2012 年江苏省无锡市中考数学试卷

一．选择题（共 10 小题）

1．（2012 无锡）﹣2 的相反数是（　　）

A．2　　B．﹣2　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{1}{2}$

考点：相反数。

专题：探究型。

分析：根据相反数的定义进行解答即可．

解答：解：由相反数的定义可知，﹣2 的相反数是﹣（﹣2）=2．

故选 A．

点评：本题考查的是相反数的定义，即只有符号不同的两个数叫做互为相反数．

2．（2012 无锡）sin45°的值等于（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．1

考点：特殊角的三角函数值。

分析：根据特殊角度的三角函数值解答即可．

解答：解：sin45°=$\frac{\sqrt{2}}{2}$．

故选 B．

点评：此题比较简单，只要熟记特殊角度的三角函数值即可．

3．（2012 无锡）分解因式 $(x-1)^2-2(x-1)+1$ 的结果是（　　）

A．$(x-1)(x-2)$　　B．x^2　　C．$(x+1)^2$　　D．$(x-2)^2$

考点：因式分解-运用公式法。

分析：首先把 x﹣1 看做一个整体，观察发现符合完全平方公式，直接利用完全平方公式进行分解即可．

解答：解：$(x-1)^2-2(x-1)+1=(x-1-1)^2=(x-2)^2$．

故选：D．

点评：此题主要考查了因式分解﹣运用公式法，关键是熟练掌握完全平方公式：$a^2\pm2ab+b^2=(a\pm b)^2$．

4．（2012 无锡）若双曲线 $y=\frac{k}{x}$与直线 y=2x+1 的一个交点的横坐标为﹣1，则 k 的值为（　　）

A．﹣1　　B．1　　C．﹣2　　D．2

考点：反比例函数与一次函数的交点问题。

专题：计算题。

分析：将 x=1 代入直线 y=2x+1，求出该点纵坐标，从而得到此交点的坐标，将该交点坐标代入 $y=\frac{k}{x}$即可求出 k 的值．

解答：解：将 x=﹣1 代入直线 y=2x+1 得，y=﹣2+1=﹣1，

则交点坐标为（﹣1，﹣1），

将（﹣1，﹣1）代入 $y=\frac{k}{x}$得，

k=﹣1×（﹣1）=1，

故选 B．

点评：本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，知道交点坐标符合两函数解析式是解题的关键．

5．（2012 无锡）下列调查中，须用普查的是（　　）

A．了解某市学生的视力情况　　B．了解某市中学生课外阅读的情况

C．了解某市百岁以上老人的健康情况　　D．了解某市老年人参加晨练的情况

考点：全面调查与抽样调查。

专题：常规题型。

分析：由普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似，对各选项分析判断后利用排除法求解．

解答：解：A．了解某市学生的视力情况，适合采用抽样调查，故本选项错误；

B．了解某市中学生课外阅读的情况，适合采用抽样调查，故本选项错误；

C．了解某市百岁以上老人的健康情况，人数比较少，适合采用普查，故本选项正确；

D．了解某市老年人参加晨练的情况，老年人的标准没有限定，人群范围可能够较大，适合采用抽样调查，故本选项错误．

故选 C．

点评：本题考查了抽样调查和全面调查的区别，选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用，一般来说，对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大时，应选择抽样调查，对于精确度要求高的调查，事关重大的调查往往选用普查．

6．（2012 无锡）若一个多边形的内角和为 1080°，则这个多边形的边数为（　　）

A． 6　　B． 7　　C． 8　　D． 9

考点：多边形内角与外角。

分析：首先设这个多边形的边数为 n，由 n 边形的内角和等于 180°（n﹣2），即可得方程 180（n﹣2）=1080，解此方程即可求得答案．

解答：解：设这个多边形的边数为 n，

根据题意得：180（n﹣2）=1080，

解得：n=8．

故选 C．

点评：此题考查了多边形的内角和公式．此题比较简单，注意熟记公式是准确求解此题的关键，注意方程思想的应用．

7．（2012 无锡）已知圆锥的底面半径为 3cm，母线长为 5cm，则圆锥的侧面积是（　　）

A． $20cm^2$　　B． $20\pi cm^2$　　C． $15cm^2$　　D． $15\pi cm^2$

考点：圆锥的计算。

分析：圆锥的侧面积=底面周长×母线长÷2，把相应数值代入即可求解．

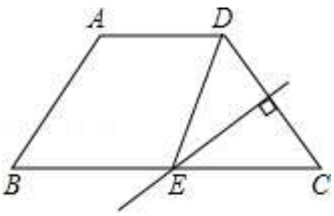
解答：解：圆锥的侧面积=2π×3×5÷2=15π．

故选 D．

点评：本题考查了圆锥的计算，解题的关键是弄清圆锥的侧面积的计算方法，特别是圆锥的底面周长等于圆锥的侧面扇形的弧长．

8．（2012 无锡）如图，梯形 ABCD 中，AD∥BC，AD=3，AB=5，BC=9，CD 的垂直平分线交 BC 于 E，连接 DE，则四边

形 ABED 的周长等于（　　）



A． 17　　B． 18　　C． 19　　D． 20

考点：梯形；线段垂直平分线的性质。

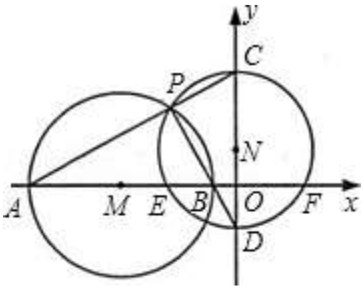
分析：由 CD 的垂直平分线交 BC 于 E，根据线段垂直平分线的性质，即可得 DE=CE，即可得四边形 ABED 的周长为 AB+BC+AD，继而求得答案．

