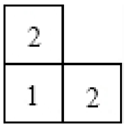
2018年内蒙古包头市中考真题数学

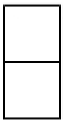
一、选择题：本大题共有12小题，每小题3分，共36分.每小题只有一个正确选项.

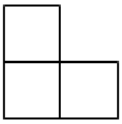
1.计算$-\sqrt{4}-|-3|$的结果是(　)

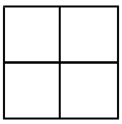
A.-1
B.-5
C.1
D.5
解析：原式利用算术平方根定义，以及绝对值的代数意义计算即可求出值.
原式=-2-3=-5.
答案：B

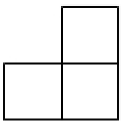
2.如图，是由几个大小相同的小立方块所搭几何体的俯视图，其中小正方形中的数字表示在该位置的小立方块的个数，则这个几何体的主视图是(　)



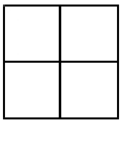
A. 

B. 

C. 

D. 

解析：由俯视图知该几何体共2列，其中第1列前一排1个正方形、后1排2个正方形，第2列只有前排2个正方形.
所以其主视图为：



答案：C

3.函数 y=$\frac{1}{\sqrt{x-1}}$中，自变量 x 的取值范围是(　)

A.x≠1
B.x＞0
C.x≥1
D.x＞1
解析：根据被开方数大于等于 0，分母不等于 0 列式计算即可得解.
由题意得，x-1≥0 且 x-1≠0，
解得 x＞1.
答案：D

4.下列事件中，属于不可能事件的是(　)
A.某个数的绝对值大于 0
B.某个数的相反数等于它本身
C.任意一个五边形的外角和等于 540°
D.长分别为 3，4，6 的三条线段能围成一个三角形
解析：直接利用随机事件以及确定事件的定义分析得出答案.
A、某个数的绝对值大于 0，是随机事件，故此选项错误；
B、某个数的相反数等于它本身，是随机事件，故此选项错误；
C、任意一个五边形的外角和等于 540°，是不可能事件，故此选项正确；
D、长分别为 3，4，6 的三条线段能围成一个三角形，是必然事件，故此选项错误.
答案：C

5.如果 $2x^{a+1}y$ 与 x^2y^{b-1} 是同类项，那么$\frac{a}{b}$的值是(　)

A.$\frac{1}{2}$
B.$\frac{3}{2}$
C.1
D.3
解析：根据同类项：所含字母相同，并且相同字母的指数也相同，可得出 a、b 的值，然后代入求值.
∵$2x^{a+1}y$ 与 x^2y^{b-1} 是同类项，
∴a+1=2，b-1=1，
解得 a=1，b=2.
∴$\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$.
答案：A

6.一组数据 1，3，4，4，4，5，5，6 的众数和方差分别是(　)
A.4，1

B. 4，2
C. 5，1
D. 5，2
解析：数据 1，3，4，4，4，5，5，6 的众数是 4，

$\bar{x}=\frac{1+3+4+4+4+5+5+6}{8}=4$，

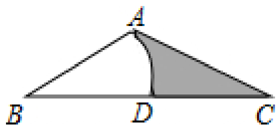
则

$$s^2=\frac{(1-4)^2+(3-4)^2+(4-4)^2-(4-4)^2-(4-4)^2+(5-4)^2+(5-4)^2+(6-4)^2}{8}=2$$

.

答案：B

7. 如图，在△ABC 中，AB=2，BC=4，∠ABC=30°，以点 B 为圆心，AB 长为半径画弧，交 BC 于点 D，则图中阴影部分的面积是(　)



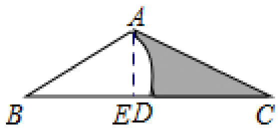
A. $2-\frac{\pi}{3}$

B. $2-\frac{\pi}{6}$

C. $4-\frac{\pi}{3}$

D. $4-\frac{\pi}{6}$

解析：如图，过 A 作 AE⊥BC 于 E，



∵AB=2，∠ABC=30°，

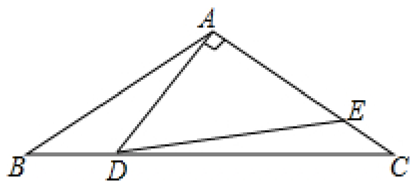
∴ $AE=\frac{1}{2}AB=1$，

又∵BC=4，

∴阴影部分的面积是 $\frac{1}{2}\times4\times1-\frac{30\times\pi\times2^2}{360}=2-\frac{\pi}{3}$.

答案：A

8. 如图，在△ABC 中，AB=AC，△ADE 的顶点 D，E 分别在 BC，AC 上，且∠DAE=90°，AD=AE. 若∠C+∠BAC=145°，则∠EDC 的度数为(　)



A.17.5°

B.12.5°

C.12°

D.10°

解析：∵AB=AC，

∴∠B=∠C，

∴∠B+∠C+∠BAC=2∠C+∠BAC=180°，

又∵∠C+∠BAC=145°，

∴∠C=35°，

∵∠DAE=90°，AD=AE，

∴∠AED=45°，

∴∠EDC=∠AED-∠C=10°.

