Rightarrow \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC \\ AE \text{ 平分 } \angle BAF \Rightarrow \angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAF \\ \angle BAC + \angle BAF = 180^\circ \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \angle BAD + \angle BAE = \frac{1}{2} (\angle BAC + \angle BAF) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle DAE = 90^\circ \Rightarrow DA \perp AE$$

(2) $AB=DE$, 理由是:

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ AD \text{ 平分 } \angle BAC \end{array} \right\} \Rightarrow AD \perp BC \Rightarrow \angle ADB = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} BE \perp AE \Rightarrow \angle AEB = 90^\circ \\ \angle DAE = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \text{四边形 } AEBD \text{ 是矩形} \Rightarrow AB = DE$$

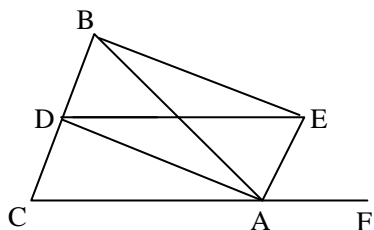


图 9

24、(本小题满分 8 分)

在一次远足活动中, 某班学生分成两组, 第一组由甲地匀速步行到乙地后原路返回, 第二组由甲地匀速步行经乙地继续前行到丙地后原路返回, 两组同时出发, 设步行的时间为 t (h), 两组离乙地的距离分别为 S_1 (km) 和 S_2 (km), 图 10 中的折线分别表示 S_1 、 S_2 与 t 之间的函数关系.

(1) 甲、乙两地之间的距离为 8 km, 乙、丙两地之间的距离为 2 km;

(2) 求第二组由甲地出发首次到达乙地及由乙地到达丙地所用的时间分别是多少?

(3) 求图中线段 AB 所表示的 S_2 与 t 间的函数关系式, 并写出自变量 t 的取值范围.

解: (2) 第二组由甲地出发首次到达乙地所用的时间为:

$$8 \div [2 \times (8 + 2) \div 2] = 8 \div 10 = 0.8 \text{ (小时)}$$

第二组由乙地到达丙地所用的时间为:

$$2 \div [2 \times (8 + 2) \div 2] = 2 \div 10 = 0.2 \text{ (小时)}$$

(3) 根据题意得 A 、 B 的坐标分别为 $(0.8, 0)$ 和 $(1, 2)$, 设线段 AB 的函数关系式为:

$$S_2 = kt + b, \text{ 根据题意得:}$$

$$\begin{cases} 0 = 0.8k + b \\ 2 = k + b \end{cases} \quad \text{解得:} \quad \begin{cases} k = 10 \\ b = -8 \end{cases}$$

\therefore 图中线段 AB 所表示的 S_2 与 t 间的函数关系式为: $S_2 = 10t - 8$, 自变量 t 的取值范围是: $0.8 \leq t \leq 1$.

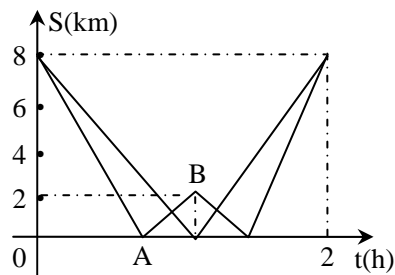


图 10

25、(本小题满分9分)

如图11, AB是 $\odot O$ 的直径, 弦 $BC=2\text{cm}$, $\angle ABC=60^\circ$.

- (1) 求 $\odot O$ 的直径;
- (2) 若D是AB延长线上一点, 连结CD, 当BD长为多少时, CD与 $\odot O$ 相切;
- (3) 若动点E以 2cm/s 的速度从A点出发沿着AB方向运动, 同时动点F以 1cm/s 的速度从B点出发沿BC方向运动, 设运动时间为 $t(s)$ ($0 < t < 2$), 连结EF, 当 t 为何值时, $\triangle BEF$ 为直角三角形.

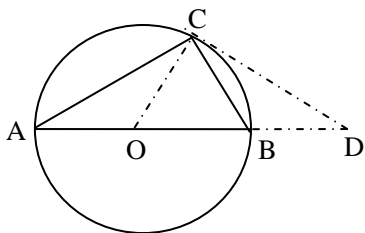


图 10(1)

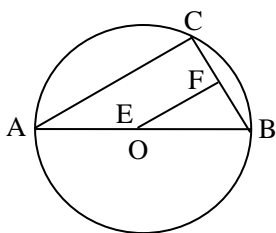


图 10(2)

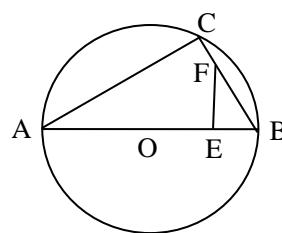


图 10(3)

解: (1) $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径 (已知)

$\therefore \angle ACB=90^\circ$ (直径所对的圆周角是直角)

$\because \angle ABC=60^\circ$ (已知)

$\therefore \angle BAC=180^\circ - \angle ACB - \angle ABC=30^\circ$ (三角形的内角和等于 180°)

$\therefore AB=2BC=4\text{cm}$ (直角三角形中, 30° 锐角所对的直角边等于斜边的一半)
即 $\odot O$ 的直径为 4cm .

