2016年福建省漳州市高考二模数学文

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题意要求的．

1.已知集合A={x|a-2＜x＜a+2}，B={x|x≤-2或x≥4}，则$A\cap B=\varnothing$的充要条件是(　　)

A.0≤a≤2

B.-2＜a＜2

C.0＜a≤2

D.0＜a＜2

解析：法一：当a=0时，符合，所以排除C．D，再令a=2，符合，排除B，故选A；

法二：根据题意，分析可得，$\begin{cases} a-2>=-2 \\ a+2<=4 \end{cases}$，

解可得，0≤a≤2；

答案：A．

2.已知复数$\frac{a+3i}{1-2i}$是纯虚数，则实数a=(　　)

A.-2

B.4

C.-6

D.6

解析：化简可得复数$\frac{a+3i}{1-2i}=\frac{(a+3i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}=\frac{a-6+(2a+3)i}{5}$，由纯虚数的定义可得

a-6=0，2a+3≠0，

解得a=6

答案：D

3.已知双曲线C:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的一条渐近线过点(-1,2),则C的离心率为(　　)

A.$\sqrt{5}$

B.$\sqrt{3}$

C.$\frac{\sqrt{5}}{2}$

D.$\frac{\sqrt{3}}{2}$

解析：由题意，$\frac{b}{a}=2$，

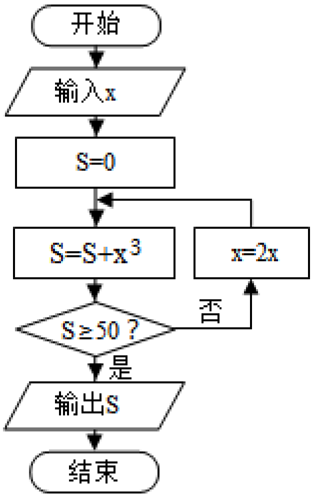
∴b=2a，

$\therefore c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{5}a$，

$\therefore e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{5}$.

答案：A.

4.阅读右边的程序框图，运行相应的程序，若输入 x 的值为 1，则输出 S 的值为(　　)



A.64
B.73
C.512
D.585

解析：经过第一次循环得到 $S=0+1^3$，不满足 S≥50，x=2，

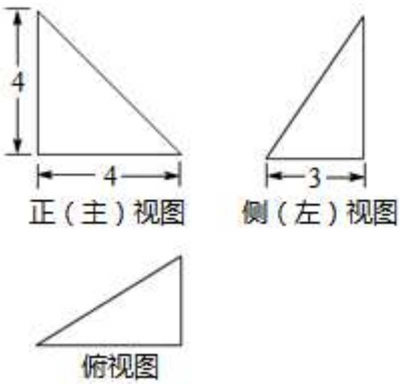
执行第二次循环得到 $S=1^3+2^3$，不满足 S≥50，x=4，

执行第三次循环得到 $S=1^3+2^3+4^3=73$，

满足判断框的条件，退出循环，执行“是”，输出 S=73.

答案：B.

5.某四面体的三视图如图所示，该四面体四个面的面积中，最大的是(　　)



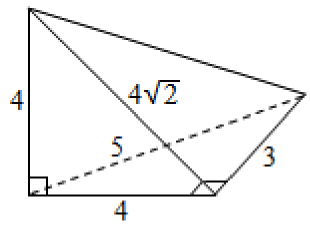
A.8

B. $6\sqrt{2}$

C.10

D. $8\sqrt{2}$

解析：三视图复原的几何体是一个三棱锥，如图，四个面的面积分别为：8，6，$6\sqrt{2}$，10，显然面积的最大值，10．



答案：C．

6.要得到函数 y=sin2x 的图象，只需将函数 $y=sin(2x-\frac{\pi}{3})$ 的图象(　　)

A.向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

B.向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度

C.向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

D.向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

解析：把函数 y=sin2x 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位即可得到函数 $y=sin2(x-\frac{\pi}{6})=sin(2x-\frac{\pi}{3})$ 的图象，故要得到函数 y=sin2x 的函数图象，可将函数 $y=sin(2x-\frac{\pi}{3})$ 的图象向左至少平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位即可.