答案：D

9.已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+m-2=0$ 有两个实数根，m 为正整数，且该方程的根都是整数，则符合条件的所有正整数 m 的和为(　)

A.6

B.5

C.4

D.3

解析：∵a=1，b=2，c=m-2，关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+m-2=0$ 有实数根，

∴$\triangle=b^2-4ac=2^2-4(m-2)=12-4m\geqslant 0$，

∴$m\leqslant 3$.

∵m 为正整数，且该方程的根都是整数，

∴m=2 或 3.

∴2+3=5.

答案：B

10.已知下列命题：

①若 $a^3>b^3$，则 $a^2>b^2$；

②若点 $A(x_1，y_1)$和点 $B(x_2，y_2)$在二次函数 $y=x^2-2x-1$ 的图象上，且满足 $x_1<x_2<1$，则 $y_1>y_2>-2$；

③在同一平面内，a，b，c 是直线，且 a∥b，b⊥c，则 a∥c；

④周长相等的所有等腰直角三角形全等.

其中真命题的个数是(　)

A.4 个

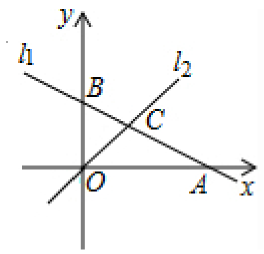
B.3 个

C.2 个

D.1 个

解析：①若 $a^3>b^3$，则 $a^2>b^2$ 不一定成立，故错误；
②若点 A(x_1, y_1) 和点 B(x_2, y_2) 在二次函数 $y=x^2-2x-1$ 的图象上，且满足 $x_1<x_2<1$，则 $y_1>y_2>-2$，故正确；
③在同一平面内，a，b，c 是直线，且 a∥b，b⊥c，则 a⊥c，故错误；
④周长相等的所有等腰直角三角形全等，故正确.
答案：C

11.如图，在平面直角坐标系中，直线 l_1：$y=-\frac{\sqrt{2}}{4}x+1$ 与 x 轴，y 轴分别交于点 A 和点 B，直线 l_2：$y=kx(k\neq0)$ 与直线 l_1 在第一象限交于点 C.若∠BOC=∠BCO，则 k 的值为(　)



A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\sqrt{2}$

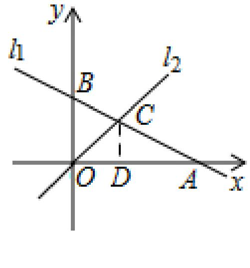
D. $2\sqrt{2}$

解析：直线 l_1：$y=-\frac{\sqrt{2}}{4}x+1$ 中，令 x=0，则 y=1，令 y=0，则 $x=2\sqrt{2}$，

即 A$(2\sqrt{2}, 0)$B(0，1)，

∴Rt△AOB 中，$AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=3$，

如图，过 C 作 CD⊥OA 于 D，



∵∠BOC=∠BCO，
∴CB=BO=1，AC=2，

∵CD∥BO,

∴$OD=\frac{1}{3}AO=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$CD=\frac{2}{3}BO=\frac{2}{3}$，

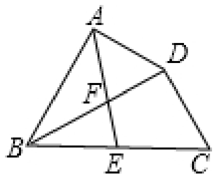
即C($\frac{2}{3}\sqrt{2}$，$\frac{2}{3}$)，

把C($\frac{2}{3}\sqrt{2}$，$\frac{2}{3}$)代入直线l2：y=kx，可得$\frac{2}{3}=\frac{2}{3}\sqrt{2}k$，

即k=$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

答案：B

12.如图，在四边形ABCD中，BD平分∠ABC，∠BAD=∠BDC=90°，E为BC的中点，AE与BD相交于点F.若BC=4，∠CBD=30°，则DF的长为(　)



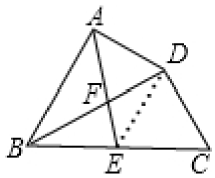
A. $\frac{2}{5}\sqrt{3}$

B. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

C. $\frac{3}{4}\sqrt{3}$

D. $\frac{4}{5}\sqrt{3}$

解析：如图，连接DE，



在Rt△BDC中，BC=4，∠DBC=30°，

∴BD=2$\sqrt{3}$，

∵∠BDC=90°，点D是BC中点，

∴DE=BE=CE=$\frac{1}{2}$BC=2，

∵∠CBD=30°，

∴∠BDE=∠CBD=30°，

∵BD平分∠ABC，

∴∠ABD=∠DBC，

∴∠ABD=∠BDE，
∴DE∥AB，
∴△DEF∽△BAF，
∴ $\frac{DF}{BF}=\frac{DE}{AB}$，

在Rt△ABD中，∠ABD=30°，BD=$2\sqrt{3}$，

∴AB=3，
∴ $\frac{DF}{BF}=\frac{2}{3}$，
∴ $\frac{DF}{BD}=\frac{2}{5}$，

∴ $DF=\frac{2}{5}BD=\frac{2}{5}\times 2\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}}{5}$.

答案：D

二、填空题：本大题共有8小题，每小题3分，共24分.

