

## 2018 年上海市闵行区中考二模数学

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 在下列各式中，二次单项式是( )

A.  $x^2+1$

B.  $\frac{1}{3}xy^2$

C.  $2xy$

D.  $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

解析：根据单项式的定义即可求出答案.

由题意可知： $2xy$  是二次单项式.

答案：C

2. 下列运算结果正确的是( )

A.  $(a+b)^2=a^2+b^2$

B.  $2a^2+a=3a^3$

C.  $a^3 \cdot a^2=a^5$

D.  $2a^{-1}=\frac{1}{2a}$  ( $a \neq 0$ )

解析：根据整式的运算法则即可求出答案.

A、原式= $a^2+2ab+b^2$ ，故 A 错误；

B、 $2a^2+a$  中没有同类项，不能合并，故 B 错误；

C、 $a^3 \cdot a^2=a^5$ ，C 正确；

D、原式= $\frac{2}{a}$ ，故 D 错误.

答案：C

3. 在平面直角坐标系中，反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 图象在每个象限内  $y$  随着  $x$  的增大而减小，

那么它的图象的两个分支分别在( )

A. 第一、三象限

B. 第二、四象限

C. 第一、二象限

D. 第三、四象限

解析：直接利用反比例函数的性质进而分析得出答案.

$\because$  反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 图象在每个象限内  $y$  随着  $x$  的增大而减小，

$\therefore k > 0$ ,

$\therefore$  它的图象的两个分支分别在第一、三象限.

答案：A

4. 有 9 名学生参加校民乐决赛，最终成绩各不相同，其中一名同学想要知道自己是否进入前 5 名，不仅要了解自己的成绩，还要了解这 9 名学生成绩的（ ）

- A. 平均数
- B. 中位数
- C. 众数
- D. 方差

解析：由于总共有 9 个人，且他们的分数互不相同，第 5 的成绩是中位数，参赛选手要想知道自己是否能进入前 5 名，只需要了解自己的成绩以及全部成绩的中位数，比较即可。

答案：B

5. 已知四边形 ABCD 是平行四边形，下列结论中不正确的是（ ）

- A. 当  $AB=BC$  时，四边形 ABCD 是菱形
- B. 当  $AC \perp BD$  时，四边形 ABCD 是菱形
- C. 当  $\angle ABC=90^\circ$  时，四边形 ABCD 是矩形
- D. 当  $AC=BD$  时，四边形 ABCD 是正方形

解析：根据邻边相等的平行四边形是菱形；根据所给条件可以证出邻边相等；根据有一个角是直角的平行四边形是矩形；根据对角线相等的平行四边形是矩形。

A、根据邻边相等的平行四边形是菱形可知：四边形 ABCD 是平行四边形，当  $AB=BC$  时，它是菱形，故本选项错误；

B、根据对角线互相垂直的平行四边形是菱形知：当  $AC \perp BD$  时，四边形 ABCD 是菱形，故本选项错误；

C、根据有一个角是直角的平行四边形是矩形知：当  $\angle ABC=90^\circ$  时，四边形 ABCD 是矩形，故本选项错误；

D、根据对角线相等的平行四边形是矩形可知：当  $AC=BD$  时，它是矩形，不是正方形，故本选项正确；

综上所述，符合题意是 D 选项。

答案：D

6. 点 A 在圆 O 上，已知圆 O 的半径是 4，如果点 A 到直线 a 的距离是 8，那么圆 O 与直线 a 的位置关系可能是（ ）

- A. 相交
- B. 相离
- C. 相切或相交
- D. 相切或相离

解析：根据圆心到直线的距离 d 与半径 r 的大小关系解答。

∵ 点 A 在圆 O 上，已知圆 O 的半径是 4，点 A 到直线 a 的距离是 8，

∴ 圆 O 与直线 a 的位置关系可能是相切或相离。

答案：D

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 计算： $|-1|+2^2=$ \_\_\_\_\_.

解析：原式利用绝对值的代数意义，以及乘方的意义计算即可求出值.

原式=1+4=5.

答案：5

8. 在实数范围内分解因式： $4a^2-3=$ \_\_\_\_\_.

解析：符合平方差公式的特点，可以直接分解. 平方差公式  $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ .

$$4a^2-3=(2a+\sqrt{3})(2a-\sqrt{3}).$$

答案： $(2a+\sqrt{3})(2a-\sqrt{3})$

9. 方程  $\sqrt{2x-1}=1$  的根是\_\_\_\_\_.

解析：本题思路是两边平方后去根号，解方程.

两边平方得  $2x-1=1$ ，解得  $x=1$ .

