

2017年贵州省黔东南州中考真题数学

一、选择题(本大题共10小题,每小题4分,共40分)

1. $|-2|$ 的值是()

A. -2

B. 2

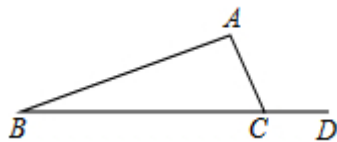
C. $-\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

解析: $\because -2 < 0, \therefore |-2| = 2.$

答案: B.

2. 如图, $\angle ACD = 120^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数是()



A. 120°

B. 90°

C. 100°

D. 30°

解析: $\angle A = \angle ACD - \angle B = 120^\circ - 20^\circ = 100^\circ.$

答案: C

3. 下列运算结果正确的是()

A. $3a - a = 2$

B. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

C. $6ab^2 \div (-2ab) = -3b$

D. $a(a+b) = a^2 + b$

解析: A、原式 $= 2a$, 不符合题意;

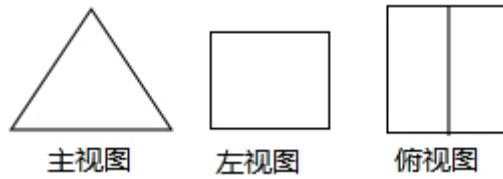
B、原式 $= a^2 - 2ab + b^2$, 不符合题意;

C、原式 $= -3b$, 符合题意;

D、原式 $= a^2 + ab$, 不符合题意.

答案: C

4. 如图所示, 所给的三视图表示的几何体是()

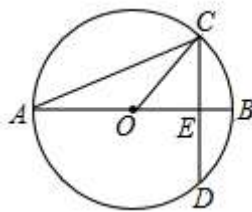


- A. 圆锥
- B. 正三棱锥
- C. 正四棱锥
- D. 正三棱柱

解析：∵左视图和俯视图都是长方形，∴此几何体为柱体，
 ∵主视图是一个三角形，∴此几何体为正三棱柱.

答案：D

5. 如图，⊙O 的直径 AB 垂直于弦 CD，垂足为 E，∠A=15°，半径为 2，则弦 CD 的长为()



- A. 2
- B. -1
- C. $\sqrt{2}$
- D. 4

解析：∵⊙O 的直径 AB 垂直于弦 CD，∴CE=DE，∠CEO=90°，
 ∵∠A=15°，∴∠COE=30°，
 ∵OC=2，∴CE= $\frac{1}{2}$ OC=1，∴CD=2OE=2.

答案：A

6. 已知一元二次方程 $x^2-2x-1=0$ 的两根分别为 x_1, x_2 ，则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值为()

- A. 2
- B. -1
- C. $-\frac{1}{2}$
- D. -2

解析：根据题意得 $x_1+x_2=2$ ， $x_1x_2=-1$ ，所以 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1+x_2}{x_1x_2} = \frac{2}{-1} = -2$.

答案：D

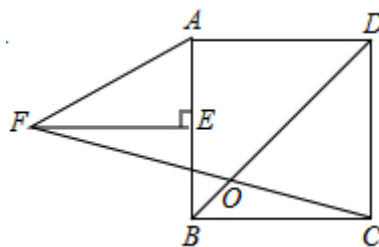
7. 分式方程 $\frac{3}{x(x+1)} = 1 - \frac{3}{x+1}$ 的根为()

- A. -1 或 3
- B. -1
- C. 3
- D. 1 或 -3

解析：去分母得： $3 = x^2 + x - 3x$ ，解得： $x = -1$ 或 $x = 3$ ，
经检验 $x = -1$ 是增根，分式方程的根为 $x = 3$ 。

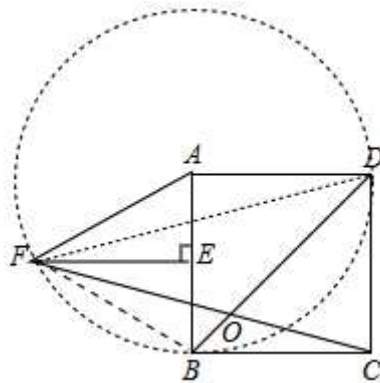
答案：C

8. 如图，正方形 ABCD 中，E 为 AB 中点， $FE \perp AB$ ， $AF = 2AE$ ，FC 交 BD 于 O，则 $\angle DOC$ 的度数为()



