2016年贵州省黔东南州中考真题数学

一、选择题(每个小题4分，10个小题共40分)

1.-2的相反数是(　　)

A.2

B.-2

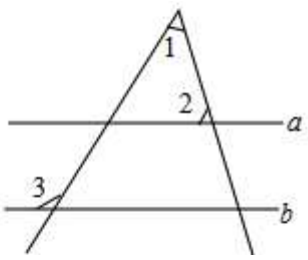
C.$\frac{1}{2}$

D.$-\frac{1}{2}$

解析：根据相反数的定义，-2的相反数是2.

答案：A

2.如图，直线a∥b，若∠1=40°，∠2=55°，则∠3等于(　　)



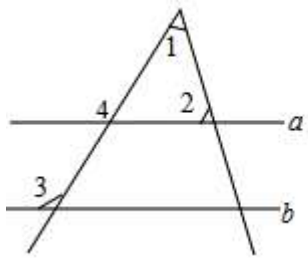
A.85°

B.95°

C.105°

D.115°

解析：∵直线a∥b，∴∠4=∠3，



∵∠1+∠2=∠4，∴∠3=∠1+∠2=95°.

答案：B

3.已知一元二次方程$x^2-2x-1=0$的两根分别为m、n，则m+n的值为(　　)

A.-2

B.-1

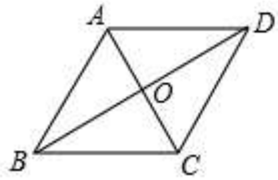
C.1

D.2

解析：∵方程 $x^2-2x-1=0$ 的两根分别为 m、n，∴$m+n=-\frac{b}{a}=2$.

答案：D.

4.如图，在菱形 ABCD 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，若 AB=2，∠ABC=60°，则 BD 的长为(　　)



A.2
B.3
C.$\sqrt{3}$

D.$2\sqrt{3}$

解析：∵四边形 ABCD 菱形，∴AC⊥BD，BD=2BO，
∵∠ABC=60°，∴△ABC 是正三角形，

∴∠BAO=60°，∴$BO=\sin 60°\cdot AB=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，∴$BD=2\sqrt{3}$.

答案：D.

5.小明在某商店购买商品 A、B 共两次，这两次购买商品 A、B 的数量和费用如表：

	购买商品A的数量（个）	购买商品B的数量（个）	购买总费用（元）
第一次购物	4	3	93
第二次购物	6	6	162

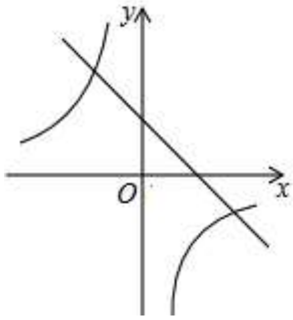
若小丽需要购买 3 个商品 A 和 2 个商品 B，则她要花费(　　)
A.64 元
B.65 元
C.66 元
D.67 元
解析：设商品 A 的标价为 x 元，商品 B 的标价为 y 元，

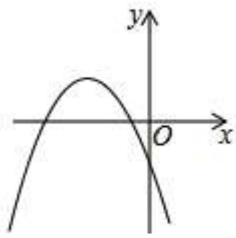
根据题意，得$\begin{cases}4x+3y=93,\\6x+6y=162,\end{cases}$解得：$\begin{cases}x=12,\\y=15.\end{cases}$

商品 A 的标价为 12 元，商品 B 的标价为 15 元；
所以 3×12+2×15=66 元.

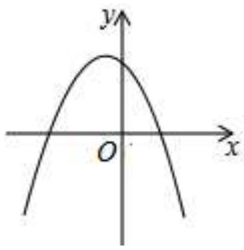
答案：C

6.已知一次函数 $y_1=ax+c$ 和反比例函数 $y_2=\dfrac{b}{x}$ 的图象如图所示，则二次函数 $y_3=ax^2+bx+c$ 的大致图象是(　　)

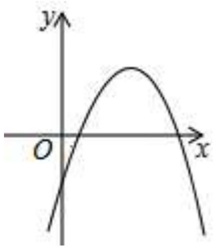




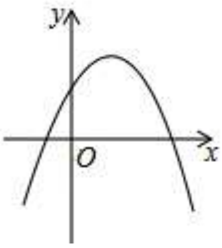
A.