经检验  $x=1$  是原方程的根.

答案： $x=1$

10. 已知关于  $x$  的方程  $x^2-3x-m=0$  没有实数根，那么  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

解析：由根的情况，由根的判别式可得到关于  $m$  的不等式，则可求得  $m$  的取值范围.

∵关于  $x$  的方程  $x^2-3x-m=0$  没有实数根，

∴ $\Delta < 0$ ，即  $(-3)^2-4(-m) < 0$ ，

解得  $m < -\frac{9}{4}$ .

答案： $m < -\frac{9}{4}$

11. 已知直线  $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ ) 与直线  $y=-\frac{1}{3}x$  平行，且截距为 5，那么这条直线的解析式为\_\_\_\_\_.

解析：根据互相平行的直线的解析式的值相等确定出  $k$ ，根据“截距为 5”计算求出  $b$  值，即可得解.

∵直线  $y=kx+b$  平行于直线  $y=-\frac{1}{3}x$ ，

∴ $k=-\frac{1}{3}$ .

又∵截距为 5，

∴ $b=5$ ，

∴这条直线的解析式是  $y=-\frac{1}{3}x+5$ .

答案： $y=-\frac{1}{3}x+5$

12. 某十字路口的交通信号灯每分钟红灯亮 30 秒，绿灯亮 25 秒，黄灯亮 5 秒，当你抬头看

信号灯时，是绿灯的概率为\_\_\_\_\_.

解析：随机事件 A 的概率  $P(A) = \text{事件 A 可能出现的结果数} \div \text{所有可能出现的结果数}$ ，据此用绿灯亮的时间除以三种灯亮的总时间，求出抬头看信号灯时，是绿灯的概率为多少即可.

抬头看信号灯时，是绿灯的概率为  $P = \frac{25}{30 + 25 + 5} = \frac{5}{12}$ .

答案：  $\frac{5}{12}$

13. 已知一个 40 个数据的样本，把它分成六组，第一组到第四组的频数分别为 10, 5, 7, 6, 第五组的频率是 0.10, 则第六组的频数为\_\_\_\_\_.

解析：首先根据频率=频数÷总数，计算从第一组到第四组的频率之和，再进一步根据一组数据中，各组的频率和是 1，进行计算.

根据题意，得：第一组到第四组的频率和是  $\frac{28}{40} = 0.7$ ,

又∵第五组的频率是 0.10,

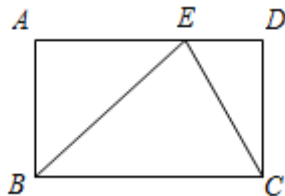
∴第六组的频率为  $1 - (0.7 + 0.10) = 0.2$ ,

∴第六组的频数为： $40 \times 0.2 = 8$ .

答案： 8

14. 如图，已知在矩形 ABCD 中，点 E 在边 AD 上，且  $AE = 2ED$ . 设  $\vec{BA} = \vec{a}$ ,  $\vec{BC} = \vec{b}$ , 那么  $\vec{CE} =$

(用  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的式子表示).



解析：∵四边形 ABCD 是矩形，

∴ $AB = CD$ ,  $AB \parallel CD$ ,  $AD = BC$ ,  $AD \parallel BC$ ,

∴  $\vec{CD} = \vec{BA} = \vec{a}$ ,  $\vec{AD} = \vec{BC} = \vec{b}$ ,

∵ $AE = 2ED$ ,

∴  $\vec{ED} = \frac{1}{3}\vec{b}$ ,

∴  $\vec{CE} = \vec{CD} + \vec{DE}$ ,

∴  $\vec{CE} = \vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$ .

答案：  $\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$

15. 如果二次函数  $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$  ( $a_1 \neq 0$ ,  $a_1$ 、 $b_1$ 、 $c_1$  是常数) 与  $y = a_2x^2 + b_2x + c_2$  ( $a_2 \neq 0$ ,  $a_2$ 、 $b_2$ 、

$c_2$ 是常数)满足  $a_1$  与  $a_2$  互为相反数,  $b_1$  与  $b_2$  相等,  $c_1$  与  $c_2$  互为倒数, 那么称这两个函数为“亚旋转函数”. 请直接写出函数  $y=-x^2+3x-2$  的“亚旋转函数”为\_\_\_\_\_.

解析: 根据“亚旋转函数”的定义解答.

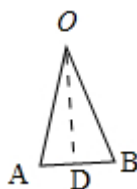
$\because y=-x^2+3x-2$  中  $a=-1, b=3, c=-2$ , 且  $-1$  的相反数是  $1$ , 与  $b$  相等的数是  $3$ ,  $-2$  的倒数是  $-\frac{1}{2}$ ,

$\therefore y=-x^2+3x-2$  的“亚旋转函数”为  $y=x^2+3x-\frac{1}{2}$ .