- A. 60°
- B. 67.5°
- C. 75°
- D. 54°

解析：如图，连接 DF、BF。



$\because FE \perp AB$ ， $AE = EB$ ， $\therefore FA = FB$ ，

$\because AF = 2AE$ ， $\therefore AF = AB = FB$ ， $\therefore \triangle AFB$ 是等边三角形，

$\because AF = AD = AB$ ， \therefore 点 A 是 $\triangle DBF$ 的外接圆的圆心， $\therefore \angle FDB = \frac{1}{2} \angle FAB = 30^\circ$ ，

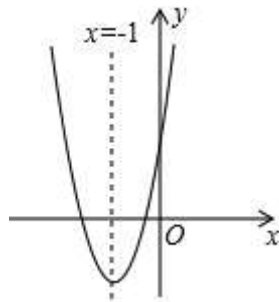
\because 四边形 ABCD 是正方形， $\therefore AD = BC$ ， $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle ADB = \angle DBC = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle FAD = \angle FBC$ ， $\therefore \triangle FAD \cong \triangle FBC$ ， $\therefore \angle ADF = \angle FCB = 15^\circ$ ， $\therefore \angle DOC = \angle OBC + \angle OCB = 60^\circ$ 。

答案：A

9. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x = -1$ ，给出下列结论：① $b^2 = 4ac$ ；② abc

>0 ; ③ $a>c$; ④ $4a-2b+c>0$, 其中正确的个数有()



- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

解析: ①∵抛物线与 x 轴有 2 个交点, $\therefore \Delta=b^2-4ac>0$, 所以①错误;

②∵抛物线开口向上, $\therefore a>0$,

∵抛物线的对称轴在 y 轴的右侧, $\therefore a、b$ 同号, $\therefore b>0$,

∵抛物线与 y 轴交点在 x 轴上方, $\therefore c>0$, $\therefore abc>0$, 所以②正确;

③∵ $x=-1$ 时, $y<0$, 即 $a-b+c<0$,

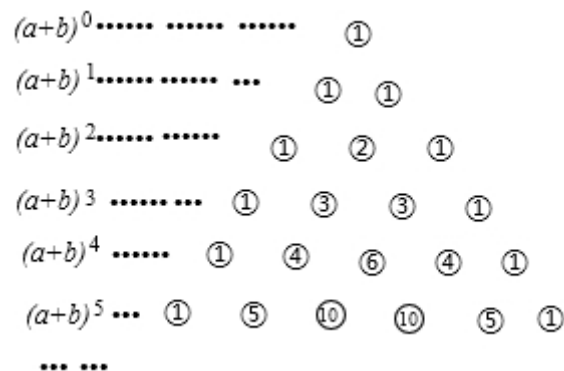
∵对称轴为直线 $x=-1$, $\therefore -\frac{b}{2a}=-1$, $\therefore b=2a$, $\therefore a-2a+c<0$, 即 $a>c$, 所以③正确;

④∵抛物线的对称轴为直线 $x=-1$, $\therefore x=-2$ 和 $x=0$ 时的函数值相等, 即 $x=-2$ 时, $y>0$, $\therefore 4a-2b+c>0$, 所以④正确.

所以本题正确的有: ②③④, 三个,

答案: C

10. 我国古代数学的许多创新和发展都位居世界前列, 如南宋数学家杨辉(约 13 世纪)所著的《详解九章算术》一书中, 用如图的三角形解释二项和 $(a+b)^n$ 的展开式的各项系数, 此三角形称为“杨辉三角”.



根据“杨辉三角”请计算 $(a+b)^{20}$ 的展开式中第三项的系数为()

- A. 2017
- B. 2016
- C. 191
- D. 190

解析: 找规律发现 $(a+b)^3$ 的第三项系数为 $3=1+2$;

$(a+b)^4$ 的第三项系数为 $6=1+2+3$;
 $(a+b)^5$ 的第三项系数为 $10=1+2+3+4$;
 不难发现 $(a+b)^n$ 的第三项系数为 $1+2+3+\dots+(n-2)+(n-1)$,
 $\therefore (a+b)^{20}$ 第三项系数为 $1+2+3+\dots+20=190$.

