北京市2005年高级中等学校招生统一考试（海淀卷）数学试卷

一. 选择题：（本题共24分，每小题4分）

在下列各题的四个备选答案中，只有一个是正确的。

1. 一个数的相反数是3，则这个数是（　　）

A. $-\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. -3　　D. 3

2. 同时抛掷两枚质地均匀的正方体骰子，骰子的六个面上分别刻有1到6的点数，下列事件中是不可能事件的是（　　）

A. 点数之和为12　　B. 点数之和小于3

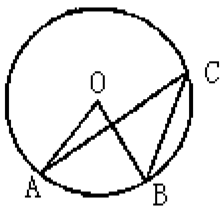
C. 点数之和大于4且小于8　　D. 点数之和为13

3. 已知$(1-m)^2+|n+2|=0$，则m+n的值为（　　）

A. -1　　B. -3　　C. 3　　D. 不确定

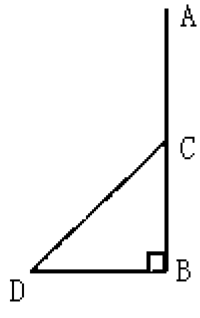
4. 如图，C是⊙O上一点，O是圆心，若$\angle C=35°$，则$\angle AOB$的度数为（　　）

A. $35°$　　B. $70°$　　C. $105°$　　D. $150°$



5. 如图，电线杆AB的中点C处有一标志物，在地面D点处测得标志物的仰角为45°，若点D到电线杆底部点B的距离为a，则电线杆AB的长可表示为（　　）

A. a　　B. 2a　　C. $\frac{3}{2}a$　　D. $\frac{5}{2}a$



6. 用一块等边三角形的硬纸片（如图1）做一个底面为等边三角形且高相等的无盖的盒子（边缝忽略不计，如图2），在ΔABC的每个顶点处各需剪掉一个四边形，其中四边形AMDN中，∠MDN的度数为（　　）

A. $100°$　　B. $110°$　　C. $120°$　　D. $130°$

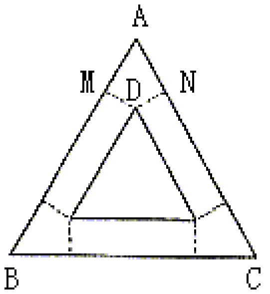


图1

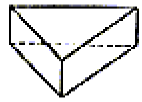


图2

二. 填空题：（本题共 24 分，每小题 4 分）

7. 103000 用科学记数法可表示为______________。

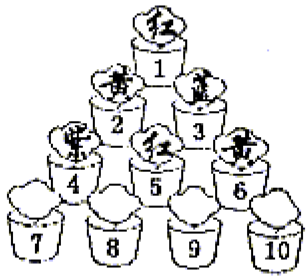
8. 函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{x-3}}$ 中，自变量 x 的取值范围是______________。

9. 某校初三（2）班想举办班徽设计比赛，全班 50 名同学，计划每位同学交设计方案一份，拟评选出 10 份为一等奖，那么该班某位同学获一等奖的概率为______________。

10. 用“”“”定义新运算：对于任意实数 a,b，都有 ab=a 和 ab=b。例如，32=3，32=2，则（20062005）（20042003）=______________。

11. 已知圆柱的底面半径为 2cm，母线长为 3cm，则该圆柱的侧面展开图的面积为______________cm^2。

12. 把编号为 1，2，3，4，…的若干盆花按下图所示摆放，花盆中的花按红、黄、蓝、紫的颜色依次循环排列，则第 8 行从左边数第 6 盆花的颜色为______________色。



……

三. 解答题：（本题共 30 分，每小题 5 分）

13. 计算：$-2^3\times 2^{-1}+\sqrt{12}\div(\tan 30°-\cos 45°)^0$

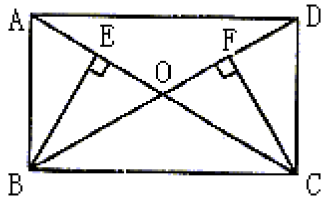
14. 先化简，再求值：$\dfrac{m}{m+3}-\dfrac{6}{m^2-9}\div\dfrac{2}{m-3}$，其中$m=-2$。