(2) 如图 10 (1) CD 切 $\odot O$ 于点 C , 连结 OC , 则 $OC=OB=1/2 \cdot AB=2\text{cm}$.

$\therefore CD \perp CO$ (圆的切线垂直于经过切点的半径)

$\therefore \angle OCD=90^\circ$ (垂直的定义)

$\because \angle BAC=30^\circ$ (已求)

$\therefore \angle COD=2\angle BAC=60^\circ$ (在同圆或等圆中一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半)

$\therefore \angle D=180^\circ - \angle COD - \angle OCD=30^\circ$ (三角形的内角和等于 180°)

$\therefore OD=2OC=4\text{cm}$ (直角三角形中, 30° 锐角所对的直角边等于斜边的一半)

$\therefore BD=OD-OB=4-2=2$ (cm)

\therefore 当 BD 长为 2cm , CD 与 $\odot O$ 相切.

(3) 根据题意得:

$BE=(4-2t)\text{cm}$, $BF=t\text{cm}$;

如图 10 (2) 当 $EF \perp BC$ 时, $\triangle BEF$ 为直角三角形, 此时 $\triangle BEF \sim \triangle BAC$

$\therefore BE: BA=BF: BC$

即: $(4-2t): 4=t: 2$

解得: $t=1$

如图 10 (3) 当 $EF \perp BA$ 时, $\triangle BEF$ 为直角三角形, 此时 $\triangle BEF \sim \triangle BCA$

$\therefore BE: BC=BF: BA$

即: $(4-2t): 2=t: 4$

解得: $t=1.6$

\therefore 当 $t=1\text{s}$ 或 $t=1.6\text{s}$ 时, $\triangle BEF$ 为直角三角形.

26、(本小题满分9分)

如图12, 直线 $y = -x + 4$ 与两坐标轴分别相交于 A、B 点, 点 M 是线段 AB 上任意一点 (A、B 两点除外), 过 M 分别作 $MC \perp OA$ 于点 C, $MD \perp OB$ 于 D.

- (1) 当点 M 在 AB 上运动时, 你认为四边形 OCMD 的周长是否发生变化? 并说明理由;
- (2) 当点 M 运动到什么位置时, 四边形 OCMD 的面积有最大值? 最大值是多少?
- (3) 当四边形 OCMD 为正方形时, 将四边形 OCMD 沿着 x 轴的正方向移动, 设平移的距离为 a ($0 < a < 4$), 正方形 OCMD 与 $\triangle AOB$ 重叠部分的面积为 S . 试求 S 与 a 的函数关系式并画出该函数的图象.

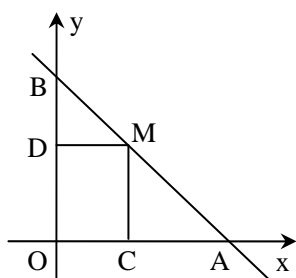


图 12(1)

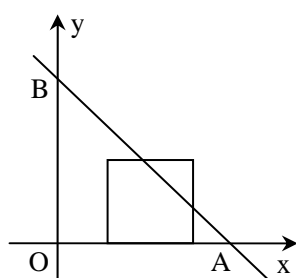


图 12(2)

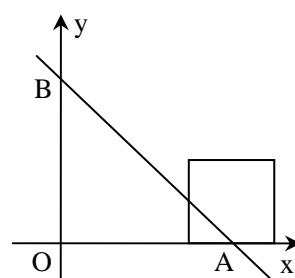


图 12(3)

- 解: (1) 设点 M 的横坐标为 x , 则点 M 的纵坐标为 $-x+4$ ($0 < x < 4, x > 0, -x+4 > 0$);
 则: $MC = |-x+4| = -x+4, MD = |x| = x$;
 $\therefore C_{\text{四边形OCMD}} = 2(MC+MD) = 2(-x+4+x) = 8$
 \therefore 当点 M 在 AB 上运动时, 四边形 OCMD 的周长不发生变化, 总是等于 8;
- (2) 根据题意得: $S_{\text{四边形OCMD}} = MC \cdot MD = (-x+4) \cdot x = -x^2+4x = -(x-2)^2+4$
 \therefore 四边形 OCMD 的面积是关于点 M 的横坐标 x ($0 < x < 4$) 的二次函数, 并且当 $x = 2$, 即当点 M 运动到线段 AB 的中点时, 四边形 OCMD 的面积最大且最大面积为 4;
- (3) 如图 10 (2), 当 $0 < a \leq 2$ 时, $S = 4 - \frac{1}{2}a^2 = -\frac{1}{2}a^2 + 4$;
 如图 10 (3), 当 $2 \leq a < 4$ 时, $S = \frac{1}{2}(4-a)^2 = \frac{1}{2}(a-4)^2$;
 $\therefore S$ 与 a 的函数的图象如下图所示:

