

2007 年福建福州市初中毕业会考暨高中招生考试

数学试卷

参考答案

一、选择题（共 10 小题，每题 3 分，满分 30 分。）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	D	D	C	C	B	B	A	D

二、填空题：（共 5 小题，每题 4 分，满分 20 分。）

11. $(x-3)^2$

12. ≥ 3

13. $\angle B = \angle C$ 、 $\angle AEB = \angle ADC$ 、 $\angle CEO = \angle BDO$ 、 $AB = AC$ 、 $BD = CE$ （任选一个即可）

14. 8π

15. 76

三、解答题：（满分 100 分）

16. （每小题 8 分，满分 16 分）

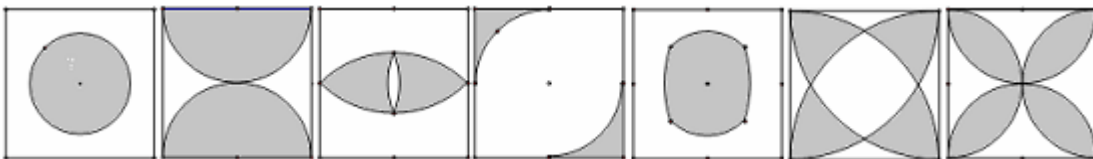
(1) 解：原式 $= 6 - 1 + 9 = 14$

(2) 解：原式 $= \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x+1}{3x} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} = -\frac{1}{x(x-1)}$

当 $x=2$ 时，原式 $= -\frac{1}{2(2-1)} = -\frac{1}{2}$

17. （每小题 8 分，满分 16 分）

(1) 以下为不同情形下的部分正确画法，答案不唯一。（满分 8 分）



(2) 画图答案如图所示：

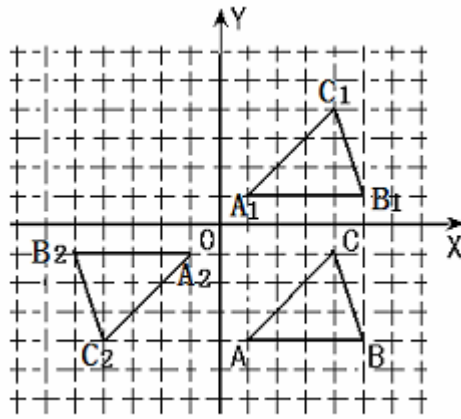


图 7

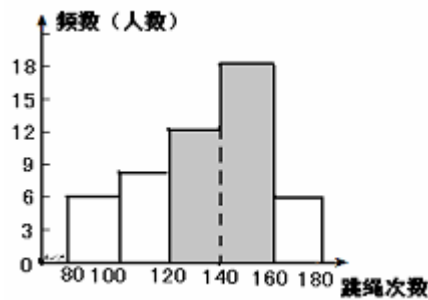
① $C_1(4, 4)$;

② $C_2(-4, -4)$ (满分 8 分)

18. (本题满分 10 分)

(1) $a = 12$;

(2) 画图答案如图所示:



(3) 中位数落在第 3 组;

(4) 只要是合理建议。

19. (本题满分 10 分)

(1) 证明: 如图 8, 连结 OA

$$\because \sin B = \frac{1}{2}, \therefore \angle B = 30^\circ$$

$$\because \angle AOC = 2 \angle B, \therefore \angle AOC = 60^\circ$$

$$\because \angle D = 30^\circ, \therefore \angle OAD = 180^\circ - \angle D - \angle AOD = 90^\circ$$

$\therefore AD$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解: $\because OA = OC, \angle AOC = 60^\circ,$

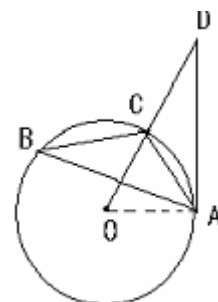


图 8

$\therefore \triangle AOC$ 是等边三角形 $\therefore OA = AC = 6$

$\therefore \angle OAD = 90^\circ$ 主题: $\angle D = 30^\circ$, $\therefore AD = \sqrt{3} AO = 6\sqrt{3}$

20. (本题满分 10 分)

解: ①依题意, 得 $y = ax + b$,
$$\begin{cases} 1400 = 200a + b, \\ 1250 = 150a + b. \end{cases}$$

解得 $a = 3, b = 800$.

②依题意, 得 $y \geq 1800$, 即 $3x + 800 \geq 1800$, 解得 $x \geq 333\frac{1}{3}$.