15. 解方程组 $\begin{cases}x-4y=-1\\2x+y=16\end{cases}$

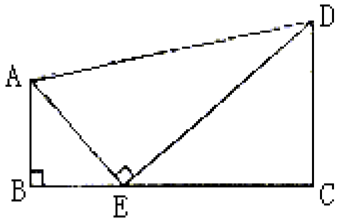
16. 解不等式 $2x-1\geq\dfrac{10x+1}{6}$

17. 如图，矩形 ABCD 中，AC 与 BD 交于 O 点，$BE \perp AC$ 于 E，$CF \perp BD$ 于 F。

求证 BE=CF。



18. 如图，梯形 ABCD 中，AB//DC，$\angle B = 90°$，E 为 BC 上一点，且 $AE \perp ED$。若 BC=12，DC=7，BE：EC=1：2，求 AB 的长。



四. 解答题：（本题共 20 分，第 19、21 题各 5 分，第 20 题 4 分，第 22 题 6 分）

19. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点（4，$\frac{1}{2}$），若一次函数 $y = x + 1$ 的图象平移后经过该反比例函数图象上的点 B（2，m），求平移后的一次函数图象与 x 轴的交点坐标。

20. 甲、乙两名运动员在 6 次百米跑训练中的成绩如下。（单位：秒）

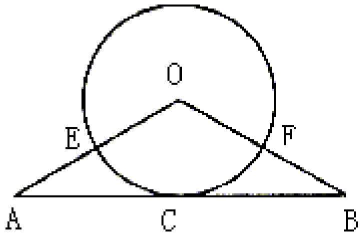
甲	10.8	10.9	11.0	10.7	11.2	10.8
乙	10.9	10.9	10.8	10.8	10.5	10.9

请你比较这两组数据中的众数、平均数、中位数，谈谈你的看法。

21. 如图，ΔABO 中，OA=OB，以 O 为圆心的圆经过 AB 中点 C，且分别交 OA、OB 于点 E、F。

（1）求证 AB 是⊙O 的切线；

（2）求 ΔABO 腰上的高等于底边的一半，且 $AB = 4\sqrt{3}$，求 $\overset{\frown}{ECF}$ 的长。



22. 印制一本书，为了使装订成书后页码恰好为连续的自然数，可按如下方法操作：先将一张整版的纸，对折一次为 4 页，再对折一次为 8 页，连续对折三次为 16 页，……；然后再排页码。如果想设计一本 16 页的毕业纪念册，请你按图 1、图 2、图 3（图中的 1，16 表示页码）的方法折叠，在图 4 中填上按这种折叠方法得到的各页在该面相应位置上的页码。

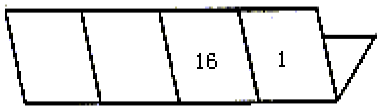


图1

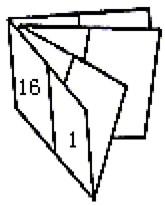


图2

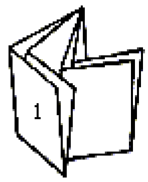


图3

		16	1

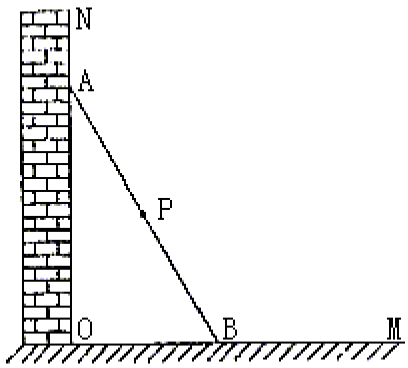
图 4

五. 解答题：（本题共 22 分，第 23 题 6 分，第 24 题 8 分，第 25 题 8 分）

23. 如图所示，一根长 2a 的木棍（AB），斜靠在与地面（OM）垂直的墙（ON）上，设木棍的中点为 P。若木棍 A 端沿墙下滑，且 B 端沿地面向右滑行。

（1）请判断木棍滑动的过程中，点 P 到点 O 的距离是否变化，并简述理由。

（2）在木棍滑动的过程中，当滑动到什么位置时，ΔAOB 的面积最大？简述理由，并求出面积的最大值。



24. 已知抛物线 $y=x^2-mx+m-2$。

（1）求证此抛物线与 x 轴有两个不同的交点；

（2）若 m 是整数，抛物线 $y=x^2-mx+m-2$ 与 x 轴交于整数点，求 m 的值；

（3）在（2）的条件下，设抛物线顶点为 A，抛物线与 x 轴的两个交点中右侧交点为 B。若 M 为坐标轴上一点，且 MA=MB，求点 M 的坐标。

25. 已知 ΔABC，分别以 AB、BC、CA 为边向形外作等边三角形 ABD、等边三角形 BCE、等边三角形 ACF。

（1）如图 1，当 ΔABC 是等边三角形时，请你写出满足图中条件，四个成立的结论；

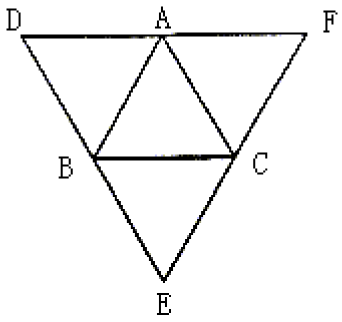


图1

（2）如图 2，当ΔABC中只有$\angle ACB=60^\circ$时，请你证明$S_{\Delta ABC}$与$S_{\Delta ABD}$的和等于$S_{\Delta BCE}$与$S_{\Delta ACF}$的和。