答案：B．

7.已知两个单位向量 $\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}$ 的夹角为θ，则下列结论不正确的是(　　)

A. $\overrightarrow{e_1}$在$\overrightarrow{e_2}$ 方向上的投影为 cosθ

B. $\overrightarrow{e_1}^2=\overrightarrow{e_2}^2$

C. $(\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2})\perp(\overrightarrow{e_1}-\overrightarrow{e_2})$

D. $\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2}=1$

解析：∵两个单位向量$\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}$的夹角为θ，

则$\left|\overrightarrow{e_1}\right|=\left|\overrightarrow{e_2}\right|=1$

则$\overrightarrow{e_1}$在$\overrightarrow{e_2}$方向上的投影为$cos\theta\left|\overrightarrow{e_1}\right|=cos\theta$，故 A 正确；

$\overrightarrow{e_1}^2=\overrightarrow{e_2}^2$，故 B 正确；

$(\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2})\cdot(\overrightarrow{e_1}-\overrightarrow{e_2})=\overrightarrow{e_1}^2-\overrightarrow{e_2}^2=0$，故 $(\overrightarrow{e_1}+\overrightarrow{e_2})\perp(\overrightarrow{e_1}-\overrightarrow{e_2})$，故 C 正确；

$\overrightarrow{e_1}\cdot\overrightarrow{e_2}=\left|\overrightarrow{e_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{e_2}\right|cos\theta$，故 D 错误；

答案：D

8.已知点$A(4\sqrt{3},1)$，将 OA 绕坐标原点 O 逆时针旋转$\frac{\pi}{6}$至 OB，设 C(1，0)，∠COB=α，则 tanα=(　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{10\sqrt{3}}{11}$

D. $\frac{5\sqrt{3}}{11}$

解析：由题意，设直线 OA 的倾斜角为θ，则

$$tan\theta=\frac{1}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{12}，\ \alpha=\theta+\frac{\pi}{6}，\ tan\alpha=tan(\theta+\frac{\pi}{6})=\frac{tan\theta+tan\frac{\pi}{6}}{1-tan\theta\cdot tan\frac{\pi}{6}}=\frac{5\sqrt{3}}{11}$$

答案：D．

9.设 x，y 满足约束条件$\begin{cases}y-x\le 1\\ x+y\le 3\\ y\ge m\end{cases}$，若 z=x+3y 的最大值与最小值的差为 7，则实数 m=(　　)

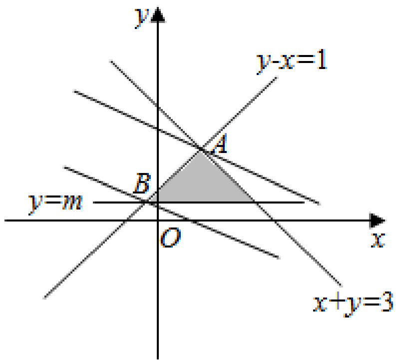
A. $\frac{3}{2}$

B. $-\frac{3}{2}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $-\frac{1}{4}$

解析：由约束条件$\begin{cases} y-x\le 1 \\ x+y\le 3 \\ y\ge m \end{cases}$作出可行域如图，



联立$\begin{cases} y-x=1 \\ x+y=3 \end{cases}$，解得 A(1，2)，

联立$\begin{cases} y=m \\ y-x=1 \end{cases}$，解得 B(m-1，m)，

化 z=x+3y，得 $y=-\frac{x}{3}+\frac{z}{3}$.

由图可知，当直线 $y=-\frac{x}{3}+\frac{z}{3}$ 过 A 时，z 有最大值为 7，

当直线 $y=-\frac{x}{3}+\frac{z}{3}$ 过 B 时，z 有最大值为 4m-1，

由题意，7-(4m-1)=7，解得：$m=\frac{1}{4}$.

答案：C.

