

2016年贵州省黔东南州中考真题数学

一、选择题(每小题4分,10个小题共40分)

1. -2的相反数是()

A. 2

B. -2

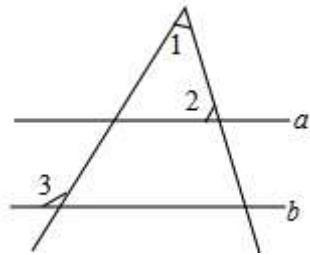
C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

解析: 根据相反数的定义, -2的相反数是2.

答案: A

2. 如图, 直线 $a \parallel b$, 若 $\angle 1 = 40^\circ$, $\angle 2 = 55^\circ$, 则 $\angle 3$ 等于()



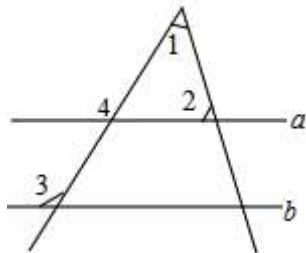
A. 85°

B. 95°

C. 105°

D. 115°

解析: \because 直线 $a \parallel b$, $\therefore \angle 4 = \angle 3$,



$\because \angle 1 + \angle 2 = \angle 4$, $\therefore \angle 3 = \angle 1 + \angle 2 = 95^\circ$.

答案: B

3. 已知一元二次方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两根分别为 m 、 n , 则 $m+n$ 的值为()

A. -2

B. -1

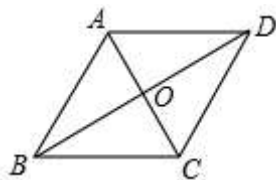
C. 1

D. 2

解析：∵方程 $x^2-2x-1=0$ 的两根分别为 m 、 n ，∴ $m+n=-\frac{b}{a}=2$.

答案：D.

4. 如图，在菱形 ABCD 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，若 $AB=2$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，则 BD 的长为 ()



A. 2

B. 3

C. $\sqrt{3}$

D. $2\sqrt{3}$

解析：∵四边形 ABCD 菱形，∴ $AC \perp BD$ ， $BD=2BO$ ，

∵ $\angle ABC=60^\circ$ ，∴ $\triangle ABC$ 是正三角形，

∴ $\angle BAO=60^\circ$ ，∴ $BO=\sin 60^\circ \cdot AB=2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ ，∴ $BD=2\sqrt{3}$.

答案：D.

5. 小明在某商店购买商品 A、B 共两次，这两次购买商品 A、B 的数量和费用如表：

	购买商品A的数量 (个)	购买商品B的数量 (个)	购买总费用(元)
第一次购物	4	3	93
第二次购物	6	6	162

若小丽需要购买 3 个商品 A 和 2 个商品 B，则她要花费()

A. 64 元

B. 65 元

C. 66 元

D. 67 元

解析：设商品 A 的标价为 x 元，商品 B 的标价为 y 元，

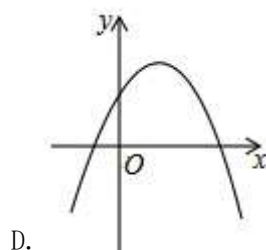
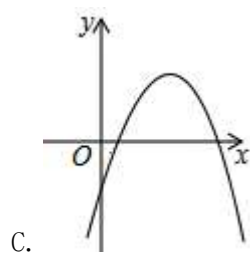
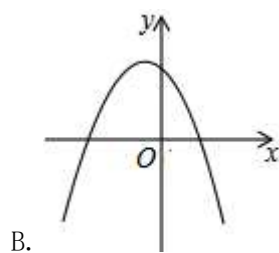
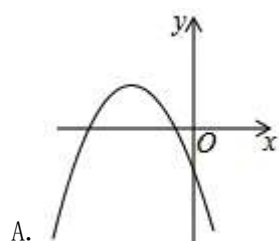
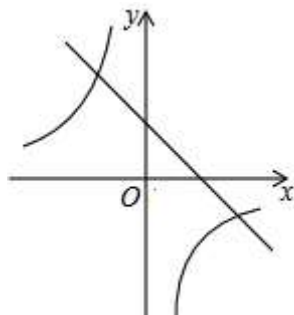
根据题意，得
$$\begin{cases} 4x+3y=93, \\ 6x+6y=162, \end{cases} \text{解得: } \begin{cases} x=12, \\ y=15. \end{cases}$$

商品 A 的标价为 12 元，商品 B 的标价为 15 元；

所以 $3 \times 12 + 2 \times 15 = 66$ 元.