答案: D

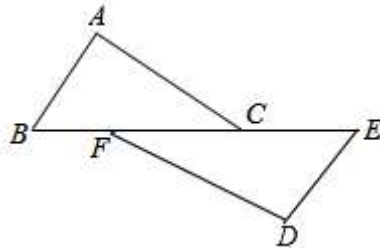
二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 在平面直角坐标系中有一点 $A(-2, 1)$, 将点 A 先向右平移 3 个单位, 再向下平移 2 个单位, 则平移后点 A 的坐标为_____.

解析: 由题意可知: A 的横坐标+3, 纵坐标-2, 即可求出平移后的坐标, \therefore 平移后 A 的坐标为 $(1, -1)$.

答案: $(1, -1)$

12. 如图, 点 B, F, C, E 在一条直线上, 已知 $FB=CE, AC \parallel DF$, 请你添加一个适当的条件_____使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



解析: 添加 $\angle A = \angle D$. 理由如下:

$\because FB=CE, \therefore BC=EF$.

又 $\because AC \parallel DF, \therefore \angle ACB = \angle DFE$. \therefore 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中,
$$\begin{cases} \angle A = \angle D, \\ \angle ACB = \angle DFE, \\ BC = EF, \end{cases} \therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$$

(AAS).

答案: $\angle A = \angle D$

13. 在实数范围内因式分解: $x^5 - 4x =$ _____.

解析: 原式 $= x(x^4 - 2^2) = x(x^2 + 2)(x^2 - 2) = x(x^2 + 2)(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$.

答案: $x(x^2 + 2)(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$

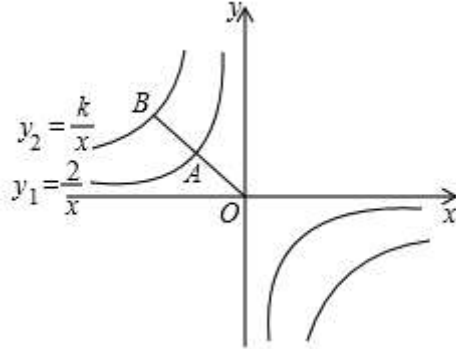
14. 黔东南下司“蓝莓谷”以盛产“优质蓝莓”而吸引来自四面八方的游客, 某果农今年的蓝莓得到了丰收, 为了了解自家蓝莓的质量, 随机从种植园中抽取适量蓝莓进行检测, 发现在多次重复的抽取检测中“优质蓝莓”出现的频率逐渐稳定在 0.7, 该果农今年的蓝莓总产量约为 800kg, 由此估计该果农今年的“优质蓝莓”产量约是_____kg.

解析: 由题意可得,

该果农今年的“优质蓝莓”产量约是: $800 \times 0.7 = 560$ kg.

答案：560

15. 如图，已知点 A, B 分别在反比例函数 $y_1 = -\frac{2}{x}$ 和 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象上，若点 A 是线段 OB 的中点，则 k 的值为_____.



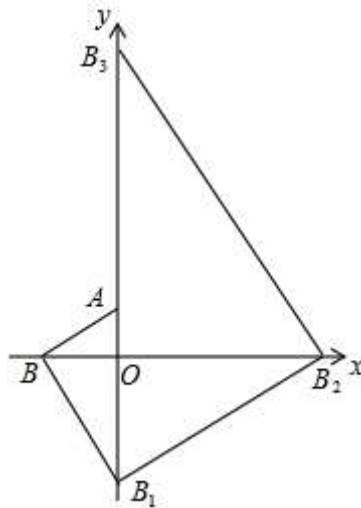
解析：设 A(a, b)，则 B(2a, 2b)，

∵ 点 A 在反比例函数 $y_1 = -\frac{2}{x}$ 的图象上，∴ $ab = -2$ ；

∵ B 点在反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象上，∴ $k = 2a \cdot 2b = 4ab = -8$.