答: 小俐当月至少要卖服装 334 件。

21. (本题满分 12 分)

(1) 解法一: 如图 9-1

延长 BP 交直线 AC 于点 E

$\because AC \parallel BD$, $\therefore \angle PEA = \angle PBD$.

$\because \angle APB = \angle PAE + \angle PEA$,

$\therefore \angle APB = \angle PAC + \angle PBD$.

解法二: 如图 9-2

过点 P 作 $FP \parallel AC$,

$\therefore \angle PAC = \angle APF$.

$\because AC \parallel BD$, $\therefore FP \parallel BD$.

$\therefore \angle FPB = \angle PBD$

$\therefore \angle APB = \angle APF + \angle FPB = \angle PAC + \angle PBD$.

解法三: 如图 9-3,

$\because AC \parallel BD$, $\therefore \angle CAB + \angle ABD = 180^\circ$

即 $\angle PAC + \angle PAB + \angle PBA + \angle PBD = 180^\circ$ 。

又 $\angle APB + \angle PBA + \angle PAB = 180^\circ$,

$\therefore \angle APB = \angle PAC + \angle PBD$

(2) 不成立

(3) (a) 当动点 P 在射线 BA 的右侧时, 结论是 $\angle PBD = \angle PAC + \angle APB$ 。

(b) 当动点 P 在射线 BA 上,

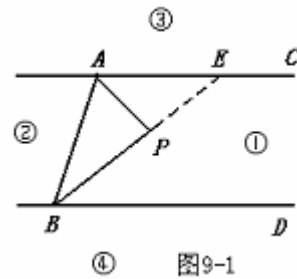


图9-1

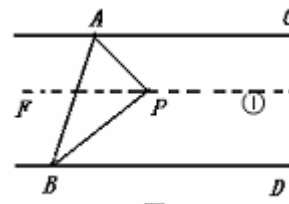


图9-2

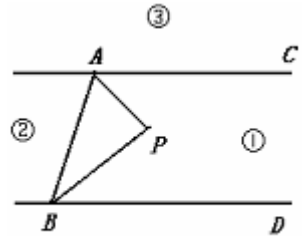


图9-3

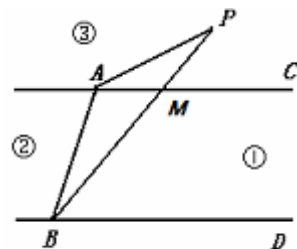


图9-4

结论是 $\angle PBD = \angle PAC + \angle APB$ 。

或 $\angle PAC = \angle PBD + \angle APB$ 或 $\angle APB = 0^\circ$ ，

$\angle PAC = \angle PBD$ (任写一个即可)

(c) 当动点 P 在射线 BA 的左侧时，

结论是 $\angle PAC = \angle APB + \angle PBD$

选择 (a) 证明：

如图 9-4，连接 PA，连接 PB 交 AC 于 M

$\because AC \parallel BD$ ，

$\therefore \angle PMC = \angle PBD$

又 $\because \angle PMC = \angle PAM + \angle APM$ ，

$\therefore \angle PBD = \angle PAC + \angle APB$

选择 (b) 证明：如图 9-5

\because 点 P 在射线 BA 上， $\therefore \angle APB = 0^\circ$

$\because AC \parallel BD$ ， $\therefore \angle PBD = \angle PAC$

$\therefore \angle PBD = \angle PAC + \angle APB$

或 $\angle PAC = \angle PBD + \angle APB$

或 $\angle APB = 0^\circ$ ， $\angle PAC = \angle PBD$

选择 (c) 证明：

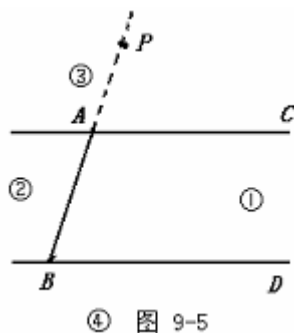
如图 9-6，连接 PA，连接 PB 交 AC 于 F

$\because AC \parallel BD$ ，

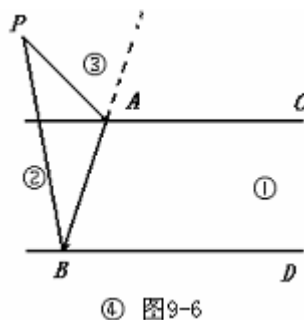
$\therefore \angle PFA = \angle PBD$

$\because \angle PAC = \angle APF + \angle PFA$ ，

$\therefore \angle PAC = \angle APB + \angle PBD$



④ 图 9-5



④ 图 9-6

22. (本题满分 12 分)