答案：C

6. 已知一次函数 $y_1=ax+c$ 和反比例函数 $y_2=\frac{b}{x}$ 的图象如图所示，则二次函数 $y_3=ax^2+bx+c$ 的大致图象是()



解析：∵一次函数 $y_1=ax+c$ 图象过第一、二、四象限，∴ $a<0$ ， $c>0$ ，

∴二次函数 $y_3=ax^2+bx+c$ 开口向下，与 y 轴交点在 x 轴上方；

∵反比例函数 $y_2=\frac{b}{x}$ 的图象在第二、四象限，

$\therefore b < 0$, $\therefore -\frac{b}{2a} < 0$, \therefore 二次函数 $y_3 = ax^2 + bx + c$ 对称轴在 y 轴左侧.

满足上述条件的函数图象只有 B 选项.

答案: B.

7. 不等式组 $\begin{cases} x > a, \\ x < 3 \end{cases}$ 的整数解有三个, 则 a 的取值范围是()

A. $-1 \leq a < 0$

B. $-1 < a \leq 0$

C. $-1 \leq a \leq 0$

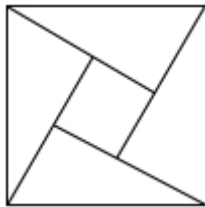
D. $-1 < a < 0$

解析: 不等式组 $\begin{cases} x > a, \\ x < 3 \end{cases}$ 的解集为 $a < x < 3$,

由不等式组的整数解有三个, 即 $x=0, 1, 2$, 得到 $-1 \leq a < 0$.

答案: A

8. 2002 年 8 月在北京召开的国际数学家大会会徽取材于我国古代数学家赵爽的弦图, 它是由四个全等的直角三角形和中间的小正方形拼成的大正方形, 如图所示, 如果大正方形的面积是 13, 小正方形的面积为 1, 直角三角形的较短直角边长为 a , 较长直角边长为 b , 那么 $(a+b)^2$ 的值为()



A. 13

B. 19

C. 25

D. 169

解析: 根据题意得: $c^2 = a^2 + b^2 = 13$, $4 \times \frac{1}{2} ab = 13 - 1 = 12$, 即 $2ab = 12$,

则 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = 13 + 12 = 25$.

答案: C

9. 将一个棱长为 1 的正方体水平放于桌面(始终保持正方体的一个面落在桌面上), 则该正方体正视图面积的最大值为()

A. 2

B. $\sqrt{2} + 1$

C. $\sqrt{2}$

D. 1

解析: 正方体正视图为正方形或矩形.

∵ 正方体的棱长为 1, ∴ 边长为 1. ∴ 每个面的对角线的长为 $=\sqrt{2}$.

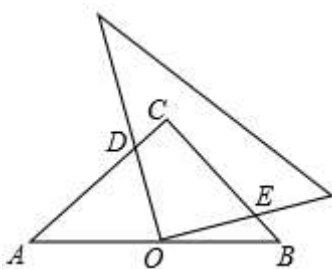
∴ 正方体的正视图(矩形)的长的最大值为 $\sqrt{2}$.

∴ 始终保持正方体的一个面落在桌面上,

∴ 正视图(矩形)的宽为 1. ∴ 最大值面积 $=1 \times \sqrt{2} = \sqrt{2}$.

答案: C.

10. 如图, 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 O 是 AB 的中点, 且 $AB=\sqrt{6}$, 将一块直角三角板的直角顶点放在点 O 处, 始终保持该直角三角板的两直角边分别与 AC 、 BC 相交, 交点分别为 D 、 E , 则 $CD+CE=(\quad)$



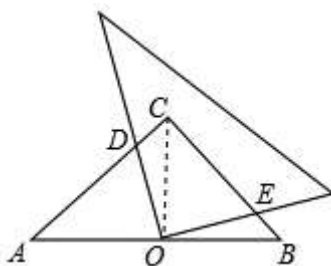
A. 2

B. 3

C. 2

D. 6

解析: 连接 OC ,



∵ 等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $AB=\sqrt{6}$, ∴ $\angle B=45^\circ$,

$$\therefore \cos \angle B = \frac{BC}{AB}, \therefore BC = \sqrt{6} \times \cos 45^\circ = \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3},$$

∵ 点 O 是 AB 的中点, ∴ $OC = \frac{1}{2} AB = OB$, $OC \perp AB$, ∴ $\angle COB = 90^\circ$,

∵ $\angle DOC + \angle COE = 90^\circ$, $\angle COE + \angle EOB = 90^\circ$, ∴ $\angle DOC = \angle EOB$,

同理得 $\angle ACO = \angle B$, ∴ $\triangle ODC \cong \triangle OEB$, ∴ $DC = BE$, ∴ $CD + CE = BE + CE = BC = \sqrt{3}$.

