

2018 年江苏省宿迁市中考真题数学

一、选择题(每小题只有一个选项符合题意,共 8 小题,每小题 3 分,共 24 分)

1. 2 的倒数是()

A. 2

B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. -2

解析: 根据乘积是 1 的两数互为倒数可得答案.

2 的倒数是 $\frac{1}{2}$.

答案: B

2. 下列运算正确的是()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $a^2 - a = a$

C. $(a^2)^3 = a^6$

D. $a^8 \div a^4 = a^2$

解析: 根据同底数幂的除法法则, 同底数幂的乘法的运算方法, 合并同类项的方法, 以及幂的乘方与积的乘方的运算方法, 逐项判定即可.

$\because a^2 \cdot a^3 = a^5$,

\therefore 选项 A 不符合题意;

$\because a^2 - a \neq a$,

\therefore 选项 B 不符合题意;

$\because (a^2)^3 = a^6$,

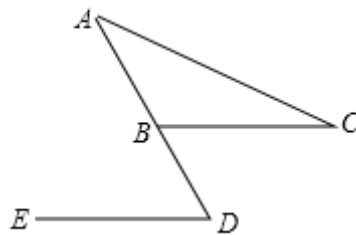
\therefore 选项 C 符合题意;

$\because a^8 \div a^4 = a^4$,

\therefore 选项 D 不符合题意.

答案: C

3. 如图, 点 D 在 $\triangle ABC$ 边 AB 的延长线上, $DE \parallel BC$. 若 $\angle A = 35^\circ$, $\angle C = 24^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数是()



A. 24°

B. 59°

C. 60°

D. 69°

解析：根据三角形外角性质求出 $\angle DBC$ ，根据平行线的性质得出即可.

$$\because \angle A=35^\circ, \angle C=24^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC=\angle A+\angle C=59^\circ,$$

$$\because DE\parallel BC,$$

$$\therefore \angle D=\angle DBC=59^\circ.$$

答案：B

4. 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是()

A. $x \neq 0$

B. $x < 1$

C. $x > 1$

D. $x \neq 1$

解析：根据分母不等于零分式有意义，可得 $x-1 \neq 0$,

解得 $x \neq 1$.

答案：D

5. 若 $a < b$ ，则下列结论不一定成立的是()

A. $a-1 < b-1$

B. $2a < 2b$

C. $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$

D. $a^2 < b^2$

解析：由不等式的性质进行计算并作出正确的判断.

A、在不等式 $a < b$ 的两边同时减去 1，不等式仍成立，即 $a-1 < b-1$ ，故本选项错误；

B、在不等式 $a < b$ 的两边同时乘以 2，不等式仍成立，即 $2a < 2b$ ，故本选项错误；

C、在不等式 $a < b$ 的两边同时乘以 $-\frac{1}{3}$ ，不等号的方向改变，即 $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$ ，故本选项错误；

D、当 $a=-5$ ， $b=1$ 时， $a^2 > b^2$ ，不等式 $a^2 < b^2$ 不成立，故本选项正确.

答案：D

6. 若实数 m 、 n 满足等式 $|m-2| + \sqrt{n-4} = 0$ ，且 m 、 n 恰好是等腰 $\triangle ABC$ 的两条边的边长，则

$\triangle ABC$ 的周长是()

A. 12

B. 10

C. 8

D. 6

解析：由已知等式，结合非负数的性质求 m 、 n 的值，再根据 m 、 n 分别作为等腰三角形的腰，分类求解.

$$\because |m-2| + \sqrt{n-4} = 0,$$

$$\therefore m-2=0, n-4=0,$$

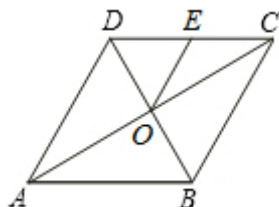
解得 $m=2, n=4,$

当 $m=2$ 作腰时, 三边为 2, 2, 4, 不符合三边关系定理;