10.已知 x_0 是函数 $f(x)=2^x+\frac{1}{1-x}$ 的一个零点．若 $x_1\in(1,\ x_0)$，$x_2\in(x_0,+\infty)$，则(　　)

A. $f(x_1)<0$，$f(x2)<0$

B. $f(x_1)<0$，$f(x2)>0$

C. $f(x_1)>0$，$f(x2)<0$

D. $f(x_1)>0$，$f(x2)>0$

解析：∵ x_0 是函数 $f(x)=2^x+\frac{1}{1-x}$ 的一个零点∴f(x_0)=0

∵ $f(x)=2^x+\frac{1}{1-x}$ 是单调递增函数，且 $x_1\in(1,\ x_0)$，$x_2\in(x_0,+\infty)$，

$\therefore f(x_1) < f(x_0) = 0 < f(x_2)$

答案：B．

11.已知函数 $f(x) = -x^2 + 2x + 3$，若在区间[-4，4]上任取一个实数 x0，则使 $f(x_0) \geq 0$ 成立的概率为(　　)

A. $\dfrac{4}{25}$

B. $\dfrac{1}{2}$

C. $\dfrac{2}{3}$

D.1

解析：已知区间[-4，4]长度为 8，

满足 $f(x_0) \geq 0$， $f(x_0) = -x_0^{\ 2} + 2x_0 + 3 \geq 0$，解得 $-1 \leq x_0 \leq 3$，对应区间长度为 4，

由几何概型公式可得，使 $f(x_0) \geq 0$ 成立的概率是 $\dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$.

答案：B．

12.数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$，对任意的 n∈N*都有 $a_{n+1} = a_1 + a_n + n$，则 $\dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{a_2} + \ldots + \dfrac{1}{a_{2016}}$ =(　　)

A. $\dfrac{2015}{2016}$

B. $\dfrac{4032}{2017}$

C $\dfrac{4034}{2017}$

D. $\dfrac{2016}{2015}$

解析：$\because a_1$=1，

$\therefore$由 $a_{n+1} = a_1 + a_n + n$，得

$a_{n+1} - a_n = n + 1$，

则 $a_2 - a_1 = 2$，

$a_3 - a_2 = 3$，

…

$a_n - a_{n-1} = n(n \geq 2)$.

累加得：$a_n=a_1+2+3+\ldots+n=1+2+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$（$n\geq 2$）.

当 n=1 时，上式成立，

$\therefore a_n=\frac{n(n+1)}{2}$.

则 $\frac{1}{a_n}=\frac{2}{n(n+1)}=2\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)$.

$\therefore$

$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\ldots+\frac{1}{a_{2016}}=2(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{2016}-\frac{1}{2017})=2\left(1-\frac{1}{2017}\right)=\frac{4032}{2017}$.

答案：B.

二、填空题：本大题共 4 题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填在答题卡的相应位置上．

13.抛物线 $y^2=4x$ 上的点 P 到它的焦点 F 的最短距离为____.

解析：设抛物线 $y^2=4x$ 上的点 P 为（x_0，y_0），且（$x_0\geq 0$），

则焦点的坐标为 F(1，0)，

点 P 到焦点 F 的距离为|PF|，

根据焦半径公式得 $|PF|=x_0+1\geq 1$.

答案：1.

14.已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=3a_n$，且 $a_2+a_4+a_6=9$，则 $log\ \frac{1}{3}(a_5+a_7+a_9)$ =____.

解析：$\because a_{n+1}=3a_n$，

$\therefore$数列 $\{a_n\}$ 是以 3 为公比的等比数列，

又 $a_2+a_4+a_6=9$，

$\therefore a_5+a_7+a_9=q^3(a_2+a_4+a_6)=9\times 3^3=3^5$，

则 $log\ \frac{1}{3}(a_5+a_7+a_9)=log\frac{1}{3}3^5=-5$.

答案：-5.

15.将长、宽分别为 4 和 3 的长方形 ABCD 沿对角线 AC 折起，得到四面体 A-BCD，则四面体 A-BCD 的外接球的体积为____.

解析：由题意可知，直角三角形斜边的中线是斜边的一半，

∴长宽分别为 3 和 4 的长方形 ABCD 沿对角线 AC 折起二面角，得到四面体 A-BCD，

则四面体 A-BCD 的外接球的半径，是$\frac{1}{2}AC=\frac{5}{2}$

所求球的体积为：$\frac{4}{3}\times\pi\left(\frac{5}{2}\right)^3=\frac{125}{6}\pi$.