答案 B.

二、填空题(每个小题 4 分, 6 个小题共 24 分)

11. $\tan 60^\circ =$ _____.

解析: $\tan 60^\circ$ 的值为 $\sqrt{3}$.

答案: $\sqrt{3}$.

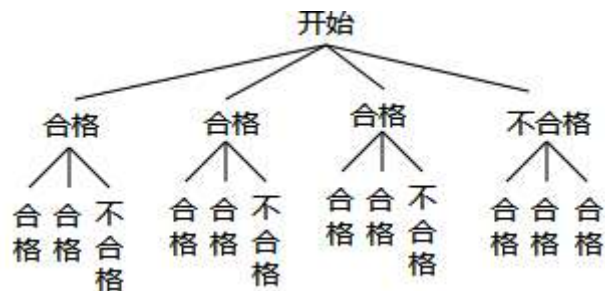
12. 分解因式: $x^3 - x^2 - 20x =$ _____.

解析: 原式 $= x(x^2 - x - 20) = x(x+4)(x-5)$.

答案: $x(x+4)(x-5)$

13. 在一个不透明的箱子中装有 4 件同型号的产品, 其中合格品 3 件、不合格品 1 件, 现在从这 4 件产品中随机抽取 2 件检测, 则抽到的都是合格品的概率是 _____.

解析: 画树状图得:

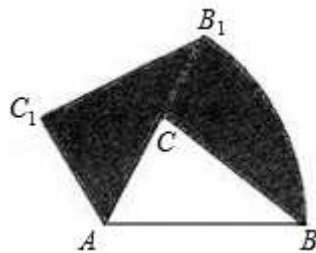


\therefore 共有 12 种等可能的结果, 抽到的都是合格品的有 6 种情况,

\therefore 抽到的都是合格品的概率是: $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

答案: $\frac{1}{2}$.

14. 如图, 在 $\triangle ACB$ 中, $\angle BAC = 50^\circ$, $AC = 2$, $AB = 3$, 现将 $\triangle ACB$ 绕点 A 逆时针旋转 50° 得到 $\triangle AC_1B_1$, 则阴影部分的面积为 _____.



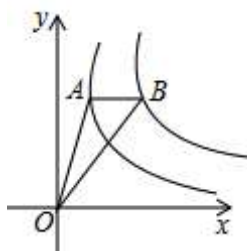
解析: $\because S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AC_1B_1}$,

$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}ABB_1} = \frac{50}{360} \pi AB^2 = \frac{5}{4} \pi$.

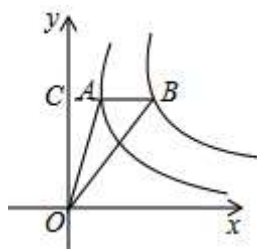
答案: $\frac{5}{4} \pi$

15. 如图, 点 A 是反比例函数 $y_1 = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 图象上一点, 过点 A 作 x 轴的平行线, 交反比例

函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象于点 B, 连接 OA、OB, 若 $\triangle OAB$ 的面积为 2, 则 k 的值为_____.



解析: 延长 BA, 与 y 轴交于点 C,



$\because AB \parallel x$ 轴, $\therefore BC \perp y$ 轴,

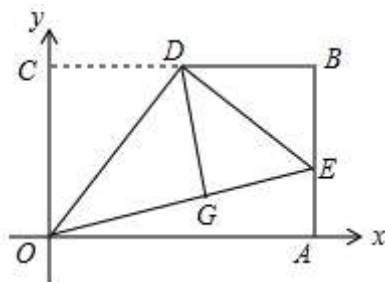
$\because A$ 是反比例函数 $y_1 = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 图象上一点, B 为反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上的点,

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}, S_{\triangle BOC} = \frac{k}{2},$$

$$\because S_{\triangle AOB} = 2, \text{ 即 } \frac{k}{2} - \frac{1}{2} = 2, \text{ 解得: } k = 5.$$

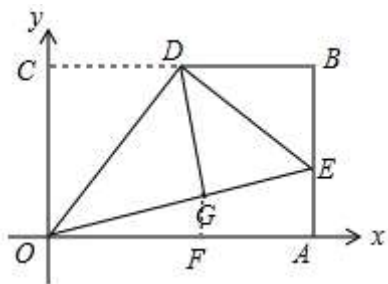
答案: 5

16. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $OABC$ 的边 OA 、 OC 分别在 x 轴和 y 轴上, $OC = 3$, $OA = 2\sqrt{6}$, D 是 BC 的中点, 将 $\triangle OCD$ 沿直线 OD 折叠后得到 $\triangle OGD$, 延长 OG 交 AB 于点 E , 连接 DE , 则点 G 的坐标为_____.