13.若a-3b=2，3a-b=6，则b-a的值为_____.

解析：由题意知$\begin{cases}a-3b=2① \\ 3a-b=6②\end{cases}$，

①+②，得：4a-4b=8，
则a-b=2，
∴b-a=-2.
答案：-2

14.不等式组$\begin{cases}2x+7>3(x+1) \\ \frac{2}{3}x-\frac{3x+4}{6}\le\frac{2}{3}\end{cases}$的非负整数解有_____个.

解析：首先正确解不等式组，根据它的解集写出其非负整数解.
解不等式2x+7＞3(x+1)，得：x＜4，
解不等式$\frac{2}{3}x-\frac{3x+4}{6}\le\frac{2}{3}$，得：x≤8，
则不等式组的解集为x＜4，
所以该不等式组的非负整数解为0、1、2、3这4个.
答案：4

15.从-2，-1，1，2四个数中，随机抽取两个数相乘，积为大于-4小于2的概率是_____.
解析：列表如下：

	-2	-1	1	2
-2		2	-2	-4
-1	2		-1	-2
1	-2	-1		2
2	-4	-2	2	

由表可知，共有 12 种等可能结果，其中积为大于-4 小于 2 的有 6 种结果，

∴积为大于-4 小于 2 的概率为 $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

答案：$\frac{1}{2}$

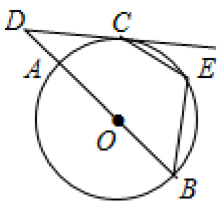
16. 化简：$\frac{x^2-4x+4}{x^2+2x}\div\left(\frac{4}{x+2}-1\right)=$______.

解析：根据分式混合运算顺序和运算法则计算可得.

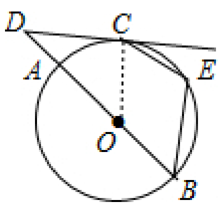
原式$=\frac{(x-2)^2}{x(x+2)}\div\left(\frac{4}{x+2}-\frac{x+2}{x+2}\right)=\frac{(x-2)^2}{x(x+2)}\div\frac{2-x}{x+2}=\frac{(x-2)^2}{x(x+2)}\cdot\frac{x+2}{-(x-2)}=-\frac{x-2}{x}$.

答案：$-\frac{x-2}{x}$

17. 如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，过点 C 的切线与 BA 的延长线交于点 D，点 E 在 $\overset{\frown}{BC}$ 上(不与点 B，C 重合)，连接 BE，CE. 若∠D=40°，则∠BEC=______度.



解析：连接 OC，



∵DC 切⊙O 于 C，

∴∠DCO=90°，

∵∠D=40°，

∴∠COB=∠D+∠DCO=130°，

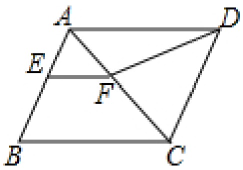
∴$\overset{\frown}{CEB}$ 的度数是 130°，

∴$\overset{\frown}{CAB}$ 的度数是 360°-130°=230°，

∴∠BEC=$\frac{1}{2}$×230°=115°.

答案：115

18.如图，在▱ABCD 中，AC 是一条对角线，EF∥BC，且 EF 与 AB 相交于点 E，与 AC 相交于点 F，3AE=2EB，连接 DF.若 $S_{\triangle AEF}=1$，则 $S_{\triangle ADF}$ 的值为_____.



解析：∵3AE=2EB，

∴可设 AE=2a、BE=3a，

∵EF∥BC，

∴△AEF∽△ABC，

∴$\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{AE}{AB}\right)^2=\left(\frac{2a}{2a+3a}\right)^2=\frac{4}{25}$，

∵$S_{\triangle AEF}=1$，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{25}{4}$，

∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴$S_{\triangle ADC}=S_{\triangle ABC}=\frac{25}{4}$，

∵EF∥BC，

∴$\frac{AF}{FC}=\frac{AE}{BE}=\frac{2a}{3a}=\frac{2}{3}$，

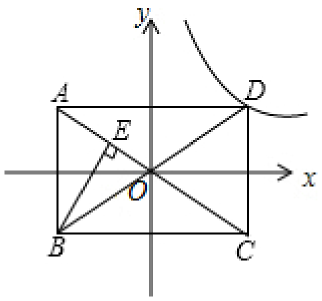
∴$\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle CDF}}=\frac{AF}{CF}=\frac{2}{3}$，

∴$S_{\triangle ADF}=\frac{2}{5}S_{\triangle ADC}=\frac{2}{5}\times\frac{25}{4}=\frac{5}{2}$.

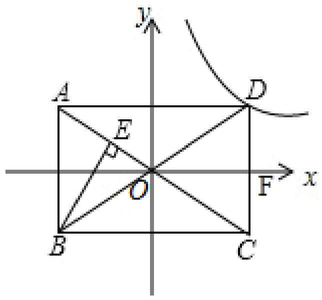
答案：$\frac{5}{2}$

19.以矩形 ABCD 两条对角线的交点 O 为坐标原点，以平行于两边的方向为坐标轴，建立如图

所示的平面直角坐标系，BE⊥AC，垂足为 E.若双曲线 $y=\frac{3}{2x}$ (x＞0)经过点 D，则 OB•BE 的值为_____.