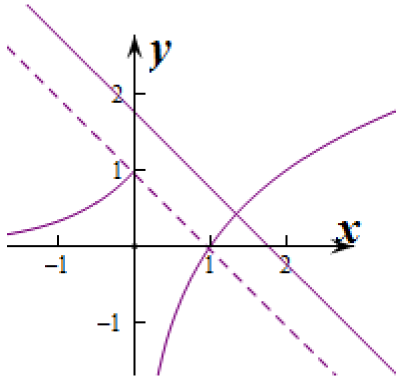
答案：$\frac{125}{6}\pi$.

16.已知函数 $f(x)=\begin{cases}log2x, & x>0\\ 3^x, & x\le 0\end{cases}$，且关于 x 的方程 f(x)+x-a=0 有且只有一个实根，则实数 a 的取值范围是____.

解析：由 f(x)+x-a=0 得 f(x)=-x+a，

$\because f(x)=\begin{cases}log2x, & x>0\\ 3^x, & x\le 0\end{cases}$，

∴作出函数 f(x)和 y=-x+a 的图象，



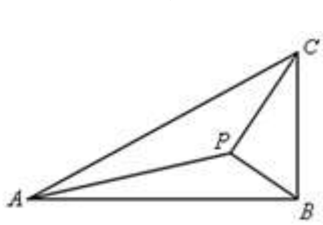
则由图象可知，要使方程 f(x)+x-a=0 有且只有一个实根，

则 a＞1，

答案：(1，+∞)

三、解答题：本大题共 5 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.如图，在△ABC 中，∠ABC=90°，$AB=2\sqrt{3}$，BC=2，P 为△ABC 内一点，∠BPC=90°.



(Ⅰ)若 PB=1，求 PA;

(Ⅱ)若∠APB=150°，求 tan∠PBA.

解析：(Ⅰ)由已知得∠PBC=60°，可得∠PBA=30°，在△PBA 中，由余弦定理即可得出.

(II) 设∠PBA=α，由已知得∠PCB=α，PB=2sinα，在△PBA 中，由正弦定理得 $\frac{2\sqrt{3}}{sin150°}=\frac{2sin\alpha}{sin(30°-\alpha)}$，化简整理即可得出.

答案：(Ⅰ)由已知得∠PBC=60°，∴∠PBA=30°，

在△PBA 中，由余弦定理得 $PA^2=\left(2\sqrt{3}\right)^2+1-2\times 2\sqrt{3}\times 1\times cos30°=7, \therefore PA=\sqrt{7}$.

(Ⅱ)设∠PBA=α，由已知得∠PCB=α，PB=2sinα，

在△PBA 中，由正弦定理得 $\frac{2\sqrt{3}}{sin150°}=\frac{2sin\alpha}{sin\left(30°-\alpha\right)}$，化简得

$\sqrt{3}cos\alpha=4sin\alpha, \therefore tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{4}, \therefore tan\angle PBA=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

18.为了解某市的交通状况，现对其 6 条道路进行评估，得分分别为：5，6，7，8，9，10．规定评估的平均得分与全市的总体交通状况等级如表

评估的平均得分	(0，6)	(6，8)	(8，10)
全市的总体交通状况等级	不合格	合格	优秀

(1)求本次评估的平均得分，并参照上表估计该市的总体交通状况等级；
(2)用简单随机抽样方法从这 6 条道路中抽取 2 条，它们的得分组成一个样本，求该样本的平均数与总体的平均数之差的绝对值不超 0.5 的概率．
解析：(1)由已知中对其 6 条道路进行评估，得分分别为：5，6，7，8，9，10，计算出得分的平均分，然后将所得答案与表中数据进行比较，即可得到答案．
(2)我们列出从这 6 条道路中抽取 2 条的所有情况，及满足样本的平均数与总体的平均数之差的绝对值不超 0.5 情况，然后代入古典概型公式即可得到答案．