解析: 过点 G 作 $GF \perp OA$ 于点 F , 根据全等直角三角形的判定定理 (HL) 证出 $Rt\triangle DGE \cong Rt\triangle DBE$, 从而得出 $BE = GE$, 根据勾股定理可列出关于 AE 长度的方程, 解方程可得出 AE 的长度, 再根据平行线的性质即可得出比例关系 $\frac{OF}{OA} = \frac{GF}{EA} = \frac{OG}{OE}$, 代入数据即可求出点 G 的坐标.

答案: 过点 G 作 $GF \perp OA$ 于点 F , 如图所示.



∵点D为BC的中点, ∴DC=DB=DG,
 ∵四边形OABC是矩形, ∴AB=OC, OA=BC, ∠C=∠OGD=∠ABC=90°.

在Rt△DGE和Rt△DBE中, $\begin{cases} DB = DG, \\ DE = DE, \end{cases}$

∴Rt△DGE≌Rt△DBE(HL), ∴BE=GE.

设AE=a, 则BE=3-a, $DE = \sqrt{OA^2 + AE^2} = \sqrt{24 + a^2}$, OG=OC=3,

∴OE=OG+GE, 即 $\sqrt{24 + a^2} = 3 + 3 - a$, 解得: a=1, ∴AE=1, OE=5.

∵GF⊥OA, EA⊥OA, ∴GF∥EA, ∴ $\frac{OF}{OA} = \frac{GF}{EA} = \frac{OG}{OE}$,

∴ $OF = \frac{OG \cdot OA}{OE} = \frac{3 \times 2\sqrt{6}}{5} = \frac{6\sqrt{6}}{5}$, $GF = \frac{OG \cdot EA}{OE} = \frac{3 \times 1}{5} = \frac{3}{5}$, ∴点G的坐标为 $(\frac{6\sqrt{6}}{5}, \frac{3}{5})$.

答案: $(\frac{6\sqrt{6}}{5}, \frac{3}{5})$.

三、解答题(8个小题, 共86分)

17. 计算: $(\frac{1}{2})^{-2} + (\pi - 3.14)^0 - |\sqrt{3} - 2| - 2\cos 30^\circ$.

解析: 本题涉及零指数幂、负整数指数幂、特殊角的三角函数值、二次根式化简四个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则计算.

答案: 原式=4+1-(2-√3)-2× $\frac{\sqrt{3}}{2}$ =5-2+√3-√3=3.

18. 先化简: $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} \div \frac{x+1}{x} \cdot (x-\frac{1}{x})$, 然后x在-1, 0, 1, 2四个数中选一个你认为合

适的数代入求值.

解析: 利用分解因式、完全平方公式以及通分法化简原分式, 再分析给定的数据中使原分式有意义的x的值, 将其代入化简后的算式中即可得出结论.

答案: 原式= $\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2} \cdot \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x}$

$$= \frac{x}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x}$$

$$= x+1.$$

∵在-1, 0, 1, 2四个数中, 使原式有意义的值只有2,

∴当 $x=2$ 时, 原式 $=2+1=3$.

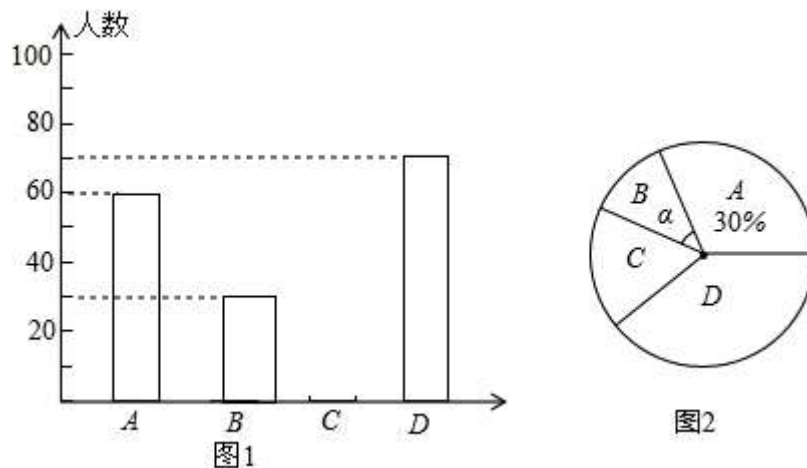
19. 解方程: $\frac{x+1}{x-1} + \frac{4}{1-x^2} = 1.$

解析: 观察可得最简公分母是 $(x-1)(x+1)$, 方程两边乘最简公分母, 可以把分式方程转化为整式方程求解.