当 $n=4$ 作腰时, 三边为 2, 4, 4, 符合三边关系定理, 周长为: $2+4+4=10.$

答案: B

7. 如图, 菱形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O, 点 E 为边 CD 的中点, 若菱形 ABCD 的周长为 16, $\angle BAD=60^\circ$, 则 $\triangle OCE$ 的面积是()



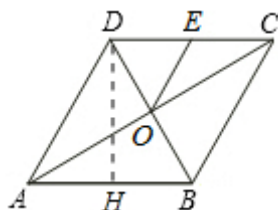
A. $\sqrt{3}$

B. 2

C. $2\sqrt{3}$

D. 4

解析: 过点 D 作 $DH \perp AB$ 于点 H,



\because 四边形 ABCD 是菱形, $AO=CO,$

$\therefore AB=BC=CD=AD,$

\because 菱形 ABCD 的周长为 16,

$\therefore AB=AD=4,$

$\because \angle BAD=60^\circ,$

$$\therefore DH = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{菱形} ABCD} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} = 4\sqrt{3},$$

\because 点 E 为边 CD 的中点,

$\therefore OE$ 为 $\triangle ADC$ 的中位线,

$\therefore OE \parallel AD,$

$\therefore \triangle CEO \sim \triangle CDA,$

$$\therefore S_{\triangle OCE} = \frac{1}{4} \times 4\sqrt{3} = \sqrt{3}.$$

答案：A

8. 在平面直角坐标系中，过点(1, 2)作直线 l，若直线 l 与两坐标轴围成的三角形面积为 4，则满足条件的直线 l 的条数是()

- A. 5
- B. 4
- C. 3
- D. 2

解析：根据题意可以设出直线 l 的函数解析式，然后根据题意即可求得 k 的值，从而可以解答本题.

设过点(1, 2)的直线 l 的函数解析式为 $y=kx+b$,

$2=k+b$, 得 $b=2-k$,

$\therefore y=kx+2-k$,

当 $x=0$ 时, $y=2-k$, 当 $y=0$ 时, $x = \frac{k-2}{k}$,

$$\text{令 } \frac{|2-k| \cdot \frac{k-2}{k}}{2} = 4,$$

解得, $k_1=-2$, $k_2=6-4\sqrt{2}$, $k_3=6+4\sqrt{2}$,

故满足条件的直线 l 的条数是 3 条.

答案：C

二、填空题(本题包括 10 小题，每小题 3 分，共 30 分)

9. 一组数据：2, 5, 3, 1, 6，则这组数据的中位数是_____.

解析：根据中位数的定义求解可得.

将数据重新排列为 1、2、3、5、6，

所以这组数据的中位数为 3.

答案：3

10. 地球上海洋总面积约为 360000000km^2 ，将 360000000 用科学记数法表示是_____.

解析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时，n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时，n 是负数.

$$360000000 = 3.6 \times 10^8.$$

答案： 3.6×10^8

11. 分解因式： $x^2y-y=$ _____.

解析：观察原式 x^2y-y ，找到公因式 y 后，提出公因式后发现 x^2-1 符合平方差公式，利用平方差公式继续分解可得.

$$x^2y-y,$$

$$=y(x^2-1),$$
$$=y(x+1)(x-1).$$

答案: $y(x+1)(x-1)$

12. 若一个多边形的内角和是其外角和的3倍, 则这个多边形的边数是_____.

解析: 任何多边形的外角和是 360° , 即这个多边形的内角和是 $3 \times 360^\circ$. n 边形的内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$, 如果已知多边形的边数, 就可以得到一个关于边数的方程, 解方程就可以求出多边形的边数.

设多边形的边数为 n , 根据题意, 得

$$(n-2) \cdot 180 = 3 \times 360,$$

解得 $n=8$.

则这个多边形的边数是 8.

答案: 8

13. 已知圆锥的底面圆半径为 3cm、高为 4cm, 则圆锥的侧面积是_____ cm^2 .

解析: 先利用勾股定理计算出圆锥的母线长=5(cm), 然后利用圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长和扇形的面积公式计算圆锥的侧面积.

$$\text{圆锥的母线长} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ (cm)},$$

$$\text{所以圆锥的侧面积} = \frac{1}{2} \times 2\pi \times 3 \times 5 = 15\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

答案: 15π

14. 在平面直角坐标系中, 将点 (3, -2) 先向右平移 2 个单位长度, 再向上平移 3 个单位长度, 则所得点的坐标是_____.