答案：-8

16. 把多块大小不同的 30° 直角三角板如图所示，摆放在平面直角坐标系中，第一块三角板 AOB 的一条直角边与 y 轴重合且点 A 的坐标为 (0, 1)， $\angle ABO = 30^\circ$ ；第二块三角板的斜边 BB_1 与第一块三角板的斜边 AB 垂直且交 y 轴于点 B_1 ；第三块三角板的斜边 B_1B_2 与第二块三角板的斜边 BB_1 垂直且交 x 轴于点 B_2 ；第四块三角板的斜边 B_2B_3 与第三块三角板的斜边 B_1B_2 垂直且交 y 轴于点 B_3 ；…按此规律继续下去，则点 B_{2017} 的坐标为_____.



解析：由题意可得，

$$OB = OA \cdot \tan 60^\circ = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3},$$

$$OB_1 = OB \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = (\sqrt{3})^2 = \sqrt{3},$$

$$OB_2 = OB_1 \cdot \tan 60^\circ = (\sqrt{3})^3,$$

...

∵ $2017 \div 4 = 506 \cdots 1$, ∴ 点 B_{2017} 的坐标为 $(0, -(\sqrt{3})^{2017})$.

答案: $(0, -(\sqrt{3})^{2017})$

17. 计算: $-1^{-2} + |\sqrt{2} - \sqrt{3}| + (\pi - 3.14)^0 - \tan 60^\circ + \sqrt{8}$.

解析: 原式利用零指数幂、负整数指数幂法则, 特殊角的三角函数值, 以及绝对值的代数意义化简, 计算即可得到结果.

答案: 原式 $= 1 + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 1 - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 2 + \sqrt{2}$.

三、解答题(本大题共 8 小题, 共 86 分)

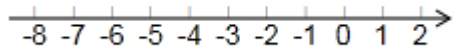
18. 先化简, 再求值: $\left(x - 1 - \frac{x-1}{x}\right) \div \frac{x^2-1}{x^2+x}$, 其中 $x = \sqrt{3} + 1$.

解析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 把 x 的值代入计算即可求出值.

答案: 原式 $= \frac{x^2 - 2x + 1}{x} \cdot \frac{x(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x-1)^2}{x} \cdot \frac{x(x+1)}{(x+1)(x-1)} = x - 1$.

当 $x = \sqrt{3} + 1$ 时, 原式 $= \sqrt{3}$.

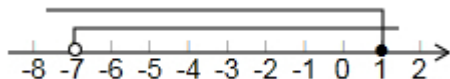
19. 解不等式组 $\begin{cases} x - 3(x - 2) \geq 4, \\ \frac{2x - 1}{5} < \frac{x + 1}{2} \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.



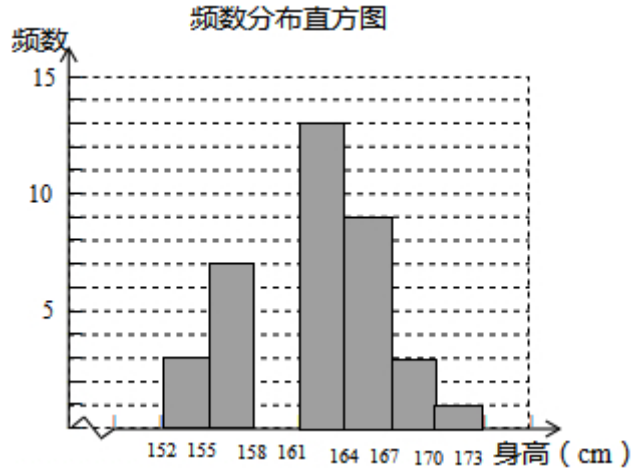
解析: 先解不等式组中的每一个不等式, 再根据大大取较大, 小小取较小, 大小小大取中间, 大大小小无解, 把它们的解集用一条不等式表示出来.

答案: 由①得: $-2x \geq -2$, 即 $x \leq 1$,

由②得: $4x - 2 < 5x + 5$, 即 $x > -7$, 所以 $-7 < x \leq 1$. 在数轴上表示如下.



20. 某体育老师测量了自己任教的甲、乙两班男生的身高, 并制作了如下不完整的统计图表.