答案: 方程的两边同乘 $(x-1)(x+1)$, 得 $(x+1)^2 - 4 = (x-1)(x+1)$, 解得 $x=1$.

检验: 把 $x=1$ 代入 $(x-1)(x+1)=0$. 所以原方程的无解.

20. 黔东南州某中学为了解本校学生平均每天的课外学习实践情况, 随机抽取部分学生进行问卷调查, 并将调查结果分为 A, B, C, D 四个等级, 设学生时间为 t (小时), A: $t < 1$, B: $1 \leq t < 1.5$, C: $1.5 \leq t < 2$, D: $t \geq 2$, 根据调查结果绘制了如图所示的两幅不完整的统计图. 请你根据图中信息解答下列问题:

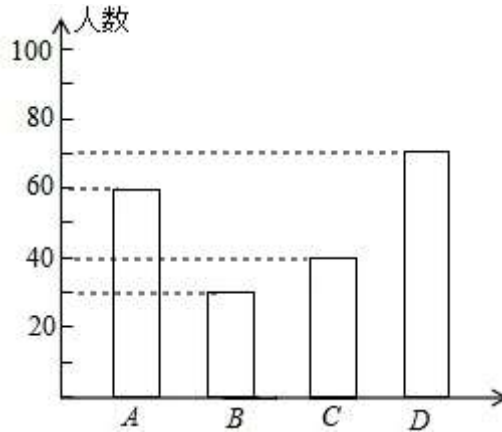


- (1) 本次抽样调查共抽取了多少名学生? 并将条形统计图补充完整;
- (2) 本次抽样调查中, 学习时间的中位数落在哪个等级内?
- (3) 表示 B 等级的扇形圆心角 α 的度数是多少?
- (4) 在此次问卷调查中, 甲班有 2 人平均每天课外学习时间超过 2 小时, 乙班有 3 人平均每天课外学习时间超过 2 小时, 若从这 5 人中任选 2 人去参加座谈, 试用列表或化树状图的方法求选出的 2 人来自不同班级的概率.

解析: (1) 根据 B 类的人数和所占的百分比即可求出总数; 求出 C 的人数从而补全统计图;
 (2) 根据中位数定义: 将一组数据按照从小到大(或从大到小)的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数可得答案;
 (3) 用 B 的人数除以总人数再乘以 360° , 即可得到圆心角 α 的度数;
 (4) 先设甲班学生为 A_1, A_2 , 乙班学生为 B_1, B_2, B_3 根据题意画出树形图, 再根据概率公式列式计算即可.

答案: (1) 共调查的中学生数是: $80 \div 40\% = 200$ (人),

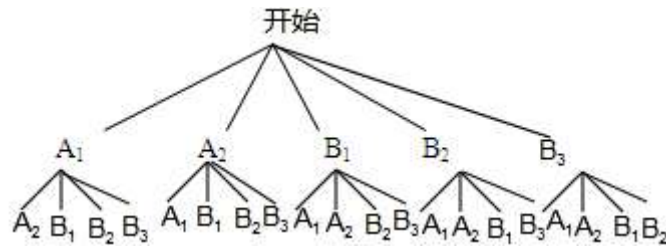
C 类的人数是: $200 - 60 - 80 - 20 = 40$ (人), 如图:



(2) 本次抽样调查中，学习时间的中位数落在 C 等级内；

(3) 根据题意得： $\alpha = \frac{30}{200} \times 360^\circ = 54^\circ$ ，

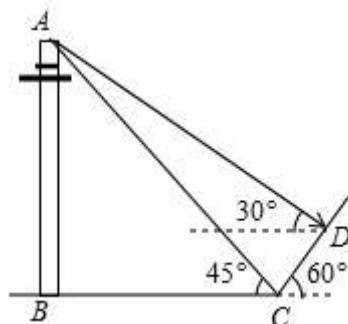
(4) 设甲班学生为 A_1, A_2 ，乙班学生为 B_1, B_2, B_3 ，



一共有 20 种等可能结果，其中 2 人来自不同班级共有 12 种， $\therefore P(2 \text{ 人来自不同班级}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ 。