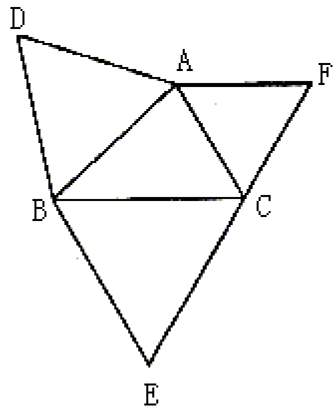


图2

【试题答案】

一. 选择题：（本题共 24 分，每小题 4 分）

1. C　　2. D　　3. A　　4. B　　5. B　　6. C

二. 填空题：（本题共 24 分，每小题 4 分）

7. 1.03×10^{5}　　8. $x>3$　　9. $\frac{1}{5}$　　10. 2005　　11. 12π　　12. 黄

三. 解答题：（本题共 30 分，每小题 5 分）

13. 解：$-2^{3}\times2^{-1}+\sqrt{12}\div(\tan30°-\cos45°)^{0}$

$=-8\times\frac{1}{2}+2\sqrt{3}\div1$ ……………………………4 分

$=-4+2\sqrt{3}$ ………………………………………5 分

14. 解：$\frac{m}{m+3}-\frac{6}{m^{2}-9}\div\frac{2}{m-3}$

$=\frac{m}{m+3}-\frac{6}{(m+3)(m-3)}\bullet\frac{m-3}{2}$ ……………………2 分

$=\frac{m-3}{m+3}$ ……………………………………………………4 分

当$m=-2$时，原式$=\frac{-2-3}{-2+3}=-5$ ……………………………5 分

15. 解方程组$\begin{cases}x-4y=-1 & (1)\\2x+y=16 & (2)\end{cases}$

解：由(1)，得$x=4y-1$　(3) ………………………………1 分

把(3)代入(2)，得$2(4y-1)+y=16$

即$y=2$

把$y=2$代入(3)，得$x=7$

所以原方程组的解为$\begin{cases}x=7\\y=2\end{cases}$ ………………………………5 分

16. 解：$6(2x-1)\geq10x+1$ ………………………………1 分

$12x-10x\geq1+6$

$2x \ge 7$ ……………………………3 分

$x \ge \frac{7}{2}$ ……………………………5 分

所以原不等式的解集为 $x \ge \frac{7}{2}$

17. 证明：因为四边形 ABCD 为矩形

所以 $AC = BD$，则 $BO = CO$ ……………………1 分

因为 $BE \perp AC$ 于 E，$CF \perp BD$ 于 F

所以 $\angle BEO = \angle CFO = 90°$

又因为 $\angle BOE = \angle COF$

则 $\Delta BOE \cong \Delta COF$ ……………………………4 分

所以 BE=CF……………………………………5 分

18. 解：因为 AB//DC，且 $\angle B = 90°$

所以 $\angle AEB + \angle BAE = 90°$ 及 $\angle C = 90°$ ……………………1 分

所以 $\angle AEB + \angle CED = 90°$

故 $\angle BAE = \angle CED$………………2分

所以 $\Delta EAB \sim \Delta DEC$

所以 $\frac{AB}{EC} = \frac{BE}{CD}$ ……………………3分

又 $BE：EC = 1：2$，且 $BC = 12$ 及 $DC = 7$

故 $\frac{AB}{8} = \frac{4}{7}$ …………………………4分

则 $AB = \frac{32}{7}$ …………………………5分

四. 解答题：（本题共 20 分，第 19、21 题各 5 分，第 20 题 4 分，第 22 题 6 分）

19. 解：由于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过点（4，$\frac{1}{2}$）

所以 $\frac{1}{2} = \frac{k}{4}$

解得 $k = 2$……………………1分

所以反比例函数的解析式为 $y = \frac{2}{x}$