B.



C.



D.

解析：∵一次函数 $y_1=ax+c$ 图象过第一、二、四象限，∴a＜0，c＞0，

∴二次函数 $y_3=ax^2+bx+c$ 开口向下，与 y 轴交点在 x 轴上方；

∵反比例函数 $y_2=\dfrac{b}{x}$ 的图象在第二、四象限，

∴b＜0，∴$-\dfrac{b}{2a}$＜0，∴二次函数 $y_3=ax^2+bx+c$ 对称轴在 y 轴左侧.
满足上述条件的函数图象只有 B 选项.
答案：B.

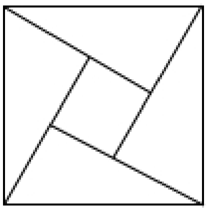
7.不等式组$\begin{cases}x>a,\\x<3\end{cases}$的整数解有三个，则 a 的取值范围是(　　)

A.-1≤a＜0
B.-1＜a≤0
C.-1≤a≤0
D.-1＜a＜0

解析：不等式组$\begin{cases}x>a,\\x<3\end{cases}$的解集为 a＜x＜3，

由不等式组的整数解有三个，即 x=0，1，2，得到-1≤a＜0.
答案：A

8.2002 年 8 月在北京召开的国际数学家大会会徽取材于我国古代数学家赵爽的弦图，它是由四个全等的直角三角形和中间的小正方形拼成的大正方形，如图所示，如果大正方形的面积是 13，小正方形的面积为 1，直角三角形的较短直角边长为 a，较长直角边长为 b，那么 $(a+b)^2$ 的值为(　　)



A.13
B.19
C.25
D.169

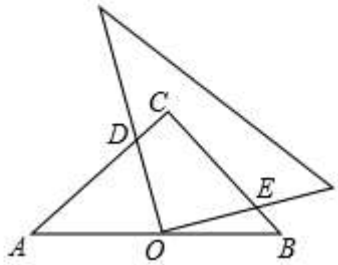
解析：根据题意得：$c^2=a^2+b^2=13$，$4\times\dfrac{1}{2}ab=13-1=12$，即 2ab=12，

则 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=13+12=25$.
答案：C

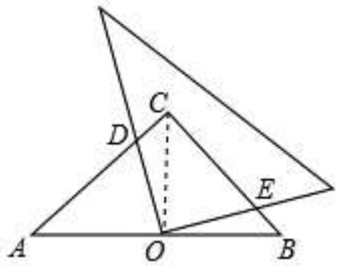
9.将一个棱长为 1 的正方体水平放于桌面(始终保持正方体的一个面落在桌面上)，则该正方体正视图面积的最大值为(　　)
A.2
B.$\sqrt{2}+1$
C.$\sqrt{2}$
D.1
解析：正方体正视图为正方形或矩形.

∵正方体的棱长为 1，∴边长为 1.∴每个面的对角线的长为=$\sqrt{2}$.
∴正方体的正视图(矩形)的长的最大值为$\sqrt{2}$.
∵始终保持正方体的一个面落在桌面上，
∴正视图(矩形)的宽为 1.∴最大值面积=1×$\sqrt{2}$=$\sqrt{2}$.
答案：C.

10.如图，在等腰直角△ABC 中，∠C=90°，点 O 是 AB 的中点，且 AB=$\sqrt{6}$，将一块直角三角板的直角顶点放在点 O 处，始终保持该直角三角板的两直角边分别与 AC、BC 相交，交点分别为 D、E，则 CD+CE=(　　)



A.2
B.3
C.2
D.6
解析：连接 OC，



∵等腰直角△ABC 中，AB=$\sqrt{6}$，∴∠B=45°，

∴cos∠B=$\dfrac{BC}{AB}$，∴BC=$\sqrt{6}$×cos45°=$\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}$，

∵点 O 是 AB 的中点，∴OC=$\dfrac{1}{2}$AB=OB，OC⊥AB，∴∠COB=90°，

∵∠DOC+∠COE=90°，∠COE+∠EOB=90°，∴∠DOC=∠EOB，

同理得∠ACO=∠B，∴△ODC≌△OEB，∴DC=BE，∴CD+CE=BE+CE=BC=$\sqrt{3}$.