答案:  $y=x^2+3x-\frac{1}{2}$

16. 如果正  $n$  边形的中心角为  $2\alpha$ , 边长为  $5$ , 那么它的边心距为\_\_\_\_\_. (用锐角  $\alpha$  的三角比表示)

解析: 如图所示:



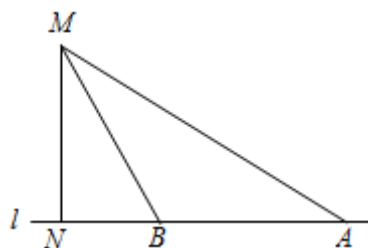
$\because$  正  $n$  边形的中心角为  $2\alpha$ , 边长为  $5$ ,

$\therefore$  边心距  $OD = \frac{5}{2} \cot \alpha$  (或  $\frac{5}{2 \tan \alpha}$ ).

答案:  $\frac{5}{2} \cot \alpha$  (或  $\frac{5}{2 \tan \alpha}$ )

17. 如图, 一辆小汽车在公路  $l$  上由东向西行驶, 已知测速探头  $M$  到公路  $l$  的距离  $MN$  为  $9$  米, 测得此车从点  $A$  行驶到点  $B$  所用的时间为  $0.6$  秒, 并测得点  $A$  的俯角为  $30^\circ$ , 点  $B$  的俯角为  $60^\circ$ . 那么此车从  $A$  到  $B$  的平均速度为\_\_\_\_\_米/秒. (结果保留三个有效数字, 参考数据:

$\sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{2} \approx 1.414$ )



解析: 根据题意需求  $AB$  长. 由已知易知  $AB=BM$ , 解直角三角形  $MNB$  求出  $BM$  即  $AB$ , 再求速度, 与限制速度比较得结论. 注意单位.

在  $Rt\triangle AMN$  中,  $AN=MN \times \tan \angle AMN = MN \times \tan 60^\circ = 9 \times \sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ .

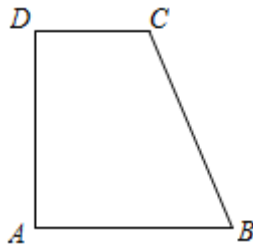
在  $Rt\triangle BMN$  中,  $BN=MN \times \tan \angle BMN = MN \times \tan 30^\circ = 9 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$ .

$$\therefore AB=AN-BN=9\sqrt{3}-3\sqrt{3}=6\sqrt{3},$$

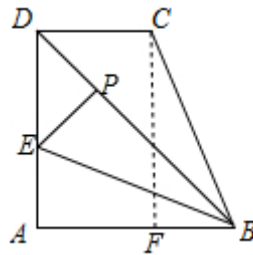
$$\text{则 A 到 B 的平均速度为: } \frac{AB}{0.6} = \frac{6\sqrt{3}}{0.6} = 10\sqrt{3} \approx 17.3 \text{ (米/秒).}$$

答案: 17.3

18. 在直角梯形 ABCD 中,  $AB \parallel CD$ ,  $\angle DAB=90^\circ$ ,  $AB=12$ ,  $DC=7$ ,  $\cos \angle ABC = \frac{5}{13}$ , 点 E 在线段 AD 上, 将  $\triangle ABE$  沿 BE 翻折, 点 A 恰巧落在对角线 BD 上点 P 处, 那么  $PD = \underline{\hspace{2cm}}$ .



解析: 过点 C 作  $CF \perp AB$  于点 F, 则四边形 AFCD 为矩形, 如图所示:



$$\because AB=12, DC=7,$$

$\therefore$  根据矩形的性质可得出  $BF=5$ .

$$\text{又} \because \cos \angle ABC = \frac{5}{13},$$

$$\therefore BC=13, CF = \sqrt{BC^2 - BF^2} = 12.$$

$$\because AD=CF=12, AB=12,$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 12\sqrt{2}.$$

$\because \triangle ABE$  沿 BE 翻折得到  $\triangle PBE$ ,

$$\therefore BP=BA=12,$$

$$\therefore PD=BD-BP=12\sqrt{2}-12.$$

答案:  $12\sqrt{2}-12$

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算:  $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + (-1)^{2018} - 2\cos 45^\circ + 8^{\frac{1}{3}}$ .

解析: 直接利用二次根式的性质和分数指数幂的性质以及特殊角的三角函数值分别化简得出答案.