解析：如图，



∵双曲线 $y=\frac{3}{2x}$ (x＞0)经过点 D，

∴ $S_{\text{V}ODF}=\frac{1}{2}k=\frac{3}{4}$，

则 $S_{\text{V}AOB}=2S_{\text{V}ODF}=\frac{3}{2}$，即 $\frac{1}{2}OAgBE=\frac{3}{2}$，

∴OA•BE=3，

∵四边形 ABCD 是矩形，

∴OA=OB，

∴OB•BE=3.

答案：3

20.如图，在 Rt△ACB 中，∠ACB=90°，AC=BC，D 是 AB 上的一个动点(不与点 A，B 重合)，连接 CD，将 CD 绕点 C 顺时针旋转 90°得到 CE，连接 DE，DE 与 AC 相交于点 F，连接 AE.下列结论：

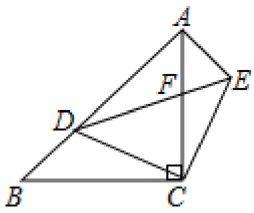
①△ACE≌△BCD;

②若∠BCD=25°，则∠AED=65°；

③DE^2=2CF•CA;

④若 AB=$3\sqrt{2}$，AD=2BD，则 AF=$\frac{5}{3}$.

其中正确的结论是_____.(填写所有正确结论的序号)



解析：∵∠ACB=90°，

由旋转知，CD=CE，∠DCE=90°=∠ACB，

∴∠BCD=∠ACE，

在△BCD和△ACE中，

$$\begin{cases} BC=AC \\ \angle BCD=\angle ACE \\ CD=CE \end{cases},$$

∴△BCD≌△ACE，故①正确；

∵∠ACB=90°，BC=AC，

∴∠B=45°

∵∠BCD=25°，

∴∠BDC=180°-45°-25°=110°，

∵△BCD≌△ACE，

∴∠AEC=∠BDC=110°，

∵∠DCE=90°，CD=CE，

∴∠CED=45°，

则∠AED=∠AEC-∠CED=65°，故②正确；

∵△BCD≌△ACE，

∴∠CAE=∠CBD=45°=∠CEF，

∵∠ECF=∠ACE，

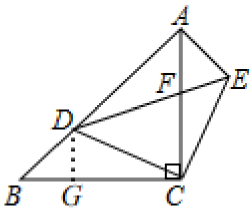
∴△CEF∽△CAE，

∴ $\dfrac{CE}{AC}=\dfrac{CF}{CE}$，

∴CE^2=CF•AC，

在等腰直角三角形CDE中，$DE^2=2CE^2$=2CF•AC，故③正确；

如图，过点D作DG⊥BC于G，



∵AB=$3\sqrt{2}$，

∴AC=BC=3，

∵AD=2BD，

$\therefore BD=\frac{1}{3}AB=\sqrt{2}$，

∴DG=BG=1，

∴CG=BC-BG=3-1=2，

在Rt△CDG中，根据勾股定理得，$CD=\sqrt{CG^{2}+DG^{2}}=\sqrt{5}$，

∵△BCD≌△ACE，

∴CE=$\sqrt{5}$，

∵CE^2=CF·AC，

$\therefore CF=\frac{CE^{2}}{AC}=\frac{5}{3}$，

$\therefore AF=AC-CF=3-\frac{5}{3}=\frac{4}{3}$，故④错误.

综上所述，正确的有①②③.

答案：①②③

三、解答题：本大题共有6小题，共60分.请写出必要的文字说明、计算过程或推理过程.

21.某公司招聘职员两名，对甲、乙、丙、丁四名候选人进行了笔试和面试，各项成绩满分均为100分，然后再按笔试占60%、面试占40%计算候选人的综合成绩(满分为100分).

他们的各项成绩如下表所示：

修造人	笔试成绩/分	面试成绩/分
甲	90	88
乙	84	92
丙	x	90
丁	88	86

(1)直接写出这四名候选人面试成绩的中位数.

解析：(1)根据中位数的概念计算.

答案：(1)这四名候选人面试成绩的中位数为：$\frac{88+90}{2}$=89(分)

答：这四名候选人面试成绩的中位数为89分.

(2)现得知候选人丙的综合成绩为87.6分，求表中x的值.

解析：(2)根据题意列出方程，解方程即可.

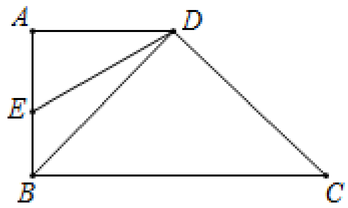
答案：(2)由题意得，x×60%+90×40%=87.6

解得x=86，

答：表中 x 的值为 86.