(1) $S_1 = S_2$

证明：如图 10， $\because FE \perp y$ 轴， $FG \perp x$ 轴， $\angle BAD = 90^\circ$ ，

\therefore 四边形 AEFB 是矩形。

$\therefore AE = GF$ ， $EF = AG$

$\therefore S_{\triangle AEF} = S_{\triangle AFG}$ ， 同理 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD}$

$\therefore S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AEF} = S_{\triangle ACD} - S_{\triangle AFG}$ 。 即 $S_1 = S_2$ 。

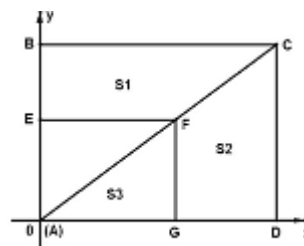


图 10

(2) $\because FG \parallel CD, \therefore \triangle AFG \sim \triangle ACD$

$$\therefore \frac{S_3}{S_3 + S_2} = \left(\frac{FG}{CD}\right)^2 = \left(\frac{AG}{AD}\right)^2 = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore FG = \frac{1}{2}CD, AG = \frac{1}{2}AD$$

$\because CD = BA = 6, AD = BC = 8, \therefore FG = 3, AG = 4 \therefore F(4, 3)$ 。

(3) 解法一: $\because \triangle A'E'F'$ 是由 $\triangle AEF$ 沿直线 AC 平移得到的,

$\therefore E'A' = EA = 3, E'F' = EF = 4$ ① 如图 11-1

\because 点 E' 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离比是 $5:4$, 若点 E' 在第一象限,

\therefore 设 $E'(4a, 5a)$ 且 $a > 0$,

延长 $E'A'$ 交 x 轴于 M , 得 $A'M = 5a - 3, AM = 4a$

$\because \angle E' = \angle A'MA = 90^\circ, \angle E'A'F' = \angle MA'A,$

$\therefore \triangle E'A'F' \sim \triangle MA'A$, 得 $\frac{A'E'}{F'E'} = \frac{A'M}{AM}$

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{5a-3}{4a} \therefore a = \frac{3}{2}, E' \left(6, \frac{15}{2}\right)$$

② 如图 11-2

\because 点 E' 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离比是 $5:4$,

若点 E' 在第二象限, \therefore 设 $E'(-4a, 5a)$ 且 $a > 0$,

得 $NA = 4a, A'N = 3 - 5a$,

同理得 $\triangle A'F'E' \sim \triangle A'AN$.

$$\therefore \frac{A'E'}{E'F'} = \frac{A'N}{NA}, \quad \frac{3}{4} = \frac{3-5a}{4a}$$

$$\therefore a = \frac{3}{8}, \quad \therefore E' \left(-\frac{3}{2}, \frac{15}{8}\right)$$

③ 如图 11-3

\because 点 E' 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离比是 $5:4$,

若点 E' 在第三象限, \therefore 设 $E'(-4a, -5a)$ 且 $a > 0$

延长 $E'F'$ 交 y 轴于点 P , 得 $AP = 5a, PF' = 4a - 4$

同理得 $\triangle A'E'F' \sim \triangle APF'$, 得 $\frac{A'E'}{E'F'} = \frac{AP}{PF'}$,

$$\frac{3}{4} = \frac{5a}{4a-4}$$

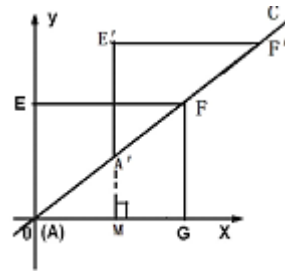


图 11-1

在第一象限

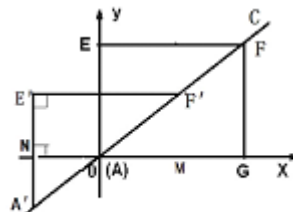


图 11-2

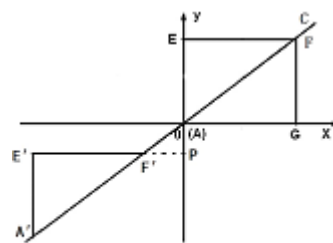


图 11-3

$$\therefore a = -\frac{3}{2} \text{ (不合舍去)}.$$

\therefore 在第三象限不存在点 E'

④ 点 E' 不可能在第四象限。

$$\therefore \text{存在满足条件的 } E' \text{ 坐标分别是 } \left(6, \frac{15}{2}\right) \text{ 和 } \left(-\frac{3}{2}, \frac{15}{8}\right).$$

解法二： 如图 11-4, $\because \triangle A'E'F'$ 是由 $\triangle AEF$ 沿直线 AC 平移得到的, 且 A' 、 F' 两点始终在直线 AC 上,

\therefore 点 E' 在过点 $E(0, 3)$ 且与直线 AC 平行的直线 l 上移动.