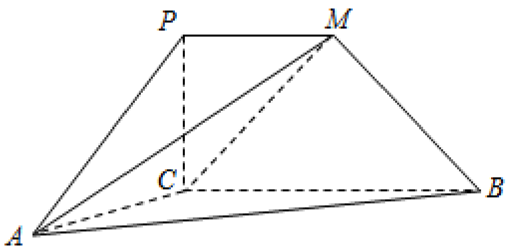
答案：(1)6 条道路的平均得分为 $\frac{5+6+7+8+9+10}{6}=7.5$

∴该市的总体交通状况等级为合格．
(2)设 A 表示事件“样本平均数与总体平均数之差的绝对值不超过 0.5”．
从 6 条道路中抽取 2 条的得分组成的所有基本事件为：
(5，6)，(5，7)，(5，8)，(5，9)，(5，10)
(6，7)，(6，8)，(6，9)，(6，10)，(7，8)
(7，9)，(7，10)，(8，9)，(8，10)，(9，10)，共 15 个基本事件．
事件 A 包括(5，9)，(5，10)，(6，8)，(6，9)，(6，10)，(7，8)，(7，9)共 7 个基本事件，

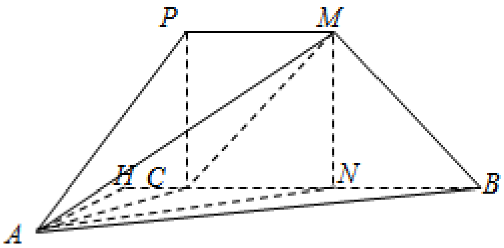
$\therefore P(A)=\frac{7}{15}$

答：该样本平均数与总体平均数之差的绝对值不超过 0.5 的概率为 $\frac{7}{15}$.

19.如图，四边形 PCBM 是直角梯形，∠PCB=90°，PM∥BC，PM=1，BC=2，又 AC=1，∠ACB=120°，AB⊥PC，AM=2．



(Ⅰ)求证：平面 PAC⊥平面 ABC；
(Ⅱ)求三棱锥 P-MAC 的体积．
解析：(Ⅰ)由已知得 PC⊥CB，结合 AB⊥PC，由线面垂直的判定得 PC⊥平面 ABC，再由面面垂直的判定得平面 PAC⊥平面 ABC；
(Ⅱ)在平面 PCBM 内，过 M 做 MN⊥BC 交 BC 于 N，连结 AN，则 CN=PM=1，又 PM∥BC，得四边形 PMNC 为平行四边形，得 PC∥MN，且 PC=MN，由(Ⅰ)得 MN⊥平面 ABC，然后求解三角形得 $AN=\sqrt{3}$，进一步求解直角三角形得 PC=MN=1．在平面 ABC 内，过 A 做 AH⊥BC 交 BC 于 H，则 AH⊥平面 PMC，求解直角三角形得 AH，然后利用等积法求得三棱锥 P-MAC 的体积．
答案：(Ⅰ)证明：由∠PCB=90°，得 PC⊥CB，
又∵AB⊥PC，AB∩BC=B，AB，BC?平面 ABC，
∴PC⊥平面 ABC．
又PC⊂平面PAC，
∴平面 PAC⊥平面 ABC；
(Ⅱ)在平面 PCBM 内，过 M 做 MN⊥BC 交 BC 于 N，连结 AN，则 CN=PM=1，



又 PM∥BC，得四边形 PMNC 为平行四边形，
∴PC∥MN，且 PC=MN，
由(Ⅰ)得，PC⊥平面 ABC，
∴MN⊥平面 ABC，
在△ACN 中，$AN^2=AC^2+CN^2-2AC\cdot CN\cos 120°=3$，即 $AN=\sqrt{3}$．
又 AM=2．
∴在 Rt△AMN 中，有 PC=MN=1．
在平面 ABC 内，过 A 做 AH⊥BC 交 BC 于 H，则 AH⊥平面 PMC，
∵AC=CN=1，∠ACB=120°，
∴∠ANC=30°．
∴在 Rt△AHN 中，有 $AH=\frac{1}{2}AN=\frac{\sqrt{3}}{2}$，
而 $S_{\Delta PMC}=\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$，

$\therefore V_{P-MAC}=V_{A-PMC}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{12}$.

20.已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点分别是点 F_1，F_2，其离心率 $e=\frac{1}{2}$，点 P 为椭圆上的一个动点，ΔPF_1F_2 面积的最大值为 $4\sqrt{3}$.