又因为 B（2，m）在 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上

所以 $m = \frac{2}{2} = 1$……………………2分

所以B（2，1）

设由$y = x + 1$的图象平移后得到的函数解析式为$y = x + b$

由题意知$y = x + b$的图象过B（2，1）

所以$1 = 2 + b$

解得$b = -1$……………………3分

故平移后的一次函数解析式为$y = x - 1$

令$y = 0$，则$0 = x - 1$

解得$x = 1$………………………………4分

所以平移后的一次函数图象与x轴的交点坐标为（1，0）…………5分

20. 解：甲的众数、平均数、中位数依次为 10.8　　10.9　　10.85

乙的众数、平均数、中位数依次为 10.9　　10.8　　10.85

说明：众数、平均数、中位数比较正确一组给 1 分，看法合理给 1 分。

21. 解：（1）证明：连结 OC……………………1 分

因为$OA = OB$，$AC = BC$

所以$OC \perp AB$

故 AB 是⊙O 的切线。…………………………2 分

（2）过 B 点作$BD \perp AO$，交 AO 延长线于 D 点

由题意有 AB=2BD，由题目条件

有$AB = 4\sqrt{3}$

在直角三角形ABD中，根据正弦定义$\sin A = \frac{BD}{AB} = \frac{1}{2}$

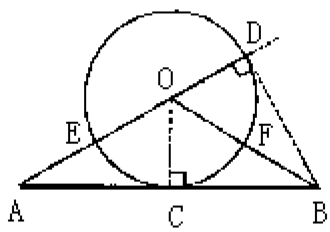
所以$\angle A = 30°$……………………3分

在直角三角形ACO中，$AC = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{3}$，$\angle A = 30°$，则$AO = 2OC$

由勾股定理，求得$OC = 2$……………………4分

因为$OA = OB$，且$\angle A = 30°$，所以$\angle AOB = 120°$

由弧长公式可求得$\overset{\frown}{ECF}$的长为$\frac{4}{3}\pi$…………………………5分



22. 解：

8	9	16	1
5	12	13	4

说明：每填对一个页码给 1 分。

五. 填空题：（本题共 22 分，第 23 题 6 分，第 24 题 8 分，第 25 题 8 分）

23. 解：（1）不变。……………………………1 分

理由：在直角三角形中，因为斜边 AB 的长不变，由性质有斜边中线 OP 长不变。

……………………3 分

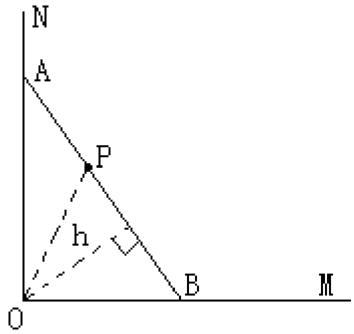
（2）当ΔAOB的斜边 AB 上的高 h 等于中线 OP 时，ΔAOB的面积最大………4 分

如图，若 h 与 OP 不相等，则总有 h<OP

故根据三角形面积公式，有 h 与 OP 相等时ΔAOB的面积最大………………5 分

此时，$S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}AB\bullet h=\frac{1}{2}\times 2a\bullet a=a^2$

所以ΔAOB的面积最大值为a^2……………………6 分



24. 解：（1）证明：令$y=0$，则$x^2-mx+m-2=0$

因为$\Delta=m^2-4m+8=(m-2)^2+4>0$………………1分

所以此抛物线与x轴有两个不同的交点………………2分

（2）因为关于 x 的方程$x^2-mx+m-2=0$的根为$x=\frac{m\pm\sqrt{(m-2)^2+4}}{2}$

由 m 为整数，当$(m-2)^2+4$为完全平方数时，此抛物线与 x 轴才有可能交于整数点

设$(m-2)^2+4=n^2$（其中n为整数）……………………3 分

所以$[n+(m-2)][n-(m-2)]=4$

因为$n+(m-2)$与$n-(m-2)$的奇偶性相同

所以$\begin{cases}n+m-2=2\\n-m+2=2\end{cases}$或$\begin{cases}n+m-2=-2\\n-m+2=-2\end{cases}$