身高分组	频数	频率
$152 \leq x < 155$	3	0.06
$155 \leq x < 158$	7	0.14
$158 \leq x < 161$	m	0.28
$161 \leq x < 164$	13	n
$164 \leq x < 167$	9	0.18
$167 \leq x < 170$	3	0.06
$170 \leq x < 173$	1	0.02

根据以上统计图表完成下列问题：

- (1) 统计表中 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ，并将频数分布直方图补充完整；
- (2) 在这次测量中两班男生身高的中位数在： $\underline{\hspace{2cm}}$ 范围内；
- (3) 在身高 $\geq 167\text{cm}$ 的 4 人中，甲、乙两班各有 2 人，现从 4 人中随机推选 2 人补充到学校国旗护卫队中，请用列表或画树状图的方法求出这两人都来自相同班级的概率。

解析：(1) 设总人数为 x 人，则有 $\frac{3}{x} = 0.06$ ，解得 $x = 50$ ，再根据频率公式求出 m, n 。画出直方图即可；

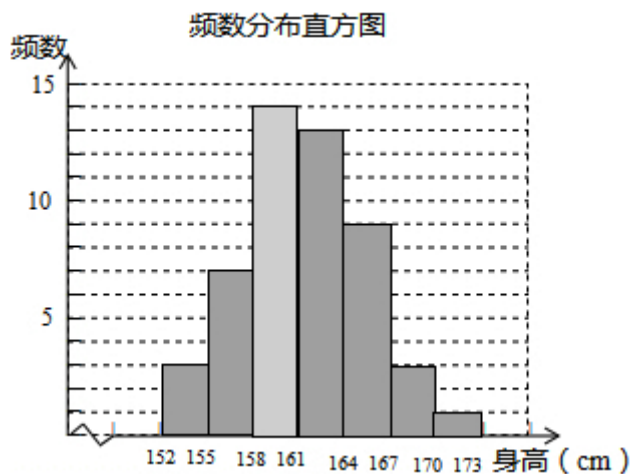
(2) 根据中位数的定义即可判断；

(3) 画出树状图即可解决问题；

答案：(1) 设总人数为 x 人，则有 $\frac{3}{x} = 0.06$ ，解得 $x = 50$ ，

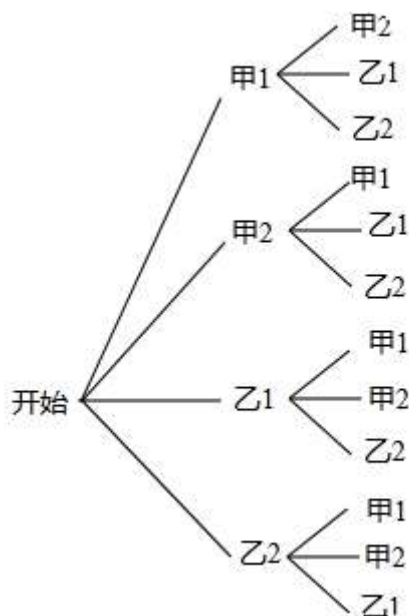
$$\therefore m = 50 \times 0.28 = 14, \quad n = \frac{13}{50} = 0.26.$$

频数分布直方图：



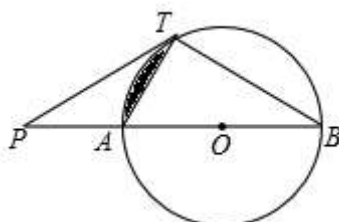
(2) 观察表格可知中位数在 $161 \leq x < 164$ 内.

(3) 将甲、乙两班的学生分别记为甲₁、甲₂、乙₁、乙₂树状图如图所示:



所以 $P(\text{两学生来自同一所班级}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

21. 如图, 已知直线 PT 与 $\odot O$ 相切于点 T , 直线 PO 与 $\odot O$ 相交于 A, B 两点.



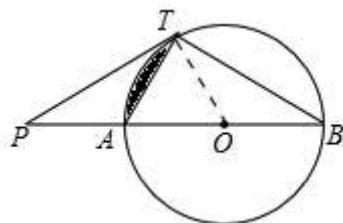
(1) 求证: $PT^2 = PA \cdot PB$;

(2) 若 $PT = TB = \sqrt{3}$, 求图中阴影部分的面积.