答案 B.

二、填空题(每个小题 4 分，6 个小题共 24 分)

11.tan60°=________________.

解析：tan60°的值为$\sqrt{3}$.

答案：$\sqrt{3}$.

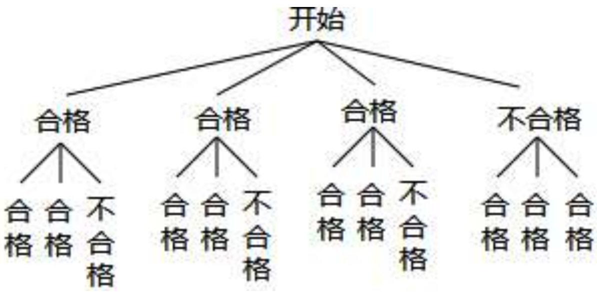
12.分解因式：$x^3-x^2-20x=$______________.

解析：原式$=x(x^2-x-20)=x(x+4)(x-5)$.

答案：$x(x+4)(x-5)$

13.在一个不透明的箱子中装有4件同型号的产品，其中合格品3件、不合格品1件，现在从这4件产品中随机抽取2件检测，则抽到的都是合格品的概率是_____________.

解析：画树状图得：

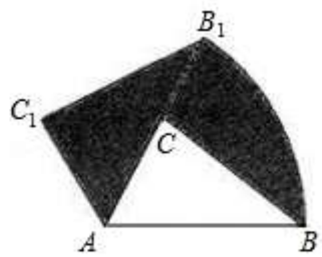


∵共有12种等可能的结果，抽到的都是合格品的有6种情况，

∴抽到的都是合格品的概率是：$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

答案：$\frac{1}{2}$.

14.如图，在△ACB中，∠BAC=50°，AC=2，AB=3，现将△ACB绕点A逆时针旋转50°得到$\triangle AC_1B_1$，则阴影部分的面积为____________.



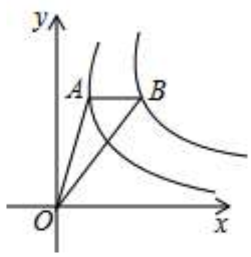
解析：∵$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AB_1C_1}$，

∴$S_{阴影}=S_{扇形ABB_1}=\frac{50}{360}\pi AB^2=\frac{5}{4}\pi$.

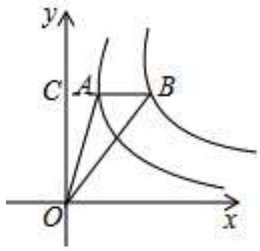
答案：$\frac{5}{4}\pi$

15.如图，点A是反比例函数$y_1=\frac{1}{x}$（x＞0）图象上一点，过点A作x轴的平行线，交反比例

函数 $y_2=\frac{k}{x}$ (x＞0)的图象于点 B,连接 OA、OB,若△OAB 的面积为 2,则 k 的值为____________.



解析：延长 BA，与 y 轴交于点 C，



∵AB∥x 轴，∴BC⊥y 轴，

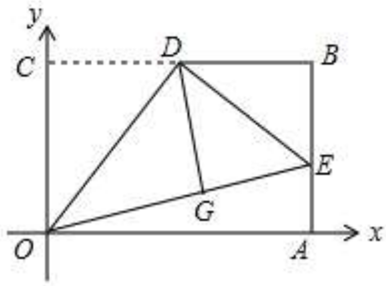
∵A 是反比例函数 $y_1=\frac{1}{x}$ (x＞0)图象上一点，B 为反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}$ (x＞0)的图象上的点，

∴$S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}$，$S_{\triangle BOC}=\frac{k}{2}$，

∵$S_{\triangle AOB}=2$，即 $\frac{k}{2}-\frac{1}{2}=2$，解得：k=5.