解析: 直接利用平移的性质得出平移后点的坐标即可.

∵ 将点 (3, -2) 先向右平移 2 个单位长度,

∴ 得到 (5, -2),

∴ 再向上平移 3 个单位长度,

∴ 所得点的坐标是: (5, 1).

答案: (5, 1)

15. 为了改善生态环境, 防止水土流失, 红旗村计划在荒坡上种树 960 棵, 由于青年志愿者支援, 实际每天种树的棵数是原计划的 2 倍, 结果提前 4 天完成任务, 则原计划每天种树的棵数是_____.

解析: 设原计划每天种树 x 棵, 由题意得等量关系: 原计划所用天数-实际所用天数=4, 根据等量关系, 列出方程, 再解即可.

设原计划每天种树 x 棵, 由题意得:

$$\frac{960}{x} - \frac{960}{2x} = 4,$$

解得: $x=120$,

经检验: $x=120$ 是原分式方程的解.

答: 原计划每天种树 120 棵.

答案：120

16. 小明和小丽按如下规则做游戏：桌面上放有 7 根火柴棒，每次取 1 根或 2 根，最后取完者获胜. 若由小明先取，且小明获胜是必然事件，则小明第一次应该取走火柴棒的根数是_____.

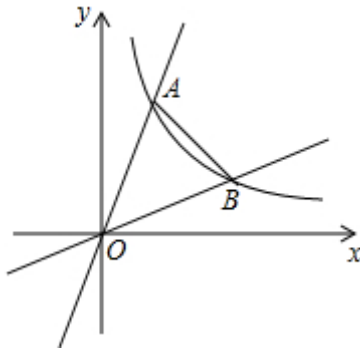
解析：若小明第一次取走 1 根，小丽也取走 1 根，小明第二次取 2 根，小丽不论取走 1 根还是两根，小明都将取走最后一根，

若小明第一次取走 1 根，小丽取走 2 根，小明第二次取 1 根，小丽不论取走 1 根还是两根，小明都将取走最后一根，由小明先取，且小明获胜是必然事件.

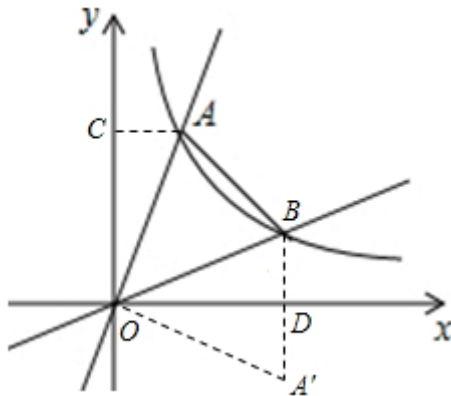
答案：1

17. 如图，在平面直角坐标系中，反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象与正比例函数 $y = kx$ 、

$y = \frac{1}{k}x$ ($k > 1$) 的图象分别交于点 A、B. 若 $\angle AOB = 45^\circ$ ，则 $\triangle AOB$ 的面积是_____.



解析：如图，过 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 D，过 A 作 $AC \perp y$ 轴于点 C.