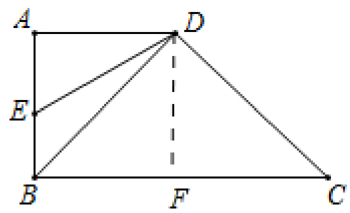
(3)求出其余三名候选人的综合成绩，并以综合成绩排序确定所要招聘的前两名的人选.
解析：(3)根据加权平均数的计算公式分别求出余三名候选人的综合成绩，比较即可.
答案：(3)甲候选人的综合成绩为：90×60%+88×40%=89.2(分)，
乙候选人的综合成绩为：84×60%+92×40%=87.2(分)，
丁候选人的综合成绩为：88×60%+86×40%=87.2(分)，
∴以综合成绩排序确定所要招聘的前两名的人选是甲和丙.

22.如图，在四边形 ABCD 中，AD∥BC，∠ABC=90°，AB=AD，连接 BD，点 E 在 AB 上，且∠BDE=15°，DE=$4\sqrt{3}$，DC=$2\sqrt{21}$.



(1)求 BE 的长.
解析：(1)解直角三角形求出 AD、AE 即可解决问题.
答案：(1)在四边形 ABCD 中，∵AD∥BC，∠ABC=90°，
∴∠BAD=90°，
∵AB=AD，
∴∠ABD=∠ADB=45°，
∵∠BDE=15°，
∴∠ADE=30°，
在 Rt△ADE 中，AE=DE×sin30=$2\sqrt{3}$，AD=DE·cos30°=6，
∴AB=AD=6，
∴BE=6-$2\sqrt{3}$.

(2)求四边形 DEBC 的面积.
(注意：本题中的计算过程和结果均保留根号)
解析：(2)作 DF⊥BC 于 F.则四边形 ABFD 是矩形，解直角三角形求出 CF，即可解决问题；
答案：(2)作 DF⊥BC 于 F.则四边形 ABFD 是矩形，



∴BF=AD=6，DF=AB=6，

在 Rt△DFC 中，$FC=\sqrt{CD^{2}-DF^{2}}=4\sqrt{3}$，

∴BC=6+4$\sqrt{3}$，

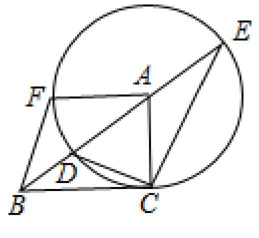
∴$S_{四边形DEBC}=S_{\vartriangle DEB}+S_{\vartriangle BCD}=\frac{1}{2}\times\left(6-2\sqrt{3}\right)\times 6+\frac{1}{2}\left(6+4\sqrt{3}\right)\times 6=36+6\sqrt{3}$.

23. 某商店以固定进价一次性购进一种商品，3 月份按一定售价销售，销售额为 2400 元，为扩大销量，减少库存，4 月份在 3 月份售价基础上打 9 折销售，结果销售量增加 30 件，销售额增加 840 元.

(1)求该商店 3 月份这种商品的售价是多少元？
解析：(1)设该商店 3 月份这种商品的售价为 x 元，则 4 月份这种商品的售价为 0.9x 元，根据数量=总价÷单价结合 4 月份比 3 月份多销售 30 件，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验即可得出结论.
答案：(1)设该商店 3 月份这种商品的售价为 x 元，则 4 月份这种商品的售价为 0.9x 元，
根据题意得：$\frac{2400}{x}=\frac{2400+840}{0.9x}-30$，
解得：x=40，
经检验，x=40 是原分式方程的解.
答：该商店 3 月份这种商品的售价是 40 元.

(2)如果该商店 3 月份销售这种商品的利润为 900 元，那么该商店 4 月份销售这种商品的利润是多少元？
解析：(2)设该商品的进价为 y 元，根据销售利润=每件的利润×销售数量，即可得出关于 y 的一元一次方程，解之即可得出该商品的进价，再利用 4 月份的利润=每件的利润×销售数量，即可求出结论.
答案：(2)设该商品的进价为 y 元，
根据题意得：$\left(40-a\right)\times\frac{2400}{40}=900$，
解得：a=25，
∴$\left(40\times 0.9-25\right)\times\frac{2400+840}{40\times 0.9}=990$ (元).
答：该商店 4 月份销售这种商品的利润是 990 元.

24. 如图，在 Rt△ACB 中，∠ACB=90°，以点 A 为圆心，AC 长为半径的圆交 AB 于点 D，BA 的延长线交⊙A 于点 E，连接 CE，CD，F 是⊙A 上一点，点 F 与点 C 位于 BE 两侧，且∠FAB=∠ABC，连接 BF.



(1)求证：∠BCD=∠BEC.

解析：(1)先利用等角的余角相等即可得出结论.

答案：(1)∵∠ACB=90°，

∴∠BCD+∠ACD=90°，

∵DE 是⊙A 的直径，

∴∠DCE=90°，

∴∠BEC+∠CDE=90°，

∵AD=AC，

∴∠CDE=∠ACD，

∴∠BCD=∠BEC.

(2)若 BC=2，BD=1，求 CE 的长及 sin∠ABF 的值.

解析：(2)先判断出△BDC∽△BCE 得出比例式求出 BE=4，DE=3，利用勾股定理求出 CD，CE，再判断出△AFM∽△BAC，进而判断出四边形 FNCA 是矩形，求出 FN，NC，即：BN，再用勾股定理求出 BF，即可得出结论.