解答：解：∵CD 的垂直平分线交 BC 于 E，

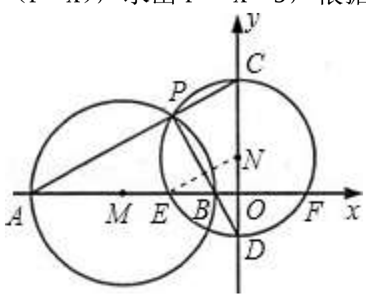
∴DE=CE，

∵AD=3，AB=5，BC=9，

∴四边形 ABED 的周长为：AB+BE+DE+AD=AB+BE+EC+AD=AB+BC+AD=5+9+3=17．
故选 A．
点评：此题考查了线段垂直平分线的性质．此题比较简单，注意掌握数形结合思想与转化思想的应用是解此题的关键．
9．（2012 无锡）已知⊙O 的半径为 2，直线 l 上有一点 P 满足 PO=2，则直线 l 与⊙O 的位置关系是（　　）
A． 相切　　B． 相离　　C． 相离或相切　　D． 相切或相交
考点：直线与圆的位置关系。
分析：根据直线与圆的位置关系来判定．判断直线和圆的位置关系：①直线 l 和⊙O 相交⇔d＜r；②直线 l 和⊙O 相切⇔d=r；③直线 l 和⊙O 相离⇔d＞r．分 OP 垂直于直线 l，OP 不垂直直线 l 两种情况讨论．
解答：解：当 OP 垂直于直线 l 时，即圆心 O 到直线 l 的距离 d=2=r，⊙O 与 l 相切；
当 OP 不垂直于直线 l 时，即圆心 O 到直线 l 的距离 d=2＜r，⊙O 与直线 l 相交．
故直线 l 与⊙O 的位置关系是相切或相交．
故选 D．
点评：本题考查直线与圆的位置关系．解决此类问题可通过比较圆心到直线距离 d 与圆半径大小关系完成判定．
10．（2012 无锡）如图，以 M（﹣5，0）为圆心、4 为半径的圆与 x 轴交于 A．B 两点，P 是⊙M 上异于 A．B 的一动点，直线 PA．PB 分别交 y 轴于 C．D，以 CD 为直径的⊙N 与 x 轴交于 E、F，则 EF 的长（　　）



A． 等于 $4\sqrt{2}$　　B． 等于 $4\sqrt{3}$　　C． 等于 6　　D． 随 P 点
考点：垂径定理；勾股定理；相似三角形的判定与性质。
专题：计算题。
分析：连接 NE，设圆 N 半径为 r，ON=x，则 OD=r﹣x，OC=r+x，证△OBD∽△OCA，推出 OC：OB=OD：OA，即（r+x）：1=9：（r﹣x），求出 $r^2-x^2=9$，根据垂径定理和勾股定理即可求出答案．



解答：解：连接 NE，
设圆 N 半径为 r，ON=x，则 OD=r﹣x，OC=r+x，
∵以 M（﹣5，0）为圆心、4 为半径的圆与 x 轴交于 A．B 两点，
∴OA=4+5=9，0B=5﹣4=1，
∵AB 是⊙M 的直径，
∴∠APB=90°，
∵∠BOD=90°，
∴∠PAB+∠PBA=90°，∠ODB+∠OBD=90°，
∵∠PBA=∠OBD，
∴∠PAB=∠ODB，
∵∠APB=∠BOD=90°，

∴△OBD∽△OCA，

∴$\frac{OC}{OB}=\frac{OD}{OA}$，

即$\frac{r+x}{1}=\frac{9}{r-x}$，

解得：$r^2-x^2=9$，

由垂径定理得：OE=OF，$OE^2=EN^2-ON^2=r^2-x^2=9$，

即 OE=OF=3，

∴EF=2OE=6，

故选 C．

点评：本题考查了勾股定理，垂径定理，相似三角形的性质和判定的应用，解此题的关键是求出 OE=OF 和 $r^2-x^2=9$，主要考查学生运用定理进行推理和计算的能力．