答案: 原式 =  $\sqrt{2} - 1 + 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 = \sqrt{2} - \sqrt{2} + 2 = 2$ .

20. 解方程组:  $\begin{cases} y - x = 1 \\ x^2 - xy - 2y^2 = 0 \end{cases}$ .

解析: 先将第二个方程分解因式可得:  $x-2y=0$  或  $x+y=0$ , 分别与第一个方程组成新的方程组, 解出即可.

答案:  $\begin{cases} y - x = 1 \text{ ①} \\ x^2 - xy - 2y^2 = 0 \text{ ②} \end{cases}$ ,

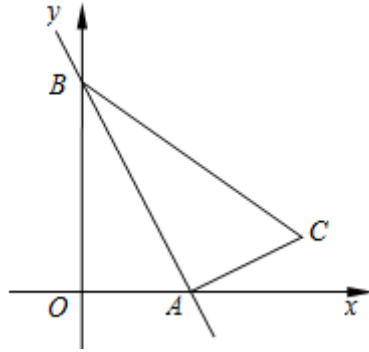
由②得:  $(x-2y)(x+y)=0$ ,  
 $x-2y=0$  或  $x+y=0$ ,

原方程组可化为  $\begin{cases} y - x = 1 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$  或  $\begin{cases} y - x = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$ ,

解得原方程组的解为  $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ ,

$\therefore$  原方程组的解是为  $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ .

21. 已知一次函数  $y=-2x+4$  的图象与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于点 A、B, 以 AB 为边在第一象限内作直角三角形 ABC, 且  $\angle BAC=90^\circ$ ,  $\tan \angle ABC=\frac{1}{2}$ .



(1) 求点 C 的坐标.

解析: (1) 根据自变量与函数值的对应关系, 可得 A, B 点坐标, 根据勾股定理, 可得 AB 的长, 根据锐角三角函数, 可得 AC, 根据相似三角形的判定与性质, 可得 DC, AD, 根据点的坐标, 可得答案.

答案: (1) 令  $y=0$ , 则  $-2x+4=0$ ,

解得  $x=2$ ,

$\therefore$  点 A 坐标是  $(2, 0)$ .

令  $x=0$ , 则  $y=4$ ,

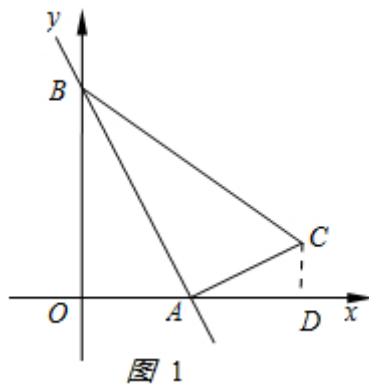
$\therefore$  点 B 坐标是  $(0, 4)$ .

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}.$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ, \quad \tan \angle ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AC = \frac{1}{2} AB = \sqrt{5}.$$

如图 1:



过 C 点作  $CD \perp x$  轴于点 D,

$\angle BAO + \angle ABO = 90^\circ$ ,  $\angle BAO + \angle CAD = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle ABO = \angle CAD$ ,

在  $\triangle OAB$  与  $\triangle DAC$  中,

$$\begin{cases} \angle ABO = \angle CAD \\ \angle O = \angle D = 90^\circ \end{cases},$$

$\therefore \triangle OAB \sim \triangle DAC$ ,



$$\therefore \frac{DC}{OA} = \frac{AD}{OB} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\because OB=4, OA=2,$$

$$\therefore AD=2, CD=1,$$

$\therefore$ 点 C 坐标是(4, 1).

(2) 在第一象限内有一点 M(1, m), 且点 M 与点 C 位于直线 AB 的同侧, 使得  $2S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ABC}$ , 求点 M 的坐标.

解析: (2) 根据面积的和差, 可得关于 m 的方程, 根据解方程, 可得答案.

$$\text{答案: (2) } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5.$$

$$\because 2S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ABC},$$

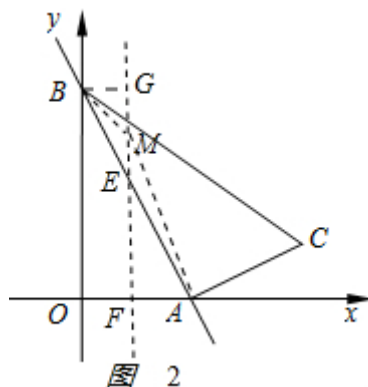
$$\therefore S_{\triangle ABM} = \frac{5}{2}.$$

$$\because M(1, m),$$

$\therefore$ 点 M 在直线  $x=1$  上;