答案：(2)∵∠BCD=∠BEC，∠EBC=∠EBC，

∴△BDC∽△BCE，

∴$\frac{CD}{CE}=\frac{BD}{BC}=\frac{BC}{BE}$，

∵BC=2，BD=1，

∴BE=4，EC=2CD，

∴DE=BE-BD=3，

在 Rt△DCE 中，$DE^2=CD^2+CE^2=9$，

∴CD=$\frac{3\sqrt{5}}{5}$，CE=$\frac{6\sqrt{5}}{5}$，

过点 F 作 FM⊥AB 于 M，

∵∠FAB=∠ABC，∠FMA=∠ACB=90°，

∴△AFM∽△BAC，

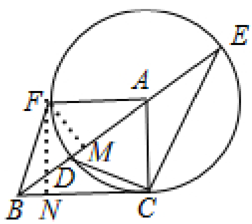
∴$\frac{FM}{AC}=\frac{AF}{AB}$，

∵DE=3，

∴AD=AF=AC=$\frac{3}{2}$，AB=$\frac{5}{2}$，

∴FM=$\frac{9}{10}$，

过点 F 作 FN⊥BC 于 N，



∴∠FNC=90°，
∵∠FAB=∠ABC，
∴FA∥BC，
∴∠FAC=∠ACB=90°，
∴四边形 FNCA 是矩形，
∴FN=AC=$\frac{3}{2}$，NC=AF=$\frac{3}{2}$，
∴BN=$\frac{1}{2}$，
在 Rt△FBN 中，BF=$\frac{\sqrt{10}}{2}$，
在 Rt△FBM 中，$\sin\angle ABF=\frac{FM}{BF}=\frac{9\sqrt{10}}{50}$.

25.如图，在矩形 ABCD 中，AB=3，BC=5，E 是 AD 上的一个动点.

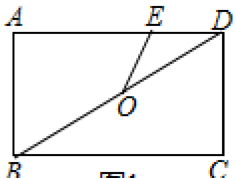


图1

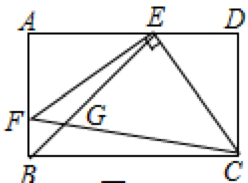


图2

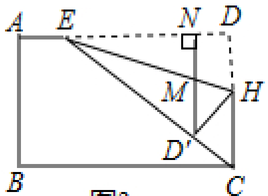


图3

(1)如图 1，连接 BD，O 是对角线 BD 的中点，连接 OE.当 OE=DE 时，求 AE 的长.
解析：(1)先求出 BD，进而求出 OD=OB=OA，再判断出△ODE∽△ADO，即可得出结论.
答案：(1)如图 1，连接 OA，

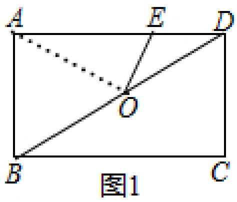


图1

在矩形 ABCD 中，CD=AB=3，AD=BC=5，∠BAD=90°
在 Rt△ABD 中，根据勾股定理得，BD=$\sqrt{34}$，
∵O 是 BD 中点，
∴OD=OB=OA=$\frac{\sqrt{34}}{2}$，
∴∠OAD=∠ODA，
∵OE=DE，
∴∠EOD=∠ODE，
∴∠EOD=∠ODE=∠OAD，

∴△ODE∽△ADO，

∴ $\frac{DO}{AD}=\frac{DE}{DO}$，

∴DO^2=DE•DA，

∴设 AE=x，

∴DE=5-x，

∴ $\left(\frac{\sqrt{34}}{2}\right)^2=5(5-x)$，

∴x=$\frac{33}{10}$，

即：AE=$\frac{33}{10}$.

(2)如图 2，连接 BE，EC，过点 E 作 EF⊥EC 交 AB 于点 F，连接 CF，与 BE 交于点 G.当 BE 平分∠ABC 时，求 BG 的长.

解析：(2)先判断出△AEF≌△DCE，进而求出 BF=1，再判断出△CHG∽△CBF，进而求出 BK=GK=$\frac{5}{6}$，最后用勾股定理即可得出结论.

答案：(2)如图 2，过点 G 作 GK⊥BC 于 K，

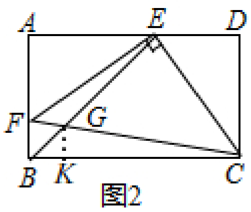


图2

在矩形 ABCD 中，

∵BE 平分∠ABC，

∴∠ABE=∠EBC=45°，

∵AD∥BC，

∴∠AEB=∠EBC，

∴∠ABE=∠AEB，

∴AE=AB=3，

∴AE=CD=3，

∵EF⊥EC，

∴∠FEC=90°，

∴∠AEF+∠CED=90°，

∵∠A=90°，

∴∠AEF+∠AFE=90°，

∴∠CED=∠AFE，

∵∠D=∠A=90°，

∴△AEF≌△DCE，

∴AF=DE=2，

∴BF=AB-AF=1，

∴∠EBC=∠BGK=45°，
∴BK=GK，∠ABC=∠GKC=90°，
∵∠KCG=∠BCF，
∴△CHG∽△CBF，
∴$\dfrac{GK}{FB}=\dfrac{CK}{CB}$，
设 BK=GK=y，
∴CK=5-y，
∴y=$\dfrac{5}{6}$，
∴BK=GK=$\dfrac{5}{6}$，
在 Rt△GKB 中，BG=$\dfrac{5\sqrt{2}}{6}$.