二．填空题（共 8 小题）

11．计算：$\sqrt[3]{-8}=$__ ﹣2 __．

考点：立方根。

专题：计算题。

分析：先变形得$\sqrt[3]{-8}=\sqrt[3]{(-2)^3}$，然后根据立方根的概念即可得到答案．

解答：解：$\sqrt[3]{-8}=\sqrt[3]{(-2)^3}=-2$．

故答案为﹣2．

点评：本题考查了立方根的概念：如果一个数的立方等于 a，那么这个数就叫 a 的立方根，记作$\sqrt[3]{a}$．

12．（2012 无锡）2011 年，我国汽车销量超过了 18500000 辆，这个数据用科学记数法表示为__ 1.85×10^7 __辆．

考点：科学记数法—表示较大的数。

分析：科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数．

解答：解：将 18500000 用科学记数法表示为：1.85×10^7．

故答案为：1.85×10^7．

点评：此题考查了科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

13．（2012 无锡）函数 $y=1+\sqrt{2x-4}$中自变量 x 的取值范围是__ $x\ge2$ __．

考点：函数自变量的取值范围。

专题：常规题型。

分析：根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解．

解答：解：根据题意得，$2x-4\ge0$，

解得 $x\ge2$．

故答案为：$x\ge2$．

点评：考查了函数自变量的取值范围，函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

（1）当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

（2）当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；

（3）当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数．

14．（2012 无锡）方程$\frac{4}{x}-\frac{3}{x-2}=0$的解为<u> x=8 </u>．

考点：解分式方程。

分析：观察可得最简公分母是 x（x﹣2），方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解．

解答：解：方程的两边同乘 x（x﹣2），

得：4（x﹣2）﹣3x=0，

解得：x=8．

检验：把 x=8 代入 x（x﹣2）=48≠0，即 x=8 是原分式方程的解．

故原方程的解为：x=8．

故答案为：x=8．

点评：此题考查了分式方程的解法．此题比较简单，注意掌握转化思想的应用，注意解分式方程一定要验根．

15．（2012 无锡）若抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点是 A（2，1），且经过点 B（1，0），则抛物线的函数关系式为<u> $y=-x^2+4x-3$ </u>．

考点：待定系数法求二次函数解析式。

专题：计算题。

分析：设抛物线的解析式为 $y=a(x-2)^2+1$，将点 B（1，0）代入解析式即可求出 a 的值，从而得到二次函数解析式．

解答：解：设抛物线的解析式为 $y=a(x-2)^2+1$，

将 B（1，0）代入 $y=a(x-2)^2+1$ 得，

$a=-1$，

函数解析式为 $y=-(x-2)^2+1$，

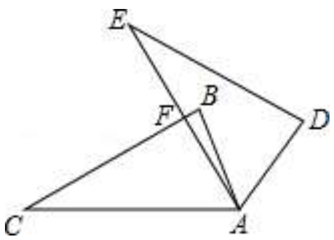
展开得 $y=-x^2+4x-3$．

故答案为 $y=-x^2+4x-3$．

点评：本题考查了待定系数法求函数解析式，知道二次函数的顶点式是解题的关键，要注意，最后结果要化为一般式．

16．（2012 无锡） 如图，△ABC 中，∠C=30°．将△ABC 绕点 A 顺时针旋转 60°得到△ADE，AE 与 BC 交于 F，则

∠AFB=<u> 90 </u>°．



考点：旋转的性质。

分析：根据旋转的性质可知∠CAF=60°；然后在△CAF 中利用三角形内角和定理可以求得∠CFA=90°，即∠AFB=90°．

解答：解：∵△ADE 是由△ABC 绕点 A 顺时针旋转 60°得到的，

∴∠CAF=60°；

又∵∠C=30°（已知），

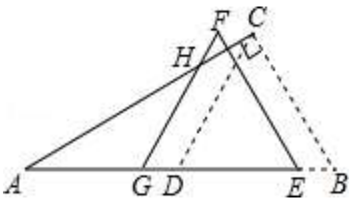
∴在△AFC 中，∠CFA=180°﹣∠C﹣∠CAF=90°，

∴∠AFB=90°．

故答案是：90．

点评：本题考查了旋转的性质．根据已知条件“将△ABC 绕点 A 顺时针旋转 60°得到△ADE”找到旋转角∠CAF=60°是解题的关键．

17．（2012 无锡） 如图，△ ABC 中，∠ACB=90°，AB=8cm，D 是 AB 的中点．现将△ BCD 沿 BA 方向平移 1cm，得到△ EFG，FG 交 AC 于 H，则 GH 的长等于__3__cm.



考点：直角三角形斜边上的中线；等腰三角形的判定与性质；平移的性质。

分析：利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半知 AD=BD=CD=$\frac{1}{2}$AB=4cm；然后由平移的性质推知 GH∥CD；最后根据平行线截线段成比例列出比例式，即可求得 GH 的长度．

解答：解：∵△ABC 中，∠ACB=90°，AB=8cm，D 是 AB 的中点，

∴AD=BD=CD=$\frac{1}{2}$AB=4cm；

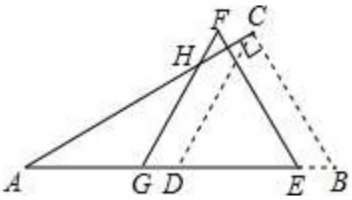
又∵△EFG 由△ BCD 沿 BA 方向平移 1cm 得到的，

∴GH∥CD，GD=1cm，

∴$\frac{GH}{DC}=\frac{AG}{AD}$，即$\frac{GH}{4cm}=\frac{4cm-1cm}{4cm}$，

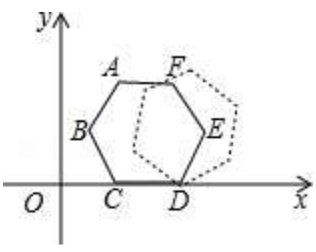
解得，GH=3cm；

故答案是：3.



点评：本题考查了直角三角形斜边上的中线、平移的性质．运用"直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半"求得相关线段的长度是解答此题的关键．

18．（2012 无锡）如图的平面直角坐标系中有一个正六边形 ABCDEF，其中 C．D 的坐标分别为（1，0）和（2，0）．若在无滑动的情况下，将这个六边形沿着 x 轴向右滚动，则在滚动过程中，这个六边形的顶点 A．B．C．D．E、F 中，会过点（45，2）的是点__B__.