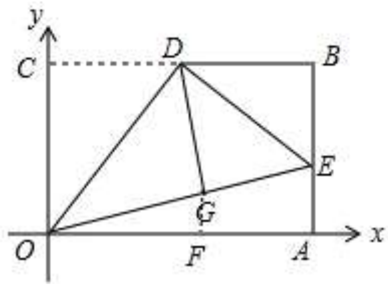
答案：5

16.如图，在平面直角坐标系 xOy 中，矩形 OABC 的边 OA、OC 分别在 x 轴和 y 轴上，OC=3，OA=$2\sqrt{6}$，D 是 BC 的中点，将△OCD 沿直线 OD 折叠后得到△OGD，延长 OG 交 AB 于点 E，连接 DE，则点 G 的坐标为____________.



解析:过点 G 作 GF⊥OA 于点 F,根据全等直角三角形的判定定理(HL)证出 Rt△DGE≌Rt△DBE，从而得出 BE=GE，根据勾股定理可列出关于 AE 长度的方程，解方程可得出 AE 的长度，再根据平行线的性质即可得出比例关系 $\frac{OF}{OA}=\frac{GF}{EA}=\frac{OG}{OE}$，代入数据即可求出点 G 的坐标.

答案：过点 G 作 GF⊥OA 于点 F，如图所示.



∵点 D 为 BC 的中点，∴DC=DB=DG，

∵四边形 OABC 是矩形，∴AB=OC，OA=BC，∠C=∠OGD=∠ABC=90°．

在 Rt△DGE 和 Rt△DBE 中，$\begin{cases} DB=DG, \\ DE=DE, \end{cases}$

∴Rt△DGE≌Rt△DBE(HL)，∴BE=GE.

设 AE=a，则 BE=3-a，DE=$\sqrt{OA^2+AE^2}=\sqrt{24+a^2}$，OG=OC=3，

∴OE=OG++GE，即$\sqrt{24+a^2}$=3+3-a，解得：a=1，∴AE=1，OE=5.

∵GF⊥OA，EA⊥OA，∴GF∥EA，∴$\frac{OF}{OA}=\frac{GF}{EA}=\frac{OG}{OE}$，

∴OF=$\frac{OG\cdot OA}{OE}=\frac{3\times2\sqrt{6}}{5}=\frac{6\sqrt{6}}{5}$，GF=$\frac{OG\cdot EA}{OE}=\frac{3\times1}{5}=\frac{3}{5}$，∴点 G 的坐标为($\frac{6\sqrt{6}}{5}$，$\frac{3}{5}$).

答案：($\frac{6\sqrt{6}}{5}$，$\frac{3}{5}$).

三、解答题(8 个小题，共 86 分)

17.计算：$(\frac{1}{2})^{-2}+(\pi-3.14)^0-|\sqrt{3}-2|-2\cos30°$．

解析：本题涉及零指数幂、负整数指数幂、特殊角的三角函数值、二次根式化简四个考点.在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则计算.

答案：原式=$4+1-\left(2-\sqrt{3}\right)-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5-2+\sqrt{3}-\sqrt{3}$=3.

18.先化简：$\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}\div\frac{x+1}{x}\cdot\left(x-\frac{1}{x}\right)$，然后 x 在-1，0，1，2 四个数中选一个你认为合适的数代入求值.

解析：利用分解因式、完全平方公式以及通分法化简原分式，再分析给定的数据中使原分式有意义的 x 的值，将其代入化简后的算式中即可得出结论.

答案：原式=$\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2}\cdot\frac{x}{x+1}\cdot\frac{x^2-1}{x}$

$=\frac{x}{x-1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x}$

=x+1.

∵在-1，0，1，2 四个数中，使原式有意义的值只有 2，

∴当 x=2 时，原式=2+1=3.

19.解方程：$\frac{x+1}{x-1}+\frac{4}{1-x^2}$=1.

解析：观察可得最简公分母是(x-1)(x+1)，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解.

答案：方程的两边同乘(x-1)(x+1)，得$(x+1)^2$-4=(x-1)(x+1)，解得 x=1.