$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 的解析式是 } y = \frac{3}{4}x,$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的解析式是 } y = \frac{3}{4}x + 3$$

根据题意满足条件的点 E' 的坐标设为 $(4a, 5a)$ 或 $(-4a, 5a)$ 或 $(-4a, -5a)$, 其中 $a > 0$.

$$\therefore \text{点 } E' \text{ 在直线 } l \text{ 上, } \therefore 5a = \frac{3}{4} \cdot 4a + 3 \text{ 或 } 5a = \frac{3}{4} \cdot (-4a) + 3 \text{ 或 } -5a = \frac{3}{4} \cdot (-4a) + 3$$

$$\text{解得 } a = \frac{3}{2} \text{ 或 } a = \frac{3}{8} \text{ 或 } a = -\frac{3}{2} \text{ (不合舍去)}. \therefore E' \left(6, \frac{15}{2}\right) \text{ 或 } E' \left(-\frac{3}{2}, \frac{15}{8}\right).$$

$$\therefore \text{存在满足条件的 } E' \text{ 坐标分别是 } \left(6, \frac{15}{2}\right) \text{ 和 } \left(-\frac{3}{2}, \frac{15}{8}\right).$$

解法三：

$\because \triangle A'E'F'$ 是由 $\triangle AEF$ 沿直线 AC 平移得到的, 且 A' 、 F' 两点始终在直线 AC 上,

\therefore 点 E' 在过点 $E(0, 3)$ 且与直线 AC 平行的直线 l 上移动.

$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 的解析式是 } y = \frac{3}{4}x, \therefore \text{直线 } l \text{ 的解析式是 } y = \frac{3}{4}x + 3.$$

设点 E' 为 (x, y)

\therefore 点 E' 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离比是 $5:4$, $\therefore |y|:|x|=5:4$

$$\textcircled{1} \text{ 当 } x, y \text{ 为同号时, 得 } \begin{cases} y = \frac{5}{4}x, \\ y = \frac{3}{4}x + 3. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = 6, \\ y = 7.5. \end{cases}$$

$$\therefore E' (6, 7.5)$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } x, y \text{ 为异号时, 得 } \begin{cases} y = -\frac{5}{4}x, \\ y = \frac{3}{4}x + 3. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = -\frac{3}{2}, \\ y = \frac{15}{8}. \end{cases} \therefore E' \left(-\frac{3}{2}, \frac{15}{8}\right).$$

∴存在满足条件的 E' 坐标分别是 $(6, \frac{15}{2})$ 、 $(-\frac{3}{2}, \frac{15}{8})$.

23. (本题满分 14 分)

解: (1) ∵点 A 横坐标为 4 ,

∴当 $x=4$ 时, $y=2$

∴点 A 的坐标为 $(4, 2)$)

∵点 A 是直线 $y=\frac{1}{2}x$ 与双曲线 $y=\frac{8}{x}$ ($k>0$) 的交

∴ $k=4 \times 2=8$

(2) 解法一: 如图 12-1,

∵点 C 在双曲线上, 当 $y=8$ 时, $x=1$

∴点 C 的坐标为 $(1, 8)$

过点 A、C 分别做 x 轴、 y 轴的垂线, 垂足为 M、N, 得矩形 DMON

$$S_{\text{矩形 ONDM}}=32, \quad S_{\triangle ONC}=4, \quad S_{\triangle CDA}=9, \quad S_{\triangle OAM}=4$$

$$S_{\triangle AOC}=S_{\text{矩形 ONDM}}-S_{\triangle ONC}-S_{\triangle CDA}-S_{\triangle OAM}$$

$$=32-4-9-4=15$$

解法二: 如图 12-2,

过点 C、A 分别做 x 轴的垂线, 垂足为 E、F,

∵点 C 在双曲线 $y=\frac{8}{x}$ 上, 当 $y=8$ 时, $x=1$.