(Ⅰ)求椭圆的方程;

(Ⅱ)若 A，B，C，D 是椭圆上不重合的四个点，AC 与 BD 相交于点 F_1，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0$，求 $\left|\overrightarrow{AC}\right|+\left|\overrightarrow{BD}\right|$ 的取值范围.

解析：(Ⅰ)容易知道当 P 点为椭圆的上下顶点时，ΔPF_1F_2 面积最大，再根据 椭圆的离心率为 $\frac{1}{2}$ 可得到关于 a，c 的方程组 $\begin{cases}\sqrt{a^2-c^2}c=4\sqrt{3}\\ \frac{c}{a}=\frac{1}{2}\end{cases}$，解该方程组即可得到 a，c，b，从而得出椭圆的方程 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$；

(Ⅱ)先容易求出 AC，BD 中有一条直线不存在斜率时 $\left|\overrightarrow{AC}\right|+\left|\overrightarrow{BD}\right|=14$，当直线 AC 存在斜率 k 且不为 0 时，写出直线 AC 的方程 y=k(x+2)，联立椭圆的方程消去 y 得到 $(3+4k^2)x^2+16k^2x+16k^2-48=0$，根据韦达定理及弦长公式即可求得 $\left|\overrightarrow{AC}\right|=\frac{24\left(k^2+1\right)}{3+4k^2}$，把 k 换上 $-\frac{1}{k}$ 即可得到 $\left|\overrightarrow{BD}\right|=\frac{24\left(k^2+1\right)}{4+3k^2}$. 所以用 k 表示出 $\left|\overrightarrow{AC}\right|+\left|\overrightarrow{BD}\right|=\frac{168\left(k^2+1\right)}{(3+4k^2)(4+3k^2)}$，这时候设 $k^2+1=t$，$t>1$，从而得到 $\left|\overrightarrow{AC}\right|+\left|\overrightarrow{BD}\right|=\frac{168}{12+\frac{t-1}{t^2}}$，根据导数求出 $\frac{t-1}{t^2}$ 的范围，从而求出 $\left|\overrightarrow{AC}\right|+\left|\overrightarrow{BD}\right|$ 的取值范围.

答案：(Ⅰ)由题意知，当 P 是椭圆的上下顶点时 ΔPF_1F_2 的面积取最大值;

$\therefore \frac{1}{2}\cdot 2c\cdot b=4\sqrt{3}$；

即 $\sqrt{a^2-c^2}c=4\sqrt{3}$ ①；

由离心率为 $e=\frac{1}{2}$ 得：

$\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$②；

∴联立①②解得 a=4，c=2，$b^2=12$；

∴椭圆的方程为$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$；

(Ⅱ)由(Ⅰ)知F_1(-2，0)；

∵$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0$，∴AC⊥BD；

(1)当直线 AC，BD 中一条直线斜率不存在时，$|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{BD}|=8+6=14$；

(2)当直线 AC 斜率为 k，k≠0 时，其方程为 y=k(x+2)，将该方程带入椭圆方程并整理得：

$(3+4k^2)x^2+16k^2x+16k^2-48=0$；

若设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则：$x_1+x_2=\frac{-16k^2}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{16k^2-48}{3+4k^2}$；

∴$|\overrightarrow{AC}|=1+k^2(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=\frac{24(k^2+1)}{3+4k^2}$；

直线 BD 的方程为$y=-\frac{1}{k}(x+2)$，同理可得$|\overrightarrow{BD}|=\frac{24(k^2+1)}{4+3k^2}$；

∴$|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{BD}|=\frac{168(k^2+1)}{(3+4k^2)(4+3k^2)}$；

令$k^2+1=t$，$t>1$；

∴$|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{BD}|=\frac{168t^2}{(4t-1)(3t+1)}=\frac{168t^2}{12t^2+t-1}=\frac{168}{12+\frac{t-1}{t^2}}$；

设$f(t)=\frac{t-1}{t^2}$，$(t>1)$，$f'(t)=\frac{-t+2}{t^3}$；

∴t∈(1，2)时，f′(t)＞0，t∈(2，+∞)时，f′(t)＜0；

∴t=2 时，f(t)取最大值$\frac{1}{4}$，又 f(t)＞0；

∴$0<\frac{t-1}{t^2}\le\frac{1}{4}$；

∴$|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{BD}|\in[\frac{96}{7},\frac{1}{4})$；

∴综上得$|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{BD}|$的取值范围为$[\frac{96}{7},\frac{1}{4})$．

21.设函数 $f(x)=ax^2lnx+b(x-1)\quad(x>0)$，曲线 y=f(x)过点$(e,\ e^2-e+1)$，且在点(1，0)处的切线方程为 y=0.