检验：把 x=1 代入(x-1)(x+1)=0.所以原方程的无解.

20.黔东南州某中学为了解本校学生平均每天的课外学习实践情况，随机抽取部分学生进行问卷调查，并将调查结果分为 A，B，C，D 四个等级，设学生时间为 t(小时)，A：t＜1，B：1≤t＜1.5，C：1.5≤t＜2，D：t≥2，根据调查结果绘制了如图所示的两幅不完整的统计图.请你根据图中信息解答下列问题：

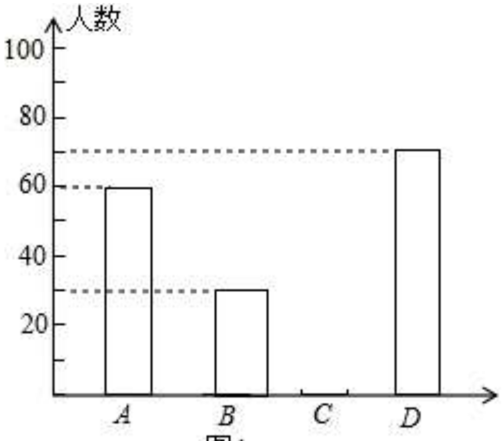


图1

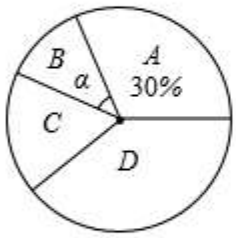


图2

(1)本次抽样调查共抽取了多少名学生？并将条形统计图补充完整；

(2)本次抽样调查中，学习时间的中位数落在哪个等级内？

(3)表示 B 等级的扇形圆心角 α 的度数是多少？

(4)在此次问卷调查中，甲班有 2 人平均每天课外学习时间超过 2 小时，乙班有 3 人平均每天课外学习时间超过 2 小时，若从这 5 人中任选 2 人去参加座谈，试用列表或化树状图的方法求选出的 2 人来自不同班级的概率.

解析：(1)根据 B 类的人数和所占的百分比即可求出总数；求出 C 的人数从而补全统计图；

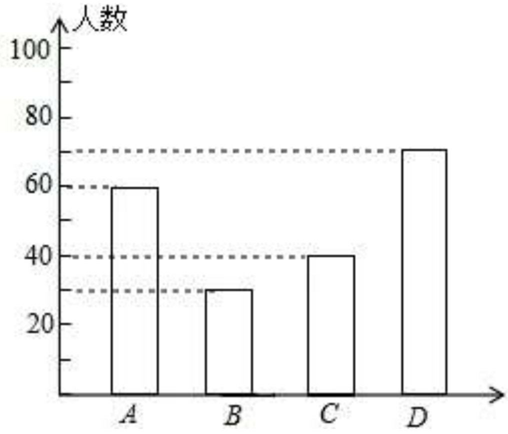
(2)根据中位数定义：将一组数据按照从小到大(或从大到小)的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数可得答案；

(3)用 B 的人数除以总人数再乘以 360°，即可得到圆心角 α 的度数；

(4)先设甲班学生为 A_1，A_2，乙班学生为 B_1，B_2，B_3根据题意画出树形图，再根据概率公式列式计算即可.

答案：(1)共调查的中学生数是：80÷40%=200(人)，

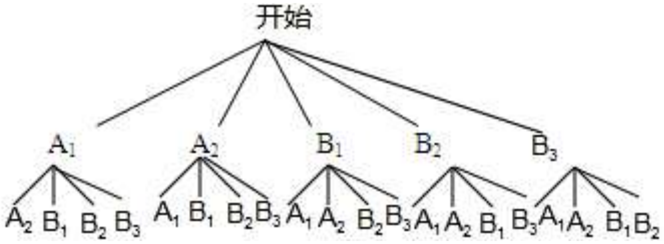
C 类的人数是：200-60-80-20=40(人)，如图：



(2)本次抽样调查中，学习时间的中位数落在 C 等级内；

(3)根据题意得：$\alpha=\frac{30}{200}\times360°=54°$，

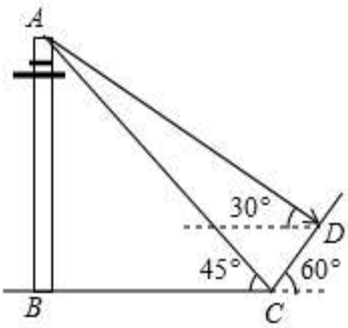
(4)设甲班学生为 A_1，A_2，乙班学生为 B_1，B_2，B_3，



一共有 20 种等可能结果，其中 2 人来自不同班级共有 12 种，∴P(2 人来自不同班级)=$\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$.