考点：正多边形和圆；坐标与图形性质；旋转的性质。

专题：规律型。

分析：先连接 A′D，过点 F′，E′作 F′G⊥A′D，E′H⊥A′D，由正六边形的性质得出 A′的坐标，再根据每 6 个单位长度正好等于正六边形滚动一周即可得出结论．

解答：解：如图所示：

当滚动一个单位长度时 E、F、A 的对应点分别是 E′、F′、A′，连接 A′D，点 F′，E′作 F′G⊥A′D，E′H⊥A′D，

∵六边形 ABCD 是正六边形，

∴∠A′F′G=30°，

∴A′G=$\frac{1}{2}$A′F′=$\frac{1}{2}$，同理可得 HD=$\frac{1}{2}$，

∴A′D=2，

∵D（2，0）

∴A′（2，2），OD=2，

∵正六边形滚动 6 个单位长度时正好滚动一周，

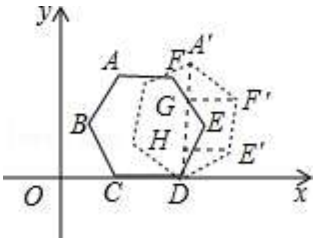
∴从点（2，2）开始到点（45，2）正好滚动 43 个单位长度，

∵$\frac{43}{6}$=7…1，

∴恰好滚动 7 周多一个，

∴会过点（45，2）的是点 B.

故答案为：B.



点评：本题考查的是正多边形和圆及图形旋转的性质，根据题意作出辅助线，利用正六边形的性质求出 A′点的坐标是解答此题的关键.

三．解答题（共 10 小题）

19．（2012 无锡）计算：

（1）$(-2)^2-\sqrt{\frac{9}{4}}+(-3)^0$

（2）3（x^2+2）﹣3（x+1）（x﹣1）

考点：整式的混合运算；实数的运算；零指数幂。

专题：计算题。

分析：（1）先根据有理数的乘方、算术平方根及 0 指数幂计算出各数，再根据实数的运算法则进行计算即可；

（2）先算乘法，再合并同类项即可.

解答：解：（1）原式=4﹣$\frac{3}{2}$+1

=$\frac{7}{2}$；

（2）原式=3x^2+6﹣3（x^2﹣1）

=3x^2+6﹣3x^2+3

=9.

点评：本题考查的是实数的运算及整式的混合运算，解答此题的关键是熟知在有乘方、乘除的混合运算中，要按照先乘方后乘除的顺序运算，其运算顺序和有理数的混合运算顺序相似.

20．（2012 无锡）（1）解方程：x^2﹣4x+2=0

（2）解不等式组：$\begin{cases}2x-2\leqslant x\\ x+2>-\frac{1}{2}x-1\end{cases}$.

考点：解一元二次方程-公式法；解一元一次不等式组。

分析：（1）首先找出方程中得 a、b、c，再根据公式法求出 b^2﹣4ac 的值，计算 x=$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，即可得到答案；

（2）先求出其中各不等式的解集，再根据解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到，求出这些解集的公共部分．

解答：解：（1）$\Delta=4^2-4\times1\times2=8$，

$\therefore x=\frac{4\pm\sqrt{8}}{2}$，

$\therefore x_1=2+\sqrt{2}$，$x_2=2-\sqrt{2}$；

（2）$\begin{cases}2x-2\leqslant x\text{①}\\x+2>-\frac{1}{2}x-1\text{ ②}\end{cases}$，

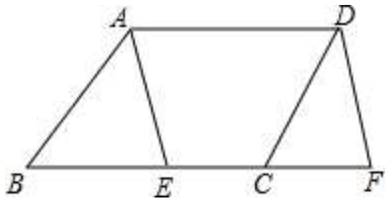
由①得 $x\leq2$，

由②得 $x>-2$，

∴原不等式组的解集是 $-2<x\leq2$．

点评：此题主要考查了解一元二次方程，以及解一元一次不等式组，关键是熟练掌握计算公式与计算方法．

21．（2012 无锡）如图，在▱ABCD 中，点 E 在边 BC 上，点 F 在 BC 的延长线上，且 BE=CF．求证：∠BAE=∠CDF．



考点：平行四边形的性质；全等三角形的判定与性质。

专题：证明题。

分析：首先根据平行四边形的性质可得 AB=DC，AB∥DC，再根据平行线的性质可得∠B=∠DCF，即可证明△ABE≌△DCF，再根据全等三角形性质可得到结论．

解答：证明：∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴AB=DC，AB∥DC，

∴∠B=∠DCF，

在△ABE 和△DCF 中，$\begin{cases}AB=DC\\\angle B=\angle DCF\\BE=CF\end{cases}$，

∴△ABE≌△DCF（SAS），

∴∠BAE=∠CDF．

点评：此题主要考查了平行四边形的性质，全等三角形的判定与性质，关键是找到证明△ABE≌△DCF 的条件．

22．（2012 无锡）在 1，2，3，4，5 这五个数中，先任意选出一个数 a，然后在余下的数中任意取出一个数 b，组成一个点（a，b），求组成的点

（a，b）恰好横坐标为偶数且纵坐标为奇数的概率．（请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程）

考点：列表法与树状图法。

分析：首先根据题意列出表格，然后根据表格求得所有等可能的情况与组成的点（a，b）恰好横坐标为偶数且纵坐标为奇数的情况，然后利用概率公式求解即可求得答案．

解答：解：列表得：

	1	2	3	4	5
1	-	（1，2）	（1，3）	（1，4）	（1，5）
2	（2，1）	-	（2，3）	（2，4）	（2，5）
3	（3，1）	（3，2）	-	（3，4）	（3，5）
4	（4，1）	（4，2）	（4，3）	-	（4，5）
5	（5，1）	（5，2）	（5，3）	（5，4）	-