解析：(1)连接 OT，只要证明 $\triangle PTA \sim \triangle PBT$ ，可得 $\frac{PT}{PB} = \frac{PA}{PT}$ ，由此即可解决问题；

(2)首先证明 $\triangle AOT$ 是等边三角形，根据 $S_{\text{阴}} = S_{\text{扇形 OAT}} - S_{\triangle AOT}$ 计算即可；

答案：(1)连接 OT.



$\because PT$ 是 $\odot O$ 的切线， $\therefore PT \perp OT$ ， $\therefore \angle PTO = 90^\circ$ ， $\therefore \angle PTA + \angle OTA = 90^\circ$ ，

$\because AB$ 是直径， $\therefore \angle ATB = 90^\circ$ ， $\therefore \angle TAB + \angle B = 90^\circ$ ，

$\because OT = OA$ ， $\therefore \angle OAT = \angle OTA$ ， $\therefore \angle PTA = \angle B$ ， $\because \angle P = \angle P$ ， $\therefore \triangle PTA \sim \triangle PBT$ ， $\therefore \frac{PT}{PB} = \frac{PA}{PT}$ ，

$\therefore PT^2 = PA \cdot PB$.

(2) $\because TP = TB = \sqrt{3}$ ， $\therefore \angle P = \angle B = \angle PTA$ ，

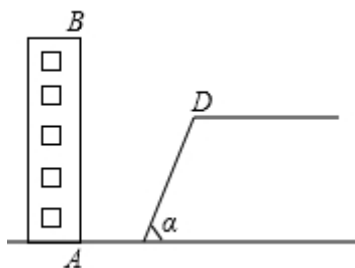
$\because \angle TAB = \angle P + \angle PTA$ ， $\therefore \angle TAB = 2\angle B$ ，

$\because \angle TAB + \angle B = 90^\circ$ ， $\therefore \angle TAB = 60^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $\therefore \tan B = \frac{AT}{TB} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ， $\therefore AT = 1$ ，

$\because OA = OT$ ， $\angle TAO = 60^\circ$ ， $\therefore \triangle AOT$ 是等边三角形，

$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\text{扇形 OAT}} - S_{\triangle AOT} = \frac{60\pi \cdot 1^2}{360} - \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1^2 = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$.

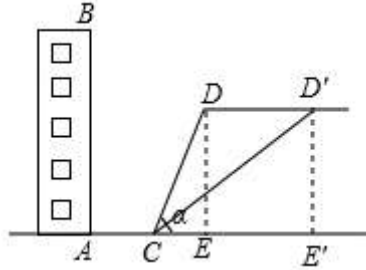
22. 如图，某校教学楼 AB 后方有一斜坡，已知斜坡 CD 的长为 12 米，坡角 α 为 60° ，根据有关部门的规定， $\angle \alpha \leq 39^\circ$ 时，才能避免滑坡危险，学校为了消除安全隐患，决定对斜坡 CD 进行改造，在保持坡脚 C 不动的情况下，学校至少要把坡顶 D 向后水平移动多少米才能保证教学楼的安全？(结果取整数)



(参考数据： $\sin 39^\circ \approx 0.63$ ， $\cos 39^\circ \approx 0.78$ ， $\tan 39^\circ \approx 0.81$ ， $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sqrt{5} \approx 2.24$)

解析：假设点 D 移到 D' 的位置时，恰好 $\angle \alpha = 39^\circ$ ，过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E，作 $D'E' \perp AC$ 于点 E' ，根据锐角三角函数的定义求出 DE、CE、 CE' 的长，进而可得出结论.

答案：假设点 D 移到 D' 的位置时，恰好 $\angle \alpha = 39^\circ$ ，过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E，作 $D'E' \perp AC$ 于点 E' ，



$$\because CD=12 \text{ 米}, \angle DCE=60^\circ, \therefore DE=CD \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ 米}, CE=CD \cdot \cos 60^\circ = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

米.

$$\because DE \perp AC, D'E' \perp AC, DD' \parallel CE', \therefore \text{四边形 } DEE'D' \text{ 是矩形}, \therefore DE=D'E' = 6\sqrt{3} \text{ 米}.$$

$$\because \angle D'CE' = 39^\circ, \therefore CE' = \frac{D'E'}{\tan 39^\circ} \approx \frac{6\sqrt{3}}{0.81} \approx 12.8,$$

$$\therefore EE' = CE' - CE = 12.8 - 6 = 6.8 \text{ (米)}.$$

答: 学校至少要把坡顶 D 向后水平移动 6.8 米才能保证教学楼的安全.