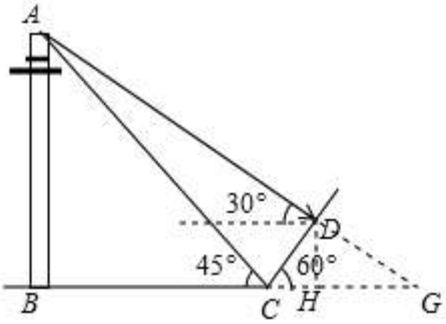
21.黔东南州某校吴老师组织九(1)班同学开展数学活动，带领同学们测量学校附近一电线杆的高.已知电线杆直立于地面上，某天在太阳光的照射下，电线杆的影子(折线 BCD)恰好落在水平地面和斜坡上，在 D 处测得电线杆顶端 A 的仰角为 30°，在 C 处测得电线杆顶端 A 得仰角为 45°，斜坡与地面成 60°角，CD=4m，请你根据这些数据求电线杆的高(AB).

(结果精确到 1m，参考数据：$\sqrt{2}\approx1.4$，$\sqrt{3}\approx1.7$)



解析：延长 AD 交 BC 的延长线于 G，作 DH⊥BG 于 H，由三角函数求出求出 CH、DH 的长，得出 CG，设 AB=xm，根据正切的定义求出 BG，得出方程，解方程即可.

答案：延长 AD 交 BC 的延长线于 G，作 DH⊥BG 于 H，如图所示：



在 Rt△DHC 中，∠DCH=60°，CD=4，

则 CH=CD•cos∠DCH=4×cos60°=2，DH=CD•sin∠DCH=4×sin60°=$2\sqrt{3}$，

∵DH⊥BG，∠G=30°，∴HG=$\dfrac{DH}{\tan\angle G}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\tan 30^\circ}$=6，∴CG=CH+HG=2+6=8，

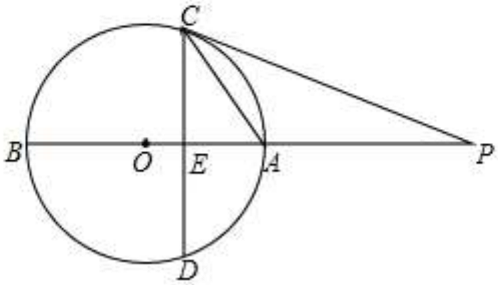
设 AB=xm，∵AB⊥BG，∠G=30°，∠BCA=45°，

∴BC=x，BG=$\dfrac{AB}{\tan\angle G}=\dfrac{x}{\tan 30^\circ}=\sqrt{3}x$，

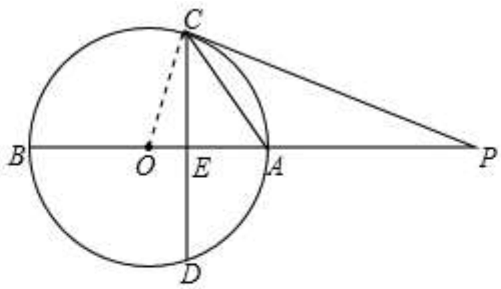
∵BG-BC=CG，∴$\sqrt{3}$x-x=8，解得：x≈11(m).

答：电线杆的高为 11m.

22.如图，AB 是⊙O 的直径，点 P 在 BA 的延长线上，弦 CD⊥AB，垂足为 E，且 PC^2=PE•PO.