令直线  $x=1$  与线段 AB 交于点 E,  $ME=m-2$ ,

如图 2:



分别过点 A、B 作直线  $x=1$  的垂线, 垂足分别是点 F、G,

$$\therefore AF+BG=OA=2;$$

$$\therefore S_{\triangle ABM} = S_{\triangle BME} + S_{\triangle AME} = \frac{1}{2} ME \cdot BG + \frac{1}{2} ME \cdot AF = \frac{1}{2} ME (BG + AF)$$

$$= \frac{1}{2} ME \cdot OA = \frac{1}{2} \times 2 \times ME = \frac{5}{2},$$

$$\therefore ME = \frac{5}{2},$$

$$m-2 = \frac{5}{2},$$

$$m = \frac{9}{2},$$

$$\therefore M\left(1, \frac{9}{2}\right).$$

22. 为了响应上海市市政府“绿色出行”的号召, 减轻校门口道路拥堵的现状, 王强决定改

父母开车接送为自己骑自行车上学. 已知他家离学校 7.5 千米, 上下班高峰时段, 驾车的平均速度比自行车平均速度快 15 千米/小时, 骑自行车所用时间比驾车所用时间多  $\frac{1}{4}$  小时, 求自行车的平均速度?

解析: 根据题目中的关键语句“骑自行车所用时间比驾车所用时间多  $\frac{1}{4}$  小时”, 找到等量关

系列出分式方程求解即可.

答案: 设自行车的平均速度是  $x$  千米/时.

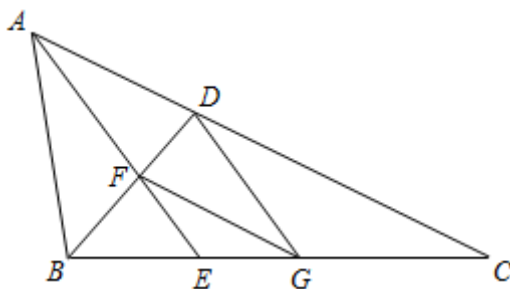
根据题意, 列方程得  $\frac{7.5}{x} - \frac{7.5}{x+15} = \frac{1}{4}$ ,

解得:  $x_1=15$ ,  $x_2=-30$ .

经检验,  $x_1=15$  是原方程的根, 且符合题意,  $x_2=-30$  不符合题意舍去.

答: 自行车的平均速度是 15 千米/时.

23. 如图, 已知在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC=2\angle C$ ,  $\angle BAC$  的平分线  $AE$  与  $\angle ABC$  的平分线  $BD$  相交于点  $F$ ,  $FG \parallel AC$ , 联结  $DG$ .



(1) 求证:  $BF \cdot BC = AB \cdot BD$ .

解析: (1) 根据两角对应相等可得:  $\triangle ABF \sim \triangle CBD$ , 列比例式得:  $\frac{AB}{BC} = \frac{BF}{BD}$ , 则  $BF \cdot BC = AB \cdot BD$ .

答案: (1) 证明:  $\because AE$  平分  $\angle BAC$ ,

$\therefore \angle BAC = 2\angle BAF = 2\angle EAC$ .

$\because \angle BAC = 2\angle C$ ,

$\therefore \angle BAF = \angle C = \angle EAC$ .

又  $\because BD$  平分  $\angle ABC$ ,

$\therefore \angle ABD = \angle DBC$ .

$\therefore \angle ABF = \angle C$ ,  $\angle ABD = \angle DBC$ ,

$\therefore \triangle ABF \sim \triangle CBD$ ,

$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{BF}{BD}$ ,

$\therefore BF \cdot BC = AB \cdot BD$ .

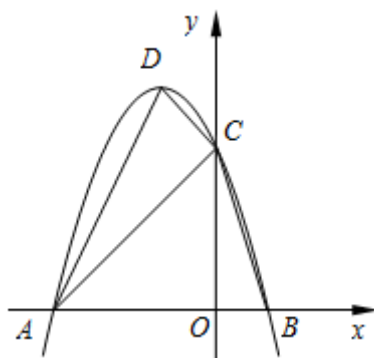
(2) 求证: 四边形  $ADGF$  是菱形.

解析: (2) 先根据三角形全等证明:  $AF = FG$ , 再根据两组对边分别平行证明: 四边形  $ADGF$  是平行四边形, 所以四边形  $ADGF$  是菱形.