(3)如图 3，连接 EC，点 H 在 CD 上，将矩形 ABCD 沿直线 EH 折叠，折叠后点 D 落在 EC 上的点 D′ 处，过点 D′ 作 D′ N⊥AD 于点 N，与 EH 交于点 M，且 AE=1.

①求$\dfrac{S_{\vee ED'M}}{S_{\vee EMN}}$的值.

②连接 BE，△D′ MH 与△CBE 是否相似？请说明理由.

解析：(3)①先求出 EC=5，再求出 D′ C=1，根据勾股定理求出 DH=$\dfrac{4}{3}$，CH=$\dfrac{5}{3}$，再判断出△EMN∽△EHD，的粗$\dfrac{MN}{HD}=\dfrac{EM}{EH}$，△ED′ M∽△ECH，得出$\dfrac{D'M}{CH}=\dfrac{EM}{EH}$，进而得出$\dfrac{D'M}{MN}=\dfrac{CH}{HD}=\dfrac{5}{4}$，即可得出结论.

②先判断出∠MD′ H=∠NED′，进而判断出∠MD′ H=∠ECB，即可得出$\dfrac{D'M}{CB}=\dfrac{D'H}{CE}$，即可.

答案：(3)①在矩形 ABCD 中，∠D=90°，
∵AE=1，AD=5，
∴DE=4，
∵DC=3，
∴EC=5，
由折叠知，ED′ =ED=4，D′ H=DH，∠ED′ H=∠D=90°，
∴D′ C=1，
设 D′ H=DH=z，
∴HC=3-z，
根据勾股定理得，$(3-z)^2=1+z^2$，
∴z=$\dfrac{4}{3}$，
∴DH=$\dfrac{4}{3}$，CH=$\dfrac{5}{3}$，

∵D′N⊥AD，

∴∠AND′=∠D=90°，

∴D′N∥DC，

∴△EMN∽△EHD，

∴$\frac{MN}{HD}=\frac{EM}{EH}$，

∵D′N∥DC，

∴∠ED′M=∠ECH，

∵∠MED′=∠HEC，

∴△ED′M∽△ECH，

∴$\frac{D'M}{CH}=\frac{EM}{EH}$，

∴$\frac{MN}{HD}=\frac{D'M}{CH}$，

∴$\frac{D'M}{MN}=\frac{CH}{HD}=\frac{5}{4}$，

∴$\frac{S_{\triangle ED'M}}{S_{\triangle EMN}}=\frac{5}{4}$.

②相似，理由：由折叠知，∠EHD′=∠EHD，∠ED′H=∠D=90°，

∴∠MD′H+∠ED′N=90°，

∵∠END′=90°，

∴∠ED′N+∠NED′=90°，

∴∠MD′H=∠NED′，

∵D′N∥DC，

∴∠EHD=∠D′MH，

∴∠EHD′=∠D′MH，

∴D′M=D′H，

∵AD∥BC，

∴∠NED′=∠ECB，

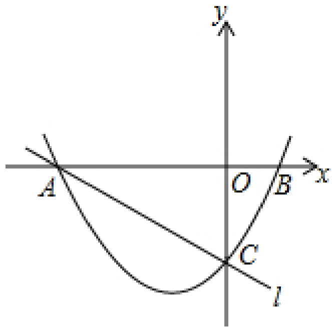
∴∠MD′H=∠ECB，

∵CE=CB=5，

∴$\frac{D'M}{CB}=\frac{D'H}{CE}$，

∴△D′MH∽△CBE.

26.如图，在平面直角坐标系中，已知抛物线$y=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x-2$与x轴交于A，B两点(点A在点B的左侧)，与y轴交于点C，直线l经过A，C两点，连接BC.



(1)求直线 l 的解析式.

解析：(1)根据题目中的函数解析式可以求得点 A 和点 C 的坐标，从而可以求得直线 l 的函数解析式.

答案：(1)∵抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x-2$，

∴当 y=0 时，得 $x_1=1$，$x_2=-4$，当 x=0 时，y=-2，

∵抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x-2$ 与 x 轴交于 A，B 两点(点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C，

∴点 A 的坐标为(-4，0)，点 B(1，0)，点 C(0，-2)，

∵直线 l 经过 A，C 两点，设直线 l 的函数解析式为 y=kx+b，

$\begin{cases}-4k+b=0\\ b=-2\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=-\frac{1}{2}\\ b=-2\end{cases}$，

即直线 l 的函数解析式为 $y=-\frac{1}{2}x-2$.

(2)若直线 x=m(m＜0)与该抛物线在第三象限内交于点 E，与直线 l 交于点 D，连接 OD.当 OD⊥AC 时，求线段 DE 的长.

解析：(2)根据题意作出合适的辅助线，利用三角形相似和勾股定理可以解答本题.