(Ⅰ)求 a，b 的值；

(Ⅱ)证明：当 x⩾1 时，$f(x)\geq(x-1)^2$；

(Ⅲ)若当 x⩾1 时，$f(x)\geq m(x-1)^2$恒成立，求实数 m 的取值范围.

解析：(Ⅰ)求出函数的 f′(x)，通过 $f'(1)=a+b=0,\ f(e)=e^2-e+1$，求出 a，b.

(Ⅱ)求出 f(x)的解析式，设 $g(x)=x^2lnx+x-x^2,\quad(x\geq1)$，求出导数，二次求导，判断 g′(x)的单调性，然后证明 $f(x)\geq(x-1)^2$.

(Ⅲ)设 $h(x)=x^2lnx-x-m(x-1)^2+1$，求出 h′(x)，利用(Ⅱ)中知 $x^2lnx\geq(x-1)^2+x-1=x(x-1)$，推出 h′(x)⩾3(x-1)-2m(x-1)，①当 $m\leq\frac{3}{2}$ 时，②当 $m>\frac{3}{2}$ 时，求解 m 的范围.

答案：(Ⅰ)函数 $f(x)=ax^2lnx+b(x-1)\quad(x>0)$，可得 f′(x)=2alnx+ax+b，

∵ $f'(1)=a+b=0,\ f(e)=ae^2+b(e-1)=a(e^2-e+1)=e^2-e+1\therefore a=1,\ b=-1$.

(Ⅱ) $f(x)=x^2lnx-x+1$，

设 $g(x)=x^2lnx+x-x^2,\quad(x\geq1)$，$g'(x)=2xlnx-x+1(g'(x))'=2lnx>0$，∴g′(x)在[0，+∞)上单调递增，∴g′(x)⩾g′(1)=0，∴g(x)在[0，+∞)上单调递增，∴g(x)⩾g(1)=0. ∴ $f(x)\geq(x-1)^2$.

(Ⅲ)设 $h(x)=x^2lnx-x-m(x-1)^2+1$，h′(x)=2xlnx+x-2m(x-1)-1，

(Ⅱ)中知 $x^2lnx\geq(x-1)^2+x-1=x(x-1)$，∴xlnx⩾x-1，∴h′(x)⩾3(x-1)-2m(x-1)，

①当 3-2m⩾0 即 $m\leq\frac{3}{2}$ 时，h′(x)⩾0，∴h(x)在[1，+∞)单调递增，∴h(x)⩾h(1)=0，成立.

②当 3-m＜0 即 $m>\frac{3}{2}$ 时，h′(x)=2xlnx-(1-2m)(x-1)，(h′(x))′=2lnx+3-2m，

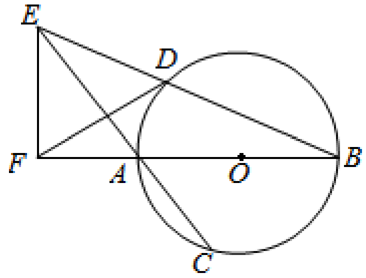
令(h′(x))=0，得 $x_0=e^{\frac{2m-3}{2}}-2>1$，

当 $x\in[1,\ x_0)$ 时，h′(x)＜h′(1)=0，∴h(x)在[1，x0)上单调递减∴h(x)＜h(1)=0，不成立.

综上，$m\le\frac{3}{2}$.