答案: (2) 证明:  $\because FG \parallel AC$ ,

$\therefore \angle C = \angle FGB,$   
 $\therefore \angle FGB = \angle FAB.$   
 $\therefore \angle BAF = \angle BGF, \angle ABD = \angle GBD, BF = BF,$   
 $\therefore \triangle ABF \cong \triangle GBF.$   
 $\therefore AF = FG, BA = BG.$   
 $\therefore BA = BG, \angle ABD = \angle GBD, BD = BD,$   
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle GBD.$   
 $\therefore \angle BAD = \angle BGD.$   
 $\therefore \angle BAD = 2\angle C,$   
 $\therefore \angle BGD = 2\angle C,$   
 $\therefore \angle GDC = \angle C,$   
 $\therefore \angle GDC = \angle EAC,$   
 $\therefore AF \parallel DG,$   
 又  $\because FG \parallel AC,$   
 $\therefore$  四边形 ADGF 是平行四边形,  
 $\therefore AF = FG,$   
 $\therefore$  四边形 ADGF 是菱形.

24. 如图, 已知在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = ax^2 - 2x + c$  与  $x$  轴交于点  $A$  和点  $B(1, 0)$ , 与  $y$  轴相交于点  $C(0, 3)$ .



(1) 求抛物线的解析式和顶点  $D$  的坐标.

解析: (1) 将  $A(1, 0)$ 、 $C(0, 3)$  代入抛物线的解析式可求得关于  $a$ 、 $c$  的方程组, 解得  $a$ 、 $c$  的值可求得抛物线的解析式, 最后依据配方法可求得抛物线的顶点坐标.

答案: (1) 把  $B(1, 0)$  和  $C(0, 3)$  代入  $y = ax^2 - 2x + c$  中,

$$\text{得} \begin{cases} a - 2 + c = 0 \\ c = 3 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = -1 \\ c = 3 \end{cases},$$

$\therefore$  抛物线的解析式是:  $y = -x^2 - 2x + 3,$

$\therefore y = -x^2 - 2x + 3 = -(x+1)^2 + 4,$

$\therefore$  顶点坐标  $D(-1, 4).$

(2) 求证:  $\angle DAB = \angle ACB.$

解析: (2) 首先求得  $A$  点的坐标, 即可证得  $OA = OC = 3$ . 得出  $\angle CAO = \angle OCA$ , 然后根据勾股定理求得  $AD$ 、 $DC$ 、 $AC$ , 进一步证得  $\triangle ACD$  是直角三角形且  $\angle ACD = 90^\circ$ , 解直角三角形得出

$\tan \angle OCB = \frac{OB}{OC} = \frac{1}{3}$ ,  $\tan \angle DAC = \frac{DC}{AC} = \frac{1}{3}$ , 即可证得  $\angle DAC = \angle OCB$ , 进而求得  $\angle DAC +$

$\angle CAO = \angle BCO + \angle OCA$ , 即  $\angle DAB = \angle ACB$ .

答案: (2) 证明: 令  $y=0$ , 则  $-x^2-2x+3=0$ ,

解得  $x_1=-3$ ,  $x_2=1$ ,

$\therefore A(-3, 0)$ ,

$\therefore OA=OC=3$ ,

$\therefore \angle CAO = \angle OCA$ ,

在  $Rt\triangle BOC$  中,  $\tan \angle OCB = \frac{OB}{OC} = \frac{1}{3}$ ,

$\therefore AC = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$ ,  $DC = \sqrt{(-1-0)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{2}$ ,

$AD = \sqrt{(-1-1)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ ,

$\therefore AC^2 + DC^2 = 20 = AD^2$ ,

$\therefore \triangle ACD$  是直角三角形且  $\angle ACD = 90^\circ$ ,

$\therefore \tan \angle DAC = \frac{DC}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$ ,

又  $\therefore \angle DAC$  和  $\angle OCB$  都是锐角,

$\therefore \angle DAC = \angle OCB$ ,

$\therefore \angle DAC + \angle CAO = \angle BCO + \angle OCA$ ,

即  $\angle DAB = \angle ACB$ .

(3) 点  $Q$  在抛物线上, 且  $\triangle ADQ$  是以  $AD$  为底的等腰三角形, 求  $Q$  点的坐标.

解析: (3) 令  $Q(x, y)$  且满足  $y = -x^2 - 2x + 3$ , 由已知得出  $QD^2 = QA^2$ , 即  $(x+3)^2 + y^2 = (x+1)^2 + (y-4)^2$ , 化简得出  $x-2+2y=0$ , 然后与抛物线的解析式联立方程, 解方程即可求得.