23. 某校为了在九月份迎接高一年级的新生, 决定将学生公寓楼重新装修, 现学校招用了甲、乙两个工程队. 若两队合作, 8 天就可以完成该项工程; 若由甲队先单独做 3 天后, 剩余部分由乙队单独做需要 18 天才能完成.

(1) 求甲、乙两队工作效率分别是多少?

(2) 甲队每天工资 3000 元, 乙队每天工资 1400 元, 学校要求在 12 天内将学生公寓楼装修完成, 若完成该工程甲队工作 m 天, 乙队工作 n 天, 求学校需支付的总工资 w (元) 与甲队工作天数 m (天) 的函数关系式, 并求出 m 的取值范围及 w 的最小值.

解析: (1) 设甲队单独完成需要 x 天, 乙队单独完成需要 y 天. 列出分式方程组即可解决问题;

(2) 设乙先工作 x 天, 再与甲合作正好如期完成. 则 $\frac{12}{24} + \frac{12-x}{12} = 1$, 解得 $x=6$. 由此可得 m

的范围, 因为乙队每天的费用小于甲队每天的费用, 所以让乙先工作 6 天, 再与甲合作 6 天正好如期完成, 此时费用最小;

答案: (1) 设甲队单独完成需要 x 天, 乙队单独完成需要 y 天.

$$\text{由题意} \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{3}{x} + \frac{18}{y} = 1, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = 12, \\ y = 24, \end{cases} \text{经检验 } x=12, y=24 \text{ 是分式方程组的解,}$$

\therefore 甲、乙两队工作效率分别是 $\frac{1}{12}$ 和 $\frac{1}{24}$.

(2) 设乙先工作 x 天, 再与甲合作正好如期完成.

$$\text{则 } \frac{12}{24} + \frac{12-x}{12} = 1, \text{ 解得 } x=6.$$

\therefore 甲工作 6 天,

\therefore 甲 12 天完成任务,

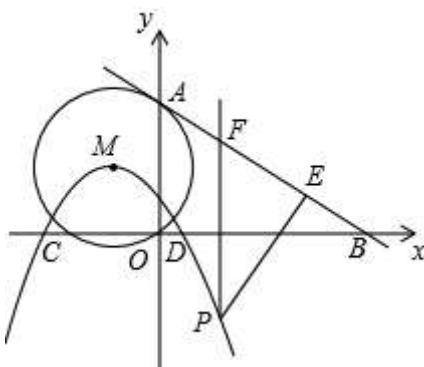
$\therefore 6 \leq m \leq 12.$

\because 乙队每天的费用小于甲队每天的费用,

\therefore 让乙先工作 6 天, 再与甲合作 6 天正好如期完成, 此时费用最小,

$\therefore w$ 的最小值为 $12 \times 1400 + 6 \times 3000 = 34800$ 元.

24. 如图, $\odot M$ 的圆心 $M(-1, 2)$, $\odot M$ 经过坐标原点 O , 与 y 轴交于点 A , 经过点 A 的一条直线 l 解析式为: $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 与 x 轴交于点 B , 以 M 为顶点的抛物线经过 x 轴上点 $D(2, 0)$ 和点 $C(-4, 0)$.



(1) 求抛物线的解析式;

(2) 求证: 直线 l 是 $\odot M$ 的切线;

(3) 点 P 为抛物线上一动点, 且 PE 与直线 l 垂直, 垂足为 E , $PF \parallel y$ 轴, 交直线 l 于点 F , 是否存在这样的点 P , 使 $\triangle PEF$ 的面积最小? 若存在, 请求出此时点 P 的坐标及 $\triangle PEF$ 面积的最小值; 若不存在, 请说明理由.