∴组成的点横坐标为偶数、纵坐标为奇数的概率为$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$．...8 分

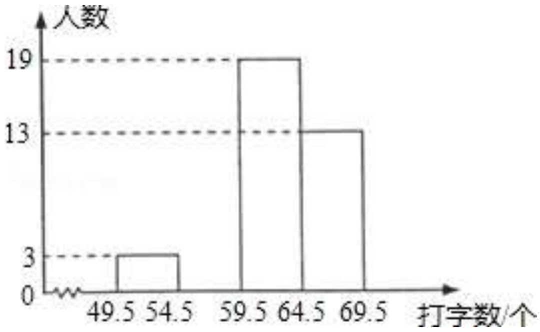
点评：此题考查的是用列表法或树状图法求概率．列表法或树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件；解题时要注意此题是放回实验还是不放回实验．

23．（2012 无锡）初三（1）班共有 40 名同学，在一次 30 秒打字速度测试中他们的成绩统计如表：

打字数/个	50	51	59	62	64	66	69
人数	1	2		8	11		5

（1）将表中空缺的数据填写完整，并补全频数分布直方图；

（2）这个班同学这次打字成绩的众数是__64__个，平均数是__63__个．



考点：频数（率）分布直方图；统计表；加权平均数；众数。

分析：（1）根据学生总数可得到打字个数在 54.5～59.5 之间的人数是 5 人，再根据每个小组内的总人数计算出打字 59 个的人数和打字 66 个的人数；

（2）根据众数的定义：一组数据中出现次数最多的数据叫做众数可以直接看出答案；根据平均数公式进行计算即可．

解答：解：（1）∵初三（1）班共有 40 名同学，

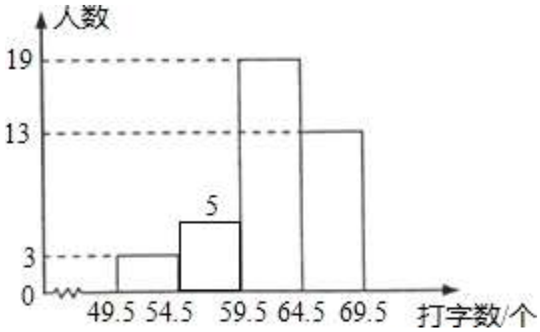
∴打字个数在 54.5～59.5 之间的人数有：40﹣3﹣19﹣13=5，频数分布直方图如图所示：

根据频数分布直方图可得：打字 59 个的人数有 5 人，打字 66 个的有：13﹣5=8（人），

填表如下：

打字数/个	50	51	59	62	64	66	69
人数	1	2	5	8	11	8	5

平均数：（50×1+51×2+59×5+62×8+64×11+66×8+69×5）÷40=63．

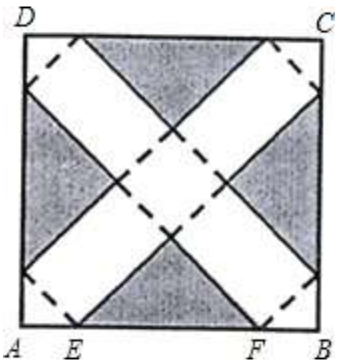


点评：此题主要考查了看统计图，统计表，众数以及加权平均数，关键是能从图中得到正确信息，中位数的求法：给定 n 个数据，按从小到大排序，如果 n 为奇数，位于中间的那个数就是中位数；如果 n 为偶数，位于中间两个数的平均数就是中位数．任何一组数据，都一定存在中位数的，但中位数不一定是这组数据量的数．给定一组数据，出现次数最多的那个数，称为这组数据的众数．

24．（2012 无锡）如图，在边长为 24cm 的正方形纸片 ABCD 上，剪去图中阴影部分的四个全等的等腰直角三角形，再沿图中的虚线折起，折成一个长方体形状的包装盒（A．B．C．D 四个顶点正好重合于上底面上一点）．已知 E、F 在 AB 边上，是被剪去的一个等腰直角三角形斜边的两个端点，设 AE=BF=x（cm）．

（1）若折成的包装盒恰好是个正方体，试求这个包装盒的体积 V；

（2）某广告商要求包装盒的表面（不含下底面）面积 S 最大，试问 x 应取何值？



考点：二次函数的应用。

分析：（1）根据已知得出这个正方体的底面边长 $a=\sqrt{2}x$，$EF=\sqrt{2}a=2x$，再利用 AB=24cm，求出 x 即可得出这个包装盒的体积 V；

（2）利用已知表示出包装盒的表面，进而利用函数最值求出即可．

解答：解：（1）根据题意，知这个正方体的底面边长 $a=\sqrt{2}x$，$EF=\sqrt{2}a=2x$，

∴$x+2x+x=24$，

解得：$x=6$，

则 $a=6\sqrt{2}$，

$V=a^3=(6\sqrt{2})^3=432\sqrt{2}$（$cm^3$）；

（2）设包装盒的底面边长为 acm，高为 hcm，则 $a=\sqrt{2}x$，$h=\dfrac{24-2x}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}(12-x)$，

∴$S=4ah+a^2=4\sqrt{2}x\cdot\sqrt{2}(12-x)+(\sqrt{2}x)^2=-6x^2+96x=-6(x-8)^2+384$，

∵$0<x<12$，

∴当 $x=8$ 时，S 取得最大值 $384cm^2$．

点评：此题主要考查了二次函数的应用以及二次函数最值求法，根据已知得出正方体的边长 $x+2x+x=24$ 是解题关键．

25．（2012 无锡）某开发商进行商铺促销，广告上写着如下条款：

投资者购买商铺后，必须由开发商代为租赁 5 年，5 年期满后由开发商以比原商铺标价高 20%的价格进行回购，投资者可在以下两种购铺方案中做出选择：

方案一：投资者按商铺标价一次性付清铺款，每年可以获得的租金为商铺标价的 10%.