答案：(2)直线 ED 与 x 轴交于点 F，如右图 1 所示，

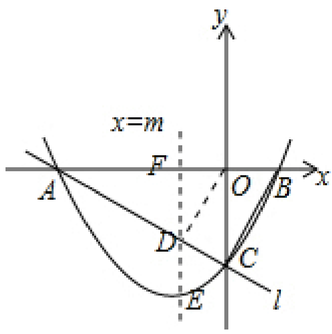


图1

由(1)可得，

AO=4，OC=2，∠AOC=90°，

∴AC=$2\sqrt{5}$，

$\therefore OD=\dfrac{4\times 2}{2\sqrt{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$，

∵OD⊥AC，OA⊥OC，∠OAD=∠CAO，

∴△AOD∽△ACO，

$\therefore \dfrac{AD}{AO}=\dfrac{AO}{AC}$，

即 $\dfrac{AD}{4}=\dfrac{4}{2\sqrt{5}}$，得 $AD=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$，

∵EF⊥x 轴，∠ADC=90°，

∴EF∥OC，

∴△ADF∽△ACO，

$\therefore \dfrac{AF}{AO}=\dfrac{DF}{OC}=\dfrac{AD}{AC}$，

解得，AF=$\dfrac{16}{5}$，DF=$\dfrac{8}{5}$，

$\therefore OF=4-\dfrac{16}{5}=\dfrac{4}{5}$，

∴m=$-\dfrac{4}{5}$，

当 m=$-\dfrac{4}{5}$时，$y=\dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{4}{5}\right)^2+\dfrac{3}{2}\times\left(-\dfrac{4}{5}\right)-2=-\dfrac{72}{25}$，

∴EF=$\dfrac{72}{25}$，

$\therefore DE=EF-FD=\dfrac{72}{25}-\dfrac{8}{5}=\dfrac{32}{25}$.

(3)取点 G(0，-1)，连接 AG，在第一象限内的抛物线上，是否存在点 P，使∠BAP=∠BCO-∠BAG？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

解析：(3)根据题意画出相应的图形，然后根据锐角三角函数可以求得∠OAC=∠OCB，然后根据题目中的条件和图形，利用锐角三角函数和勾股定理即可解答本题.

答案：(3)存在点 P，使∠BAP=∠BCO-∠BAG，

理由：作 GM⊥AC 于点 M，作 PN⊥x 轴于点 N，如右图 2 所示，

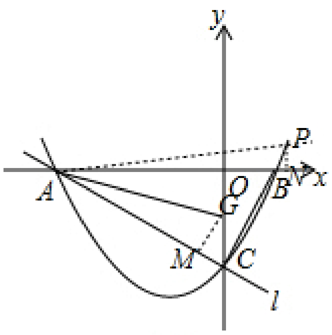


图2

∵点 A(-4，0)，点 B(1，0)，点 C(0，-2)，

∴OA=4，OB=1，OC=2，

∴ $\tan\angle OAC=\frac{OC}{OA}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$， $\tan\angle OCB=\frac{OB}{OC}=\frac{1}{2}$，AC=$2\sqrt{5}$，

∴∠OAC=∠OCB，

∵∠BAP=∠BCO-∠BAG，∠GAM=∠OAC-∠BAG，

∴∠BAP=∠GAM，

∵点 G(0，-1)，AC=$2\sqrt{5}$，OA=4，

∴OG=1，GC=1，

∴AG=$\sqrt{17}$，$\frac{AC\,\mathrm{g}\,GM}{2}=\frac{CG\,\mathrm{g}\,OA}{2}$，即 $\frac{2\sqrt{5}\,\mathrm{g}\,GM}{2}=\frac{1\times 4}{2}$，

解得，GM=$\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

∴ $AM=\sqrt{AG^{2}-GM^{2}}=\sqrt{\left(\sqrt{17}\right)^{2}-\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^{2}}=\frac{9\sqrt{5}}{5}$，

∴ $\tan\angle GAM=\frac{GM}{AM}=\frac{\frac{2\sqrt{5}}{5}}{\frac{9\sqrt{5}}{5}}=\frac{2}{9}$，

∴tan∠PAN=$\frac{2}{9}$，

设点 P 的坐标为(n，$\frac{1}{2}n^{2}+\frac{3}{2}n-2$)，

∴AN=4+n，PN=$\frac{1}{2}n^{2}+\frac{3}{2}n-2$，

∴ $\frac{\frac{1}{2}n^{2}+\frac{3}{2}n-2}{n+4}=\frac{2}{9}$，

解得，$n_1=\frac{13}{9}$，$n_2=-4$(舍去)，

当 n=$\frac{13}{9}$ 时，$\frac{1}{2}n^{2}+\frac{3}{2}n-2=\frac{1}{2}\times\left(\frac{13}{9}\right)^{2}+\frac{3}{2}\times\frac{13}{9}-2=\frac{98}{81}$，

∴点 P 的坐标为($\frac{13}{9}$，$\frac{98}{81}$)，

即存在点 P($\frac{13}{9}$，$\frac{98}{81}$)，使∠BAP=∠BCO-∠BAG.