解析: (1) 设抛物线的解析式为 $y = a(x-2)(x+4)$, 将点 M 的坐标代入可求得 a 的值, 从而得到抛物线的解析式;

(2) 连接 AM , 过点 M 作 $MG \perp AD$, 垂足为 G . 先求得点 A 和点 B 的坐标, 可求得, 可得到 AG 、 ME 、 OA 、 OB 的长, 然后利用锐角三角函数的定义可证明 $\angle MAG = \angle ABD$, 故此可证明 $AM \perp AB$;

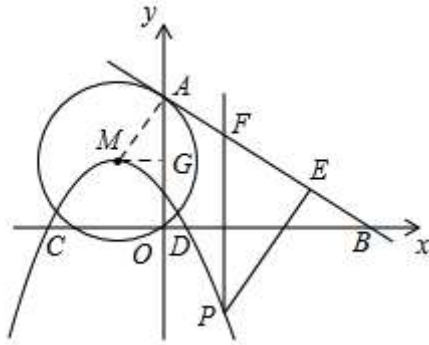
(3) 先证明 $\angle FPE = \angle FBD$. 则 $PF : PE : EF = \sqrt{5} : 2 : 1$. 则 $\triangle PEF$ 的面积 $= \frac{1}{5} PF^2$, 设点 P 的坐标

为 $(x, -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{9}x + \frac{16}{9})$, 则 $F(x, -\frac{1}{2}x + 4)$. 然后可得到 PF 与 x 的函数关系式, 最后利用二次函数的性质求解即可.

答案: (1) 设抛物线的解析式为 $y = a(x-2)(x+4)$, 将点 M 的坐标代入得: $-9a = 2$, 解得: $a = -\frac{2}{9}$.

\therefore 抛物线的解析式为 $y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{9}x + \frac{16}{9}$.

(2) 连接 AM , 过点 M 作 $MG \perp AD$, 垂足为 G .



把 $x=0$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x+4$ 得: $y=4$, $\therefore A(0, 4)$.

将 $y=0$ 代入得: $0=-\frac{1}{2}x+4$, 解得 $x=8$, $\therefore B(8, 0)$. $\therefore OA=4$, $OB=8$.

$\because M(-1, 2)$, $A(0, 4)$, $\therefore MG=1$, $AG=2$. $\therefore \tan \angle MAG = \tan \angle ABO = \frac{1}{2}$. $\therefore \angle MAG = \angle ABO$.

$\because \angle OAB + \angle ABO = 90^\circ$, $\therefore \angle MAG + \angle OAB = 90^\circ$, 即 $\angle MAB = 90^\circ$. $\therefore l$ 是 $\odot M$ 的切线.

(3) $\because \angle PFE + \angle FPE = 90^\circ$, $\angle FBD + \angle PFE = 90^\circ$, $\therefore \angle FPE = \angle FBD$. $\therefore \tan \angle FPE = \frac{1}{2}$.

$\therefore PF: PE: EF = 5: 2: 1$.

$$\therefore \triangle PEF \text{ 的面积} = \frac{1}{2} PE \cdot EF = \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} PF \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} PF = \frac{1}{5} PF^2.$$

\therefore 当 PF 最小时, $\triangle PEF$ 的面积最小.

设点 P 的坐标为 $(x, -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{9}x + \frac{16}{9})$, 则 $F(x, -\frac{1}{2}x+4)$.

\therefore

$PF =$

$$\left(-\frac{1}{2}x+4\right) - \left(-\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{9}x + \frac{16}{9}\right) = -\frac{1}{2}x+4 + \frac{2}{9}x^2 + \frac{4}{9}x - \frac{16}{9} = \frac{2}{9}x^2 - \frac{1}{18}x + \frac{20}{9} = \frac{2}{9}\left(x - \frac{1}{8}\right)^2 + \frac{71}{32}$$

.

\therefore 当 $x = \frac{1}{8}$ 时, PF 有最小值, PF 的最小值为 $\frac{71}{32}$.

$\therefore P\left(\frac{1}{8}, \frac{55}{32}\right)$. $\therefore \triangle PEF$ 的面积的最小值为 $= \frac{1}{5} \times \left(\frac{71}{32}\right)^2 = \frac{5041}{5120}$.