方案二：投资者按商铺标价的八五折一次性付清铺款，2 年后每年可以获得的租金为商铺标价的 10%，但要缴纳租金的 10%作为管理费用.

（1）请问：投资者选择哪种购铺方案，5 年后所获得的投资收益率更高？为什么？（注：投资收益率$=\dfrac{投资收益}{实际投资额}\times100\%$）

（2）对同一标价的商铺，甲选择了购铺方案一，乙选择了购铺方案二，那么 5 年后两人获得的收益将相差 5 万元．问：甲、乙两人各投资了多少万元？

考点：一元一次方程的应用；列代数式。

分析：（1）利用方案的叙述，可以得到投资的收益，即可得到收益率，即可进行比较；

（2）利用（1）的表示，根据二者的差是 5 万元，即可列方程求解．

解答：解：（1）设商铺标价为 x 万元，则

按方案一购买，则可获投资收益$（120\%-1）\bullet x+x\bullet 10\%\times5=0.7x$

投资收益率为$\dfrac{0.7x}{x}\times100\%=70\%$

按方案二购买，则可获投资收益$（120\%-0.85）\bullet x+x\bullet 10\%\times（1-10\%）\times3=0.62x$

投资收益率为$\dfrac{0.62x}{0.85x}\times100\%\approx72.9\%$

∴投资者选择方案二所获得的投资收益率更高．

（2）由题意得 $0.7x-0.62x=5$

解得 x=62.5 万元

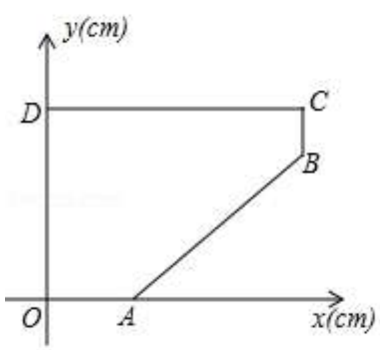
∴甲投资了 62.5 万元，乙投资了 53.125 万元．

点评：本题考查了列方程解应用题，正确表示出两种方案的收益率是解题的关键．

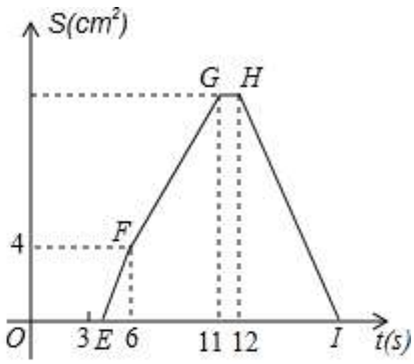
26．（2012 无锡）如图 1，A．D 分别在 x 轴和 y 轴上，CD∥x 轴，BC∥y 轴．点 P 从 D 点出发，以 1cm/s 的速度，沿五边形 OABCD 的边匀速运动一周．记顺次连接 P、O、D 三点所围成图形的面积为 Scm^2，点 P 运动的时间为 ts．已知 S 与 t 之间的函数关系如图 2 中折线段 OEFGHI 所示．

（1）求 A．B 两点的坐标；

（2）若直线 PD 将五边形 OABCD 分成面积相等的两部分，求直线 PD 的函数关系式．



(图1)



(图2)

考点：动点问题的函数图象；一次函数综合题。

分析：（1）先连接 AD，设点 A 的坐标为（a，0），由图 2 得出 DO=6﹣AO 和 $S_{\triangle AOD}=4$，即可得出$\dfrac{1}{2}DO\bullet AO=4$，从而得出 a 的值，再根据图 2 得出 A 的坐标，

再延长 CB 交 x 轴于 M，根据 D 点的坐标得出 AB=5cm，CB=1cm，即可求出 AM=$\sqrt{AB^2-MB^2}$=4，从而得出点 B 的坐标.

（2）先设点 P（x，y），连 PC．PO，得出 $S_{四边形DPBC}$的面积，再进行整理，即可得出 x 与 y 的关系，再由 A，B 点的坐标，求出直线 AB 的函数关系式，从而求出 x、y 的值，即可得出 P 点的坐标，再设直线 PD 的函数关系式为 y=kx+4，求出 K 的值，即可得出直线 PD 的函数关系式.

解答：解：（1）连接 AD，设点 A 的坐标为（a，0），

由图 2 知，DO+OA=6cm，

DO=6﹣AO，

由图 2 知 $S_{\triangle AOD}$=4，

∴$\frac{1}{2}$DO•AO=4，

∴a^2﹣6a+8=0，

解得 a=2 或 a=4，

由图 2 知，DO＞3，

∴AO＜3，

∴a=2，

∴A 的坐标为（2，0），

D 点坐标为（0，4），

在图 1 中，延长 CB 交 x 轴于 M，

由图 2，知 AB=5cm，CB=1cm，

∴MB=3，

∴AM=$\sqrt{AB^2-MB^2}$=4.