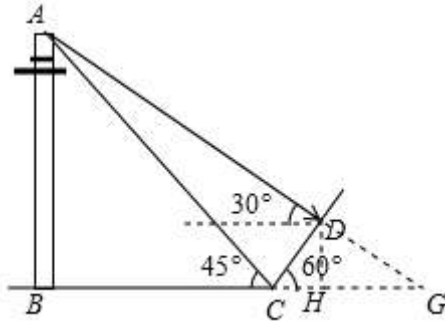
21. 黔东南州某校吴老师组织九(1)班同学开展数学活动，带领同学们测量学校附近一电线杆的高。已知电线杆直立于地面上，某天在太阳光的照射下，电线杆的影子(折线 BCD)恰好落在水平地面和斜坡上，在 D 处测得电线杆顶端 A 的仰角为 30° ，在 C 处测得电线杆顶端 A 得仰角为 45° ，斜坡与地面成 60° 角， $CD=4\text{m}$ ，请你根据这些数据求电线杆的高(AB)。

(结果精确到 1m，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.4$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$)



解析：延长 AD 交 BC 的延长线于 G，作 $DH \perp BG$ 于 H，由三角函数求出 CH、DH 的长，得出 CG，设 $AB=x\text{m}$ ，根据正切的定义求出 BG，得出方程，解方程即可。

答案：延长 AD 交 BC 的延长线于 G，作 $DH \perp BG$ 于 H，如图所示：



在 $Rt\triangle DHC$ 中, $\angle DCH=60^\circ$, $CD=4$,

则 $CH=CD \cdot \cos \angle DCH=4 \times \cos 60^\circ =2$, $DH=CD \cdot \sin \angle DCH=4 \times \sin 60^\circ =2\sqrt{3}$,

$\because DH \perp BG$, $\angle G=30^\circ$, $\therefore HG=\frac{DH}{\tan \angle G}=\frac{2\sqrt{3}}{\tan 30^\circ}=6$, $\therefore CG=CH+HG=2+6=8$,

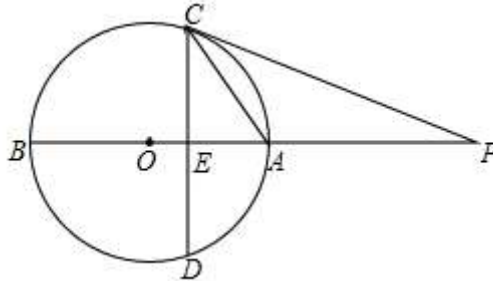
设 $AB=xm$, $\because AB \perp BG$, $\angle G=30^\circ$, $\angle BCA=45^\circ$,

$\therefore BC=x$, $BG=\frac{AB}{\tan \angle G}=\frac{x}{\tan 30^\circ}=\sqrt{3}x$,

$\because BG-BC=CG$, $\therefore \sqrt{3}x-x=8$, 解得: $x \approx 11(m)$.

答: 电线杆的高为 11m.

22. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 P 在 BA 的延长线上, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为 E , 且 $PC^2=PE \cdot PO$.



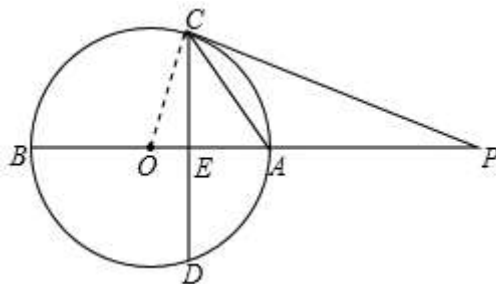
(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $OE:EA=1:2$, $PA=6$, 求 $\odot O$ 的半径.

解析: (1) 连结 OC , 如图, 由 $PC^2=PE \cdot PO$ 和公共角可判断 $\triangle PCE \sim \triangle POC$, 则 $\angle PEC=\angle PCO=90^\circ$, 然后根据切线的判定定理可判断 PC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 设 $OE=x$, 则 $EA=2x$, $OA=OC=3x$, 证明 $\triangle OCE \sim \triangle OPC$, 利用相似比可表示出 OP , 则可列方程 $3x+6=9x$, 然后解出 x 即可得到 $\odot O$ 的半径.