解得$m=2$

经检验，当$m=2$时，关于x的方程$x^2-mx+m-2=0$有整数根

所以$m=2$……………………5分

（3）当 m=2 时，此二次函数解析式为$y=x^2-2x=(x-1)^2-1$

则顶点 A 的坐标为（1，-1）

抛物线与 x 轴的交点为 O（0，0），B（2，0）

设抛物线的对称轴与 x 轴交于M_1，则M_1（1，0）

在直角三角形AM_1O中，由勾股定理，得$AO=\sqrt{2}$

由抛物线的对称性可得，$AB=AO=\sqrt{2}$

又$(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2=2^2$

即$OA^2+AB^2=OB^2$

所以ΔABO为等腰直角三角形……………………6分

则$M_1A=M_1B$

所以M_1（1，0）为所求的点……………………7分

若满足条件的点M_2在y轴上时，设M_2坐标为（0，y）

过A作$AN\perp y$轴于N，连结AM_2、BM_2，则$M_2A=M_2B$

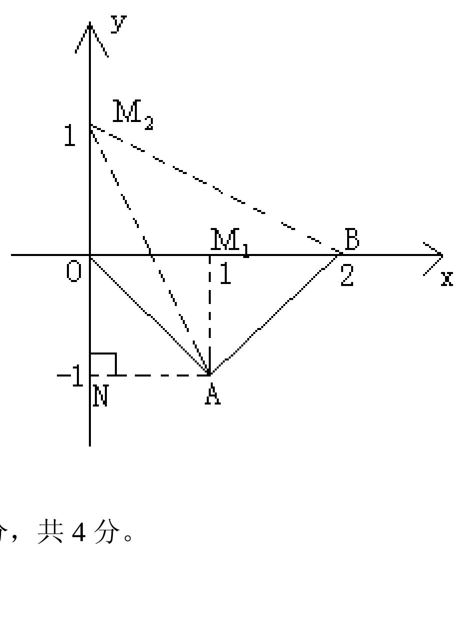
由勾股定理，有$M_2A^2=M_2N^2+AN^2$；$M_2B^2=M_2O^2+OB^2$

即$(y+1)^2+1^2=y^2+2^2$

解得$y=1$

所以M_2（0，1）为所求的点……………………8分

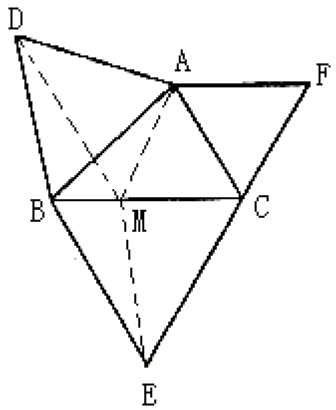
综上所述满足条件的M点的坐标为（1，0）或（0，1）



25. 解：（1）略

每正确地写出一个结论得 1 分，共 4 分。

（2）解法一：过 A 作 AM//FC 交 BC 于 M，连结 DM、EM



因为$\angle ACB = 60^\circ$，$\angle CAF = 60^\circ$

所以$\angle ACB = \angle CAF$

所以$AF // MC$

所以四边形AMCF为平行四边形

又因为$FA = FC$

所以平行四边形AMCF为菱形……………………5分

所以$AC = CM = AM$，且$\angle MAC = 60^\circ$

在ΔBAC与ΔEMC中，$CA = CM$，$\angle ACB = \angle MCE$，$CB = CE$

所以$\Delta BAC \cong \Delta EMC$

所以$BA = EM$

在ΔADM与ΔABC中，$AM = AC$，$\angle DAM = \angle BAC$，$DA = BA$

所以$\Delta ADM \cong \Delta ABC$

所以$DM = BC$

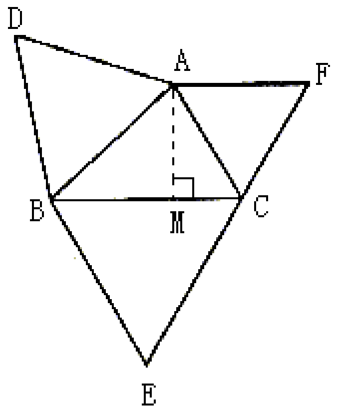
则$DM = EB$，$DB = EM$

所以四边形DBEM为平行四边形……………………7分

所以$S_{\Delta BDM} + S_{\Delta DAM} + S_{\Delta MAC} = S_{\Delta BEM} + S_{\Delta EMC} + S_{\Delta ACF}$

即$S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ABD} = S_{\Delta BCE} + S_{\Delta ACF}$……………………8分

解法二：过 A 作 $AM \perp BC$ 于 M，设 BC=a，AC=b



而$\angle ACB=60°$，则可求得$AB^2=a^2+b^2-ab$……………………3 分

可求得$S_{\Delta ACF}=\frac{1}{2}b\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}b=\frac{\sqrt{3}}{4}b^2$

类似的可求得$S_{\Delta BCE}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$　　　$S_{\Delta ABD}=\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+b^2-ab)$

又$S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}ab$…………………………7分

所以$S_{\Delta ABC}+S_{\Delta ABD}=S_{\Delta BCE}+S_{\Delta ACF}$……………………8分