∴OM=6，

∴B 点坐标为（6，3）；

（2）显然点 P 一定在 AB 上．设点 P（x，y），连 PC．PO，则

$S_{四边形DPBC}=S_{\triangle DPC}+S_{\triangle PBC}=\frac{1}{2}S_{五边形OABCD}=\frac{1}{2}$（$S_{矩形OMCD}-S_{\triangle ABM}$）=9，

∴$\frac{1}{2}\times6\times(4-y)+\frac{1}{2}\times1\times(6-x)=9$，

即 x+6y=12，

同理，由 $S_{四边形DPAO}$=9 可得 2x+y=9，

由 A（2，0），B（6，3）求得直线 AB 的函数关系式为 $y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}$，

由$\begin{cases}x+6y=12\\2x+y=9\end{cases}$[或$\begin{cases}x+6y=12\\y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}\end{cases}$或$\begin{cases}2x+y=9\\y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}\end{cases}$]

解得 $x=\frac{42}{11}$，$y=\frac{15}{11}$.

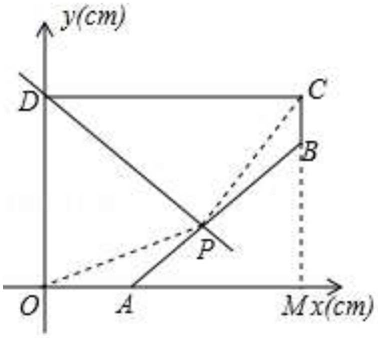
∴P（$\frac{42}{11}$，$\frac{15}{11}$），

设直线 PD 的函数关系式为 y=kx+4，

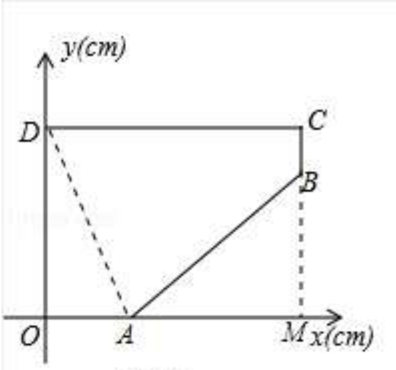
则$\frac{15}{11}=\frac{42}{11}$k+4，

∴$k=-\frac{29}{42}$,

∴直线 PD 的函数关系式为 $y=-\frac{29}{42}x+4$.



(图1)



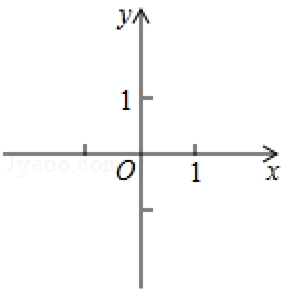
(图1)

点评：此题考查了动点问题的函数图象，解题的关键是根据题意设出函数关系式，是难点，也是中考的重点，需熟练掌握.

27.（2012 无锡）对于平面直角坐标系中的任意两点 P_1（x_1，y_1），P_2（x_2，y_2），我们把$|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$叫做 P_1、P_2 两点间的直角距离，记作 d（P_1，P_2）.

（1）已知 O 为坐标原点，动点 P（x，y）满足 d（O，P）=1，请写出 x 与 y 之间满足的关系式，并在所给的直角坐标系中画出所有符合条件的点 P 所组成的图形；

（2）设 P_0（x_0，y_0）是一定点，Q（x，y）是直线 y=ax+b 上的动点，我们把 d（P_0，Q）的最小值叫做 P_0 到直线 y=ax+b 的直角距离．试求点 M（2，1）到直线 y=x+2 的直角距离．



考点：一次函数综合题。

分析：（1）根据新的运算规则知$|x|+|y|=1$，据此可以画出符合题意的图形；

（2）根据新的运算规则知 d（M，Q）$=|x-2|+|y-1|=|x-2|+|x+2-1|=|x-2|+|x+1|$，然后由绝对值与数轴的关系可知，$|x-2|+|x+1|$表示数轴上实数 x 所对应的点到数 2 和 ﹣1 所对应的点的距离之和，其最小值为 3.

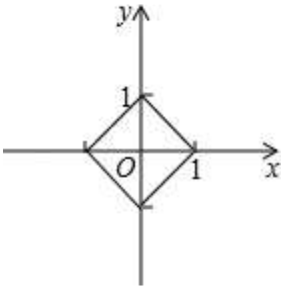
解答：解：（1）由题意，得$|x|+|y|=1$…2 分

所有符合条件的点 P 组成的图形如图所示…4 分

（2）∵d（M，Q）$=|x-2|+|y-1|=|x-2|+|x+2-1|=|x-2|+|x+1|$…6 分

又∵x 可取一切实数，|x﹣2|+|x+1|表示数轴上实数 x 所对应的点到数 2 和﹣1 所对应的点的距离之和，其最小值为 3．

∴点 M（2，1）到直线 y=x+2 的直角距离为 3…8 分

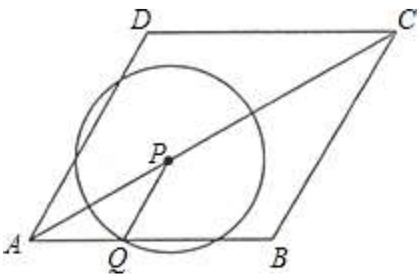


点评：本题考查了一次函数综合题．正确理解新定义运算法则是解题的关键．

28．（2012 无锡）如图，菱形 ABCD 的边长为 2cm，∠DAB=60°．点 P 从 A 点出发，以$\sqrt{3}$cm/s 的速度，沿 AC 向 C 作匀速运动；与此同时，点 Q 也从 A 点出发，以 1cm/s 的速度，沿射线 AB 作匀速运动．当 P 运动到 C 点时，P、Q 都停止运动．设点 P 运动的时间为 ts．