(1)求证：PC 是⊙O 的切线.
(2)若 OE：EA=1：2，PA=6，求⊙O 的半径.
解析：(1)连结 OC，如图，由 PC^2=PE•PO 和公共角可判断△PCE∽△POC，则∠PEC=∠PCO=90°，然后根据切线的判定定理可判断 PC 是⊙O 的切线；
(2)设 OE=x，则 EA=2x，OA=OC=3x，证明△OCE∽△OPC，利用相似比可表示出 OP，则可列方程 3x+6=9x，然后解出 x 即可得到⊙O 的半径.
答案：(1)连结 OC，如图，



∵CD⊥AB，∴∠PEC=90°，

∵PC^2=PE·PO，∴PC：PO=PE：PC，而∠CPE=∠OPC，

∴△PCE∽△POC，∴∠PEC=∠PCO=90°，∴OC⊥PC，∴PC是⊙O的切线.

(2)设OE=x，则EA=2x，OA=OC=3x，

∵∠COE=∠POC，∠OEC=∠OCP，∴△OCE∽△OPC，

∴OC：OP=OE：OC，即3x：OP=x：3x，解得OP=9x，

∴3x+6=9x，解得x=1，∴OC=3，即⊙O的半径为3.

23.凯里市某文具店某种型号的计算器每只进价12元，售价20元，多买优惠，优势方法是：凡是一次买10只以上的，每多买一只，所买的全部计算器每只就降价0.1元，例如：某人买18只计算器，于是每只降价0.1×(18-10)=0.8(元)，因此所买的18只计算器都按每只19.2元的价格购买，但是每只计算器的最低售价为16元.

(1)求一次至少购买多少只计算器，才能以最低价购买？

(2)求写出该文具店一次销售x(x＞10)只时，所获利润y(元)与x(只)之间的函数关系式，并写出自变量x的取值范围；

(3)一天，甲顾客购买了46只，乙顾客购买了50只，店主发现卖46只赚的钱反而比卖50只赚的钱多，请你说明发生这一现象的原因；当10＜x≤50时，为了获得最大利润，店家一次应卖多少只？这时的售价是多少？

解析：(1)设一次购买x只，由于凡是一次买10只以上的，每多买一只，所买的全部计算器每只就降低0.10元，而最低价为每只16元，因此得到20-0.1(x-10)=16，解方程即可求解；

(2)由于根据(1)得到x≤50，又一次销售x(x＞10)只，因此得到自变量x的取值范围，然后根据已知条件可以得到y与x的函数关系式；

(3)首先把函数变为$y=-0.1x^2+9x=-0.1(x-45)^2+202.5$，然后可以得到函数的增减性，再结合已知条件即可解决问题.

答案：(1)设一次购买x只，则20-0.1(x-10)=16，解得：x=50.

答：一次至少买50只，才能以最低价购买；

(2)当10＜x≤50时，$y=[20-0.1(x-10)-12]x=-0.1x^2+9x$，

当x＞50时，y=(16-12)x=4x；

综上所述：$y=\begin{cases}-0.1x^2+9x(10<x\le 50),\\ 4x(x>50).\end{cases}$

(3)$y=-0.1x^2+9x=-0.1(x-45)^2+202.5$，

①当10＜x≤45时，y随x的增大而增大，即当卖的只数越多时，利润更大.

②当45＜x≤50时，y随x的增大而减小，即当卖的只数越多时，利润变小.

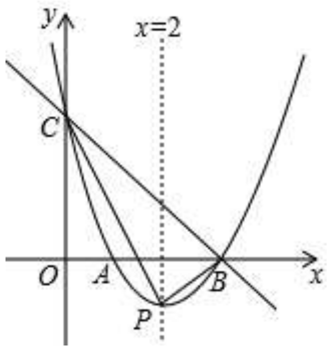
且当x=46时，$y_1=202.4$，

当x=50时，$y_2=200$. $y_1>y_2$.

即出现了卖46只赚的钱比卖50只赚的钱多的现象.

当x=45时，最低售价为20-0.1(45-10)=16.5(元)，此时利润最大.

24.如图，直线y=-x+3与x轴、y轴分别相交于点B、C，经过B、C两点的抛物线$y=ax^2+bx+c$与x轴的另一个交点为A，顶点为P，且对称轴为直线x=2.