请考生在(22)、(23)、(24)三题中任选一题作答．注意：只能做所选定的题目．如果多做，则按所做第一个题目计分，作答时，请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑．[选修 4-1：几何证明选讲]

22.如图，AB 是⊙O 的直径，弦 CA、BD 的延长线相交于点 E，EF 垂直 BA 的延长线于点 F．求证：

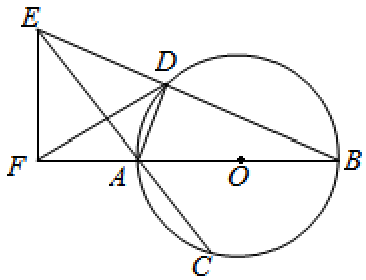


(1)∠DEA=∠DFA；

(2) $AB^2=BE\cdot BD-AE\cdot AC$.

解析：(1)连接 AD，利用 AB 为圆的直径结合 EF 与 AB 的垂直关系，通过证明 A，D，E，F 四点共圆即可证得结论；
(2)由(1)知，$BD\cdot BE=BA\cdot BF$，再利用△ABC∽△AEF 得到比例式，最后利用线段间的关系即求得 $AB^2=BE\cdot BD-AE\cdot AC$.

答案：(1)连接 AD，因为 AB 为圆的直径，



所以∠ADB=90°，
又 EF⊥AB，∠AFE=90°，
则 A，D，E，F 四点共圆
∴∠DEA=∠DFA
(2)由(1)知，$BD\cdot BE=BA\cdot BF$，
又△ABC∽△AEF∴$\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AF}$，即$AB\cdot AF=AE\cdot AC$

∴$BE\cdot BD-AE\cdot AC=BA\cdot BF-AB\cdot AF=AB\cdot(BF-AF)=AB^2$.

23.极坐标系的极点为直角坐标系的原点，极轴为 x 轴的正半轴，两种坐标系中的长度单位

相同，已知曲线 C 的极坐标方程为 ρ=2(cosθ+sinθ).

(1)求 C 的直角坐标方程；

(2)直线 l：$\begin{cases} x=\frac{1}{2}t \\ y=1+\frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$ 与曲线 C 交于 A，B 两点，与 y 轴交于 E，求|EA|+|EB|的值.

解析：(1)将极坐标方程两边同乘ρ，进而根据 $\rho^2=x^2+y^2$，x=ρcosθ，y=ρsinθ，可求出 C 的直角坐标方程；

(2)将直线 l 的参数方程，代入曲线 C 的直角坐标方程，求出对应的 t 值，根据参数 t 的几何意义，求出|EA|+|EB|的值.

答案：(1)∵曲线 C 的极坐标方程为 ρ=2(cosθ+sinθ)

$\therefore \rho^2=2\rho cos\theta+2\rho sin\theta$

$\therefore x^2+y^2=2x+2y$

即 $(x-1)^2+(y-1)^2=2$

(2)将 l 的参数方程代入曲线 C 的直角坐标方程，

得 $t^2-t-1=0$，

所以 $|EA|+|EB|=|t_1|+|t_2|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{5}$.

24.已知函数 f(x)=|2x-a|+|2x+3|，g(x)=|x-1|+2.

(1)解不等式|g(x)|＜5；

(2)若对任意 $x_1\in R$，都有 $x_2\in R$，使得 $f(x_1)=g(x_2)$ 成立，求实数 a 的取值范围.

解析：(1)利用||x-1|+2|＜5，转化为-7＜|x-1|＜3，然后求解不等式即可.

(2)利用条件说明 $\{y\mid y=f(x)\}\subseteq\{y\mid y=g(x)\}$，通过函数的最值，列出不等式求解即可.

答案：(1)由||x-1|+2|＜5，得-5＜|x-1|+2＜5

∴-7＜|x-1|＜3，

得不等式的解为-2＜x＜4

(2)因为任意 $x_1\in R$，都有 $x_2\in R$，使得 $f(x_1)=g(x_2)$ 成立，

所以 $\{y\mid y=f(x)\}\subseteq\{y\mid y=g(x)\}$，

又 f(x)=|2x-a|+|2x+3|≥|(2x-a)-(2x+3)|=|a+3|，

g(x)=|x-1|+2≥2，所以|a+3|≥2，解得 a≥-1 或 a≤-5，

所以实数 a 的取值范围为 a≥-1 或 a≤-5.