∴点 C 的坐标为 $(1, 8)$

∵点 C、A 都在双曲线 $y=\frac{8}{x}$ 上,

$$\therefore S_{\triangle COE}=S_{\triangle AOF}=4$$

$$\therefore S_{\triangle COE}+S_{\text{梯形 CEFA}}=S_{\triangle COA}+S_{\triangle AOF}$$

$$\therefore S_{\triangle COA}=S_{\text{梯形 CEFA}}$$

$$\therefore S_{\text{梯形 CEFA}}=\frac{1}{2} \times (2+8) \times 3=15,$$

$$\therefore S_{\triangle COA}=15$$

(3) ∵反比例函数图象是关于原点 O 的中心对称

$$\therefore OP=OQ, \quad OA=OB$$

∴四边形 APBQ 是平行四边形

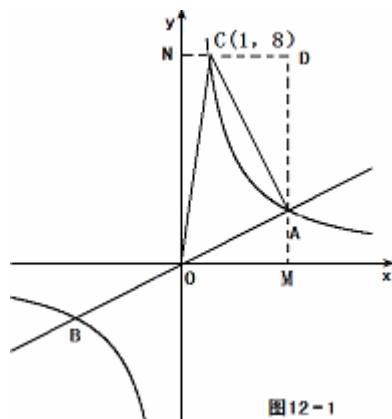


图 12-1

点,

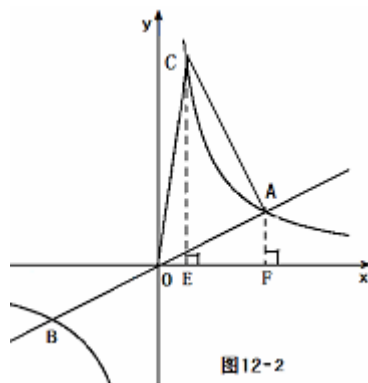


图 12-2

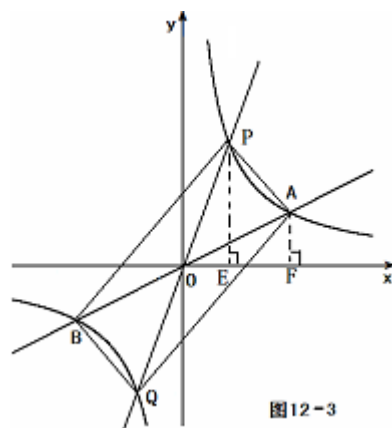


图 12-3

图形 ,

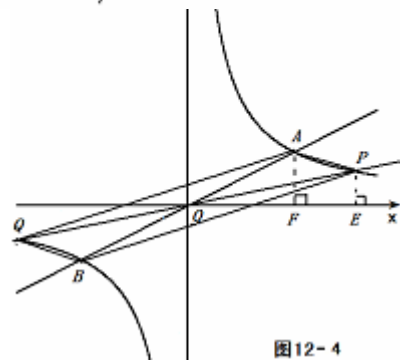


图 12-4

$$\therefore S_{\triangle POA} = \frac{1}{4} S_{\text{平行四边形 APBQ}} = \frac{1}{4} \times 24 = 6$$

设点 P 的横坐标为 m ($m > 0$ 且 $m \neq 4$),

$$\text{得 } P\left(m, \frac{8}{m}\right)$$

过点 P、A 分别做 x 轴的垂线, 垂足为 E、F,

$$\because \text{点 P、A 在双曲线上, } \therefore S_{\triangle POE} = S_{\triangle AOF} = 4$$

若 $0 < m < 4$, 如图 12-3,

$$\because S_{\triangle POE} + S_{\text{梯形 PEFA}} = S_{\triangle POA} + S_{\triangle AOF},$$

$$\therefore S_{\text{梯形 PEFA}} = S_{\triangle POA} = 6$$

$$\therefore \frac{1}{2} \left(2 + \frac{8}{m}\right) \cdot (4 - m) = 6$$

解得 $m = 2$, $m = -8$ (舍去)

$$\therefore P(2, 4)$$

若 $m > 4$, 如图 12-4,

$$\because S_{\triangle AOF} + S_{\text{梯形 AFEP}} = S_{\triangle AOP} + S_{\triangle POE},$$

$$\therefore S_{\text{梯形 PEFA}} = S_{\triangle POA} = 6$$

$$\therefore \frac{1}{2} \left(2 + \frac{8}{m}\right) \cdot (m - 4) = 6,$$

解得 $m = 8$, $m = -2$ (舍去)

$$\therefore P(8, 1)$$

\therefore 点 P 的坐标是 $P(2, 4)$ 或 $P(8, 1)$