(1)求该抛物线的解析式；
(2)连接PB、PC，求△PBC的面积；
(3)连接AC，在x轴上是否存在一点Q，使得以点P，B，Q为顶点的三角形与△ABC相似？若存在，求出点Q的坐标；若不存在，请说明理由.

解析：(1)根据二次函数的对称性，已知对称轴的解析式以及B点的坐标，即可求出A的坐标，利用抛物线过A、B、C三点，可用待定系数法来求函数的解析式

(2)首先利用各点坐标得出得出△PBC是直角三角形，进而得出答案；

(3)本题要先根据抛物线的解析式求出顶点P的坐标，然后求出BP的长，进而分情况进行讨论：

①当$\frac{BQ}{BC}=\frac{PB}{AB}$，∠PBQ=∠ABC=45°时，根据A、B的坐标可求出AB的长，根据B、C的坐标可求出BC的长，已经求出了PB的长度，那么可根据比例关系式得出BQ的长，即可得出Q的坐标.

②当$\frac{QB}{AB}=\frac{PB}{CB}$，∠QBP=∠ABC=45°时，可参照①的方法求出Q的坐标.

③当Q在B点右侧，即可得出∠PBQ≠∠BAC，因此此种情况是不成立的，综上所述即可得出符合条件的Q的坐标.

答案：(1)∵直线y=-x+3与x轴相交于点B，
∴当y=0时，x=3，
∴点B的坐标为(3，0)，
∵y=-x+3过点C，易知C(0，3)，
∴c=3.
又∵抛物线过x轴上的A，B两点，且对称轴为x=2，
根据抛物线的对称性，∴点A的坐标为(1，0).
又∵抛物线$y=ax^2+bx+c$过点A(1，0)，B(3，0)，

∴$\begin{cases}a+b+3=0,\\9a+3b+3=0,\end{cases}$解得：$\begin{cases}a=1,\\b=-4.\end{cases}$

∴该抛物线的解析式为：$y=x^2-4x+3$；

(2)如图1，∵$y=x^2-4x+3=(x-2)2-1$，
又∵B(3，0)，C(0，3)，

∴PC=$\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$，PB=$\sqrt{(3-2)^2+1^2}=\sqrt{2}$，

∴BC=$\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$，

又∵$PB^2+BC^2=2+18=20$，PC2=20，∴$PB^2+BC^2=PC^2$，
∴△PBC是直角三角形，∠PBC=90°，
∴$S_{\triangle PBC}=\frac{1}{2}PB\cdot BC=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=3$.
(3)如图2，由$y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$，得P(2，-1)，
设抛物线的对称轴交x轴于点M，
∵在Rt△PBM中，PM=MB=1，∴∠PBM=45°，PB=$\sqrt{2}$.
由点B(3，0)，C(0，3)易得OB=OC=3，在等腰直角三角形OBC中，∠ABC=45°，
由勾股定理，得BC=$3\sqrt{2}$.
假设在x轴上存在点Q，使得以点P，B，Q为顶点的三角形与△ABC相似.
①当$\frac{BQ}{BC}=\frac{PB}{AB}$，∠PBQ=∠ABC=45°时，△PBQ∽△ABC.
即$\frac{BQ}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，解得：BQ=3，又∵BO=3，∴点Q与点O重合，∴Q_1的坐标是(0，0).

②当$\frac{QB}{AB}=\frac{PB}{CB}$，∠QBP=∠ABC=45°时，△QBP∽△ABC.即$\frac{QB}{2}=\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$，解得：QB=$\frac{2}{3}$.
∵OB=3，∴OQ=OB-QB=3-$\frac{2}{3}$，∴Q_2的坐标是($\frac{7}{3}$，0).
③当Q在B点右侧，则∠PBQ=180°-45°=135°，∠BAC＜135°，
故∠PBQ≠∠BAC.则点Q不可能在B点右侧的x轴上，
综上所述，在x轴上存在两点Q_1(0，0)，Q_2($\frac{7}{3}$，0)，
能使得以点P，B，Q为顶点的三角形与△ABC相似.