答案: (1) 连结 OC , 如图,



$\because CD \perp AB, \therefore \angle PEC = 90^\circ$,
 $\because PC^2 = PE \cdot PO, \therefore PC : PO = PE : PC$, 而 $\angle CPE = \angle OPC$,
 $\therefore \triangle PCE \sim \triangle POC, \therefore \angle PEC = \angle PCO = 90^\circ$, $\therefore OC \perp PC, \therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线.
 (2) 设 $OE = x$, 则 $EA = 2x, OA = OC = 3x$,
 $\because \angle COE = \angle POC, \angle OEC = \angle OCP, \therefore \triangle OCE \sim \triangle OPC$,
 $\therefore OC : OP = OE : OC$, 即 $3x : OP = x : 3x$, 解得 $OP = 9x$,
 $\therefore 3x + 6 = 9x$, 解得 $x = 1, \therefore OC = 3$, 即 $\odot O$ 的半径为 3.

23. 凯里市某文具店某种型号的计算器每只进价 12 元, 售价 20 元, 多买优惠, 优惠方法是: 凡是一次买 10 只以上的, 每多买一只, 所买的全部计算器每只就降价 0.1 元, 例如: 某人买 18 只计算器, 于是每只降价 $0.1 \times (18 - 10) = 0.8$ (元), 因此所买的 18 只计算器都按每只 19.2 元的价格购买, 但是每只计算器的最低售价为 16 元.

- (1) 求一次至少购买多少只计算器, 才能以最低价购买?
- (2) 求写出该文具店一次销售 x ($x > 10$) 只时, 所获利润 y (元) 与 x (只) 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;
- (3) 一天, 甲顾客购买了 46 只, 乙顾客购买了 50 只, 店主发现卖 46 只赚的钱反而比卖 50 只赚的钱多, 请你说明发生这一现象的原因; 当 $10 < x \leq 50$ 时, 为了获得最大利润, 店家一次应卖多少只? 这时的售价是多少?

解析: (1) 设一次购买 x 只, 由于凡是一次买 10 只以上的, 每多买一只, 所买的全部计算器每只就降低 0.10 元, 而最低价为每只 16 元, 因此得到 $20 - 0.1(x - 10) = 16$, 解方程即可求解;

(2) 由于根据 (1) 得到 $x \leq 50$, 又一次销售 x ($x > 10$) 只, 因此得到自变量 x 的取值范围, 然后根据已知条件可以得到 y 与 x 的函数关系式;

(3) 首先把函数变为 $y = -0.1x^2 + 9x = -0.1(x - 45)^2 + 202.5$, 然后可以得到函数的增减性, 再结合已知条件即可解决问题.

答案: (1) 设一次购买 x 只, 则 $20 - 0.1(x - 10) = 16$, 解得: $x = 50$.

答: 一次至少买 50 只, 才能以最低价购买;

(2) 当 $10 < x \leq 50$ 时, $y = [20 - 0.1(x - 10) - 12]x = -0.1x^2 + 9x$,

当 $x > 50$ 时, $y = (16 - 12)x = 4x$;

综上所述: $y = \begin{cases} -0.1x^2 + 9x (10 < x \leq 50), \\ 4x (x > 50). \end{cases}$

(3) $y = -0.1x^2 + 9x = -0.1(x - 45)^2 + 202.5$,

① 当 $10 < x \leq 45$ 时, y 随 x 的增大而增大, 即当卖的只数越多时, 利润更大.

② 当 $45 < x \leq 50$ 时, y 随 x 的增大而减小, 即当卖的只数越多时, 利润变小.

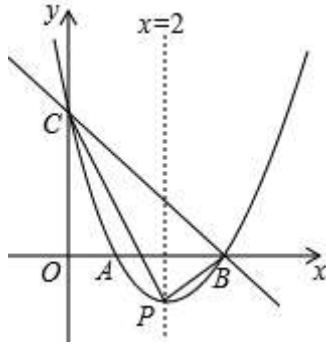
且当 $x = 46$ 时, $y_1 = 202.4$,

当 $x = 50$ 时, $y_2 = 200. y_1 > y_2$.

即出现了卖 46 只赚的钱比卖 50 只赚的钱多的现象.

当 $x = 45$ 时, 最低售价为 $20 - 0.1(45 - 10) = 16.5$ (元), 此时利润最大.

24. 如图, 直线 $y = -x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 B、C, 经过 B、C 两点的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的另一个交点为 A, 顶点为 P, 且对称轴为直线 $x = 2$.