答案: (3) 令  $Q(x, y)$  且满足  $y = -x^2 - 2x + 3$ ,  $A(-3, 0)$ ,  $D(-1, 4)$ ,

$\therefore \triangle ADQ$  是以  $AD$  为底的等腰三角形,

$\therefore QD^2 = QA^2$ , 即  $(x+3)^2 + y^2 = (x+1)^2 + (y-4)^2$ ,

化简得:  $x-2+2y=0$ ,

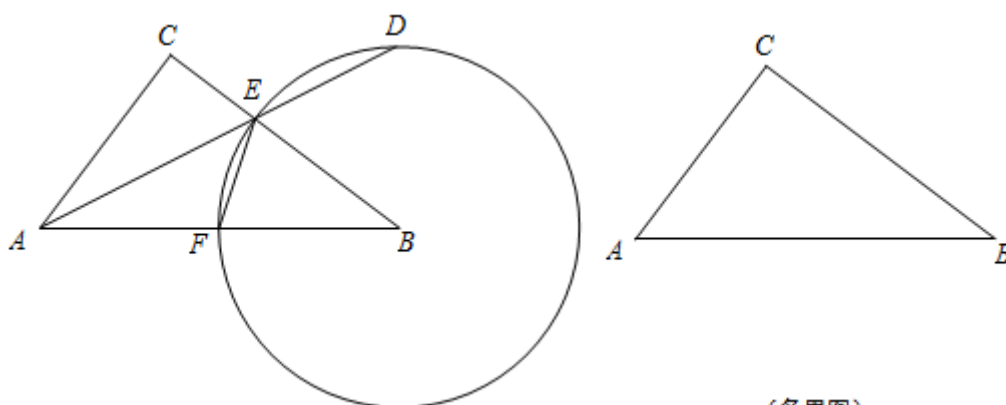
由  $\begin{cases} x-2+2y=0 \\ y=-x^2-2x+3 \end{cases}$ ,

解得  $\begin{cases} x_1 = \frac{-3 + \sqrt{41}}{4} \\ y_1 = \frac{11 - \sqrt{41}}{8} \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x_2 = \frac{-3 - \sqrt{41}}{4} \\ y_2 = \frac{11 + \sqrt{41}}{8} \end{cases}$ .

$\therefore$  点  $Q$  的坐标是  $(\frac{-3 + \sqrt{41}}{4}, \frac{11 - \sqrt{41}}{8})$ ,  $(\frac{-3 - \sqrt{41}}{4}, \frac{11 + \sqrt{41}}{8})$ .

25. 如图, 已知在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC=6$ ,  $BC=8$ , 点  $F$  在线段  $AB$  上, 以点  $B$  为圆心,

BF 为半径的圆交 BC 于点 E，射线 AE 交圆 B 于点 D(点 D、E 不重合)。



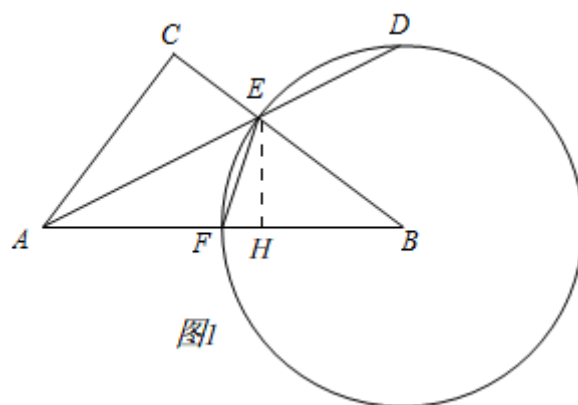
(1) 如果设  $BF=x$ ,  $EF=y$ , 求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式, 并写出它的定义域.

解析: (1) 先利用勾股定理  $AB=10$ , 进而  $EH=\frac{3}{5}x$ ,  $BH=\frac{4}{5}x$ ,  $FH=\frac{1}{5}x$ , 利用勾股定理建立函数关系式.

答案: (1) 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $AC=6$ ,  $BC=8$ ,  $\angle ACB=90^\circ$

$\therefore AB=10$ ,

如图 1, 过 E 作  $EH \perp AB$  于 H,



在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\sin B = \frac{3}{5}$ ,  $\cos B = \frac{4}{5}$ ,