（1）当 P 异于 A．C 时，请说明 PQ∥BC；

（2）以 P 为圆心、PQ 长为半径作圆，请问：在整个运动过程中，t 为怎样的值时，⊙P 与边 BC 分别有 1 个公共点和 2 个公共点？



考点：直线与圆的位置关系；等边三角形的判定与性质；菱形的性质；切线的性质；相似三角形的判定与性质。

专题：几何综合题。

分析：（1）连接 BD 交 AC 于 O，构建直角三角形 AOB．利用菱形的对角线互相垂直、对角线平分对角、邻边相等的性质推知△PAQ∽△CAB；然后根据"相似三角形的对应角相等"证得∠APQ=∠ACB；最后根据平行线的判定定理"同位角相等，两直线平行"可以证得结论；

（2）如图 2，⊙P 与 BC 切于点 M，连接 PM，构建 Rt△CPM，在 Rt△CPM 利用特殊角的三角函数值求得 PM=$\frac{1}{2}$PC=$\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$t，然后根据 PM=PQ=AQ=t 列出关于 t 的方程，通过解方程即可求得 t 的值；

如图 3，⊙P 过点 B，此时 PQ=PB，根据等边三角形的判定可以推知△PQB 为等边三角形，然后由等边三角形的性质以及（2）中求得 t 的值来确定此时 t 的取值范围；

如图 4，⊙P 过点 C，此时 PC=PQ，据此等量关系列出关于 t 的方程，通过解方程求得 t 的值．

解答：解：（1）∵四边形 ABCD 是菱形，且菱形 ABCD 的边长为 2cm，

∴AB=BC=2，∠BAC=$\frac{1}{2}$∠DAB，

又∵∠DAB=60°（已知），

∴∠BAC=∠BCA=30°；

如图 1，连接 BD 交 AC 于 O．

∵四边形 ABCD 是菱形，

∴AC⊥BD，OA=$\frac{1}{2}$AC，

∴OB=$\frac{1}{2}$AB=1（30°角所对的直角边是斜边的一半），

∴OA=$\sqrt{3}$，AC=2OA=2$\sqrt{3}$，

运动 ts 后，AP=$\sqrt{3}$t，AQ=t，

∴$\frac{AP}{AQ}=\frac{AC}{AB}=\sqrt{3}$

又∵∠PAQ=∠CAB，

∴△PAQ∽△CAB，

∴∠APQ=∠ACB（相似三角形的对应角相等），

∴PQ∥BC（同位角相等，两直线平行）...5 分

（2）如图 2，⊙P 与 BC 切于点 M，连接 PM，则 PM⊥BC．

在 Rt△ CPM 中，∵∠PCM=30°，∴PM=$\frac{1}{2}$PC=$\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}t$

由 PM=PQ=AQ=t，即$\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}t=t$

解得 t=4$\sqrt{3}$﹣6，此时⊙P 与边 BC 有一个公共点；

如图 3，⊙P 过点 B，此时 PQ=PB，

∵∠PQB=∠PAQ+∠APQ=60°

∴△PQB 为等边三角形，∴QB=PQ=AQ=t，∴t=1

∴ 当$4\sqrt{3}-6<t\leqslant 1$时，⊙P 与边 BC 有 2 个公共点．

如图 4，⊙P 过点 C，此时 PC=PQ，即 2$\sqrt{3}-\sqrt{3}$t=t，∴t=3﹣$\sqrt{3}$．

∴当 1≤t≤3﹣$\sqrt{3}$时，⊙P 与边 BC 有一个公共点，

当点 P 运动到点 C，即 t=2 时，⊙P 过点 B，此时，⊙P 与边 BC 有一个公共点，

∴当 t=4$\sqrt{3}$﹣6 或 1＜t≤3﹣$\sqrt{3}$或 t=2 时，⊙P 与菱形 ABCD 的边 BC 有 1 个公共点；

当 4$\sqrt{3}$﹣6＜t≤1 时，⊙P 与边 BC 有 2 个公共点．

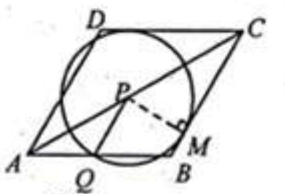


图2

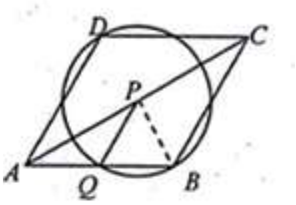


图3

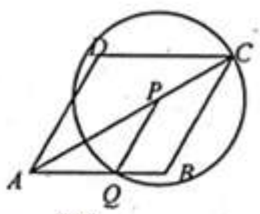


图4

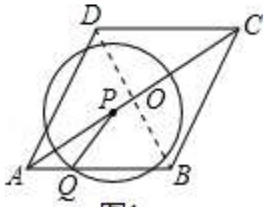


图1

点评：本题综合考查了菱形的性质、直线与圆的位置关系以及相似三角形的判定等性质．解答（2）题时，根据⊙P 的运动过程来确定 t 的值，以防漏解．