- (1) 求该抛物线的解析式；
 (2) 连接 PB、PC，求 $\triangle PBC$ 的面积；
 (3) 连接 AC，在 x 轴上是否存在一点 Q，使得以点 P，B，Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似？若存在，求出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由。

解析：(1) 根据二次函数的对称性，已知对称轴的解析式以及 B 点的坐标，即可求出 A 的坐标，利用抛物线过 A、B、C 三点，可用待定系数法来求函数的解析式

(2) 首先利用各点坐标得出 $\triangle PBC$ 是直角三角形，进而得出答案；

(3) 本题要先根据抛物线的解析式求出顶点 P 的坐标，然后求出 BP 的长，进而分情况进行讨论：

① 当 $\frac{BQ}{BC} = \frac{PB}{AB}$ ， $\angle PBQ = \angle ABC = 45^\circ$ 时，根据 A、B 的坐标可求出 AB 的长，根据 B、C 的坐标可求出 BC 的长，已经求出了 PB 的长度，那么可根据比例关系式得出 BQ 的长，即可得出 Q 的坐标。

② 当 $\frac{QB}{AB} = \frac{PB}{CB}$ ， $\angle QBP = \angle ABC = 45^\circ$ 时，可参照①的方法求出 Q 的坐标。

③ 当 Q 在 B 点右侧，即可得出 $\angle PBQ \neq \angle BAC$ ，因此此种情况是不成立的，综上所述即可得出符合条件的 Q 的坐标。

答案：(1) \because 直线 $y = -x + 3$ 与 x 轴相交于点 B，

\therefore 当 $y = 0$ 时， $x = 3$ ，

\therefore 点 B 的坐标为 $(3, 0)$ ，

$\because y = -x + 3$ 过点 C，易知 $C(0, 3)$ ，

$\therefore c = 3$ 。

又 \because 抛物线过 x 轴上的 A、B 两点，且对称轴为 $x = 2$ ，

根据抛物线的对称性， \therefore 点 A 的坐标为 $(1, 0)$ 。

又 \because 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 $A(1, 0)$ ， $B(3, 0)$ ，

$$\therefore \begin{cases} a + b + 3 = 0, \\ 9a + 3b + 3 = 0, \end{cases} \text{解得: } \begin{cases} a = 1, \\ b = -4. \end{cases}$$

\therefore 该抛物线的解析式为： $y = x^2 - 4x + 3$ ；

(2) 如图 1， $\because y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$ ，

又 $\because B(3, 0)$ ， $C(0, 3)$ ，

$$\therefore PC = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}, \quad PB = \sqrt{(3-2)^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

$$\therefore BC = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2},$$

又 $\because PB^2+BC^2=2+18=20$, $PC^2=20$, $\therefore PB^2+BC^2=PC^2$,

$\therefore \triangle PBC$ 是直角三角形, $\angle PBC=90^\circ$,

$$\therefore S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} PB \cdot BC = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 3.$$

(3) 如图 2, 由 $y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$, 得 $P(2, -1)$,

设抛物线的对称轴交 x 轴于点 M ,

\because 在 $Rt\triangle PBM$ 中, $PM=MB=1$, $\therefore \angle PBM=45^\circ$, $PB=\sqrt{2}$.

由点 $B(3, 0)$, $C(0, 3)$ 易得 $OB=OC=3$, 在等腰直角三角形 OBC 中, $\angle ABC=45^\circ$,

由勾股定理, 得 $BC=3\sqrt{2}$.

假设在 x 轴上存在点 Q , 使得以点 P, B, Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似.

① 当 $\frac{BQ}{BC} = \frac{PB}{AB}$, $\angle PBQ = \angle ABC = 45^\circ$ 时, $\triangle PBQ \sim \triangle ABC$.

即 $\frac{BQ}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 解得: $BQ=3$, 又 $\because BO=3$, \therefore 点 Q 与点 O 重合, $\therefore Q_1$ 的坐标是 $(0, 0)$.

② 当 $\frac{QB}{AB} = \frac{PB}{CB}$, $\angle QBP = \angle ABC = 45^\circ$ 时, $\triangle QBP \sim \triangle ABC$. 即 $\frac{QB}{2} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$, 解得: $QB = \frac{2}{3}$.

$\because OB=3$, $\therefore OQ=OB-QB=3-\frac{2}{3}$, $\therefore Q_2$ 的坐标是 $(\frac{7}{3}, 0)$.

③ 当 Q 在 B 点右侧, 则 $\angle PBQ = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$, $\angle BAC < 135^\circ$,

故 $\angle PBQ \neq \angle BAC$. 则点 Q 不可能在 B 点右侧的 x 轴上,

综上所述, 在 x 轴上存在两点 $Q_1(0, 0)$, $Q_2(\frac{7}{3}, 0)$,

能使得以点 P, B, Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似.