在  $Rt\triangle BEH$  中,  $BE=BF=x$ ,

$\therefore EH = \frac{3}{5}x$ ,  $BH = \frac{4}{5}x$ ,

$\therefore FH = \frac{1}{5}x$ ,

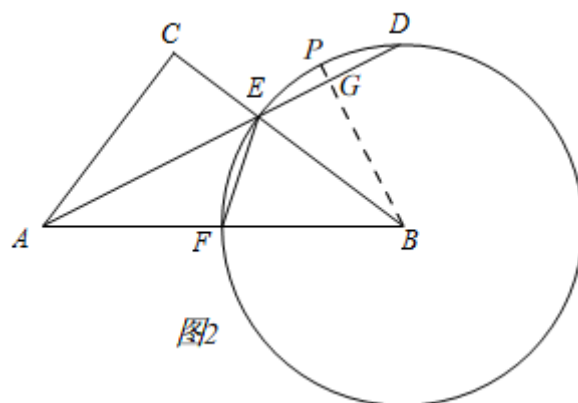
在  $Rt\triangle EHF$  中,  $EF^2 = EH^2 + FH^2 = \left(\frac{3}{5}x\right)^2 + \left(\frac{1}{5}x\right)^2 = \frac{10}{25}x^2$ ,

$\therefore y = \frac{\sqrt{10}}{5}x$  ( $0 < x < 8$ ).

(2) 如果  $ED = 2EF$ ，求 ED 的长.

解析：(2) 先判断出  $\angle CAE = \angle EBP = \angle ABC$ ，进而得出  $\triangle BEH \cong \triangle BEG$ ，即可求出 BE，即可得出结论.

答案：(2) 如图 2，取 ED 的中点 P，联结 BP 交 ED 于点 G，



$\because ED = 2EF$ ，P 是 ED 的中点， $EP = EF = PD$ .

$\therefore \angle FBE = \angle EBP = \angle PBD$ .

$\because EP = EF$ ，BP 过圆心，

$\therefore BG \perp ED$ ， $ED = 2EG = 2DG$ ，

又  $\because \angle CEA = \angle DEB$ ，

$\therefore \angle CAE = \angle EBP = \angle ABC$ ，

又  $\because BE$  是公共边，

$\therefore \triangle BEH \cong \triangle BEG$ .

$\therefore EH = EG = GD = \frac{3}{5}x$ .

在  $Rt\triangle CEA$  中，

$\because AC = 6$ ， $BC = 8$ ， $\tan \angle CAE = \tan \angle ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{CE}{AC}$ ，

$\therefore CE = AC \tan \angle CAE = \frac{6 \times 6}{8} = \frac{9}{2}$ ，

$\therefore BE = 8 - \frac{9}{2} = \frac{7}{2}$ ，

$\therefore ED = 2EG = \frac{6}{5}x = \frac{21}{5}$ .

(3) 联结 CD、BD，请判断四边形 ABDC 是否为直角梯形？说明理由.

解析：(3) 分两种情况，讨论进行判断即可得出结论.

答案：(3) 四边形 ABDC 不可能为直角梯形，

① 当  $CD \parallel AB$  时，如图 3，

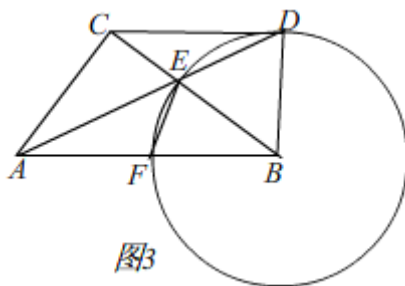


图3

如果四边形 ABDC 是直角梯形，

只可能  $\angle ABD = \angle CDB = 90^\circ$  .

在  $\text{Rt}\triangle CBD$  中， $\because BC = 8$ .

$$\therefore CD = BC \cdot \cos \angle BCD = \frac{32}{5},$$

$$BD = BC \cdot \sin \angle BCD = \frac{24}{5} = BE.$$

$$\therefore \frac{CD}{AB} = \frac{\frac{32}{5}}{10} = \frac{16}{25}, \quad \frac{CE}{BE} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \frac{CD}{AB} \neq \frac{CE}{BE}.$$

$\therefore CD$  不平行于  $AB$ ，与  $CD \parallel AB$  矛盾，

$\therefore$  四边形 ABDC 不可能为直角梯形.

②当  $AC \parallel BD$  时，如图 4，

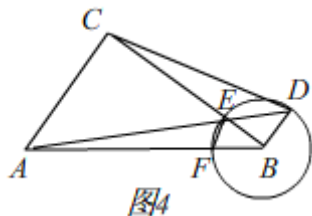


图4

如果四边形 ABDC 是直角梯形，

只可能  $\angle ACD = \angle CDB = 90^\circ$  .

$\because AC \parallel BD$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ACB = \angle CBD = 90^\circ$  .

$\therefore \angle ABD = \angle ACB + \angle BCD > 90^\circ$  .

与  $\angle ACD = \angle CDB = 90^\circ$  矛盾.

$\therefore$  四边形 ABDC 不可能为直角梯形.

即：四边形 ABDC 不可能是直角梯形.