设点 A 横坐标为 a，则 $A(a, \frac{2}{a})$ ，

$\because A$ 在正比例函数 $y = kx$ 图象上

$$\therefore \frac{2}{a} = ka,$$

$$\therefore k = \frac{2}{a^2},$$

同理，设点 B 横坐标为 b，则 $B(b, \frac{2}{b})$

$$\therefore \frac{2}{b} = \frac{1}{k}b,$$

$$\therefore k = \frac{b^2}{2},$$

$$\therefore \frac{2}{a^2} = \frac{b^2}{2},$$

$$\therefore ab=2,$$

当点 A 坐标为 $(a, \frac{2}{a})$ 时, 点 B 坐标为 $(\frac{2}{a}, a)$

$$\therefore OC=OD.$$

将 $\triangle AOC$ 绕点 O 顺时针旋转 90° , 得到 $\triangle ODA'$,

$\therefore BD \perp x$ 轴,

$\therefore B、D、A'$ 共线,

$\therefore \angle AOB=45^\circ$, $\angle AOA'=90^\circ$,

$\therefore \angle BOA'=45^\circ$,

$\therefore OA=OA'$, $OD=OD$,

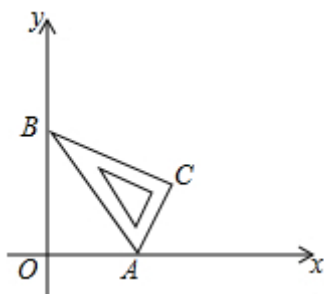
$\therefore \triangle AOB \cong \triangle A'OB$,

$$\therefore S_{\triangle BOD} = S_{\triangle AOC} = 2 \times \frac{1}{2} = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = 2.$$

答案: 2

18. 如图, 将含有 30° 角的直角三角板 ABC 放入平面直角坐标系, 顶点 A、B 分别落在 x、y 轴的正半轴上, $\angle OAB=60^\circ$, 点 A 的坐标为 (1, 0). 将三角板 ABC 沿 x 轴向右作无滑动的滚动(先绕点 A 按顺时针方向旋转 60° , 再绕点 C 按顺时针方向旋转 $90^\circ \dots$), 当点 B 第一次落在 x 轴上时, 则点 B 运动的路径与两坐标轴围成的图形面积是_____.



解析: 由点 A 的坐标为 (1, 0). 得 $OA=1$, 又 $\therefore \angle OAB=60^\circ$, $\therefore AB=2$,

$\therefore \angle ABC=30^\circ$, $AB=2$, $\therefore AC=1$, $BC=\sqrt{3}$,

在旋转过程中, 三角板的长度和角度不变,

\therefore 点 B 运动的路径与两坐标轴围成的图形面积

$$\frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} + \frac{60}{360} \pi \times 2^2 + \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} + \frac{90}{360} \pi \times (\sqrt{3})^2 = \sqrt{3} + \frac{17}{12} \pi.$$

答案: $\sqrt{3} + \frac{17}{12}\pi$

三、填空题(本题包括 10 小题, 共 96 分)

19. 解方程组:
$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + 4y = 6 \end{cases}.$$

解析: 直接利用加减消元法解方程得出答案.

答案:
$$\begin{cases} x + 2y = 0 \text{ ①} \\ 3x + 4y = 6 \text{ ②} \end{cases},$$

① \times 2-②得:

$-x = -6,$

解得: $x = 6,$

故 $6 + 2y = 0,$

解得: $y = -3,$

故方程组的解为:
$$\begin{cases} x = 6 \\ y = -3 \end{cases}.$$

20. 计算: $(-2)^2 - (\pi - \sqrt{7})^0 + |\sqrt{3} - 2| + 2 \sin 60^\circ.$

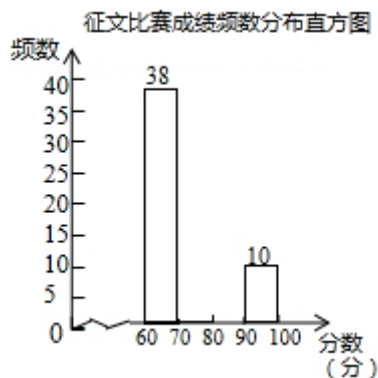
解析: 本题涉及乘方、零指数幂、绝对值、特殊角的三角函数 4 个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

答案: 原式 = $4 - 1 + 2 - \sqrt{3} + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5 - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 5.$

21. 某市举行“传承好家风”征文比赛, 已知每篇参赛征文成绩记 m 分 ($60 \leq m \leq 100$), 组委会从 1000 篇征文中随机抽取了部分参赛征文, 统计了它们的成绩, 并绘制了如下不完整的两幅统计图表.

征文比赛成绩频数分布表

分数段	频数	频率
$60 \leq m < 70$	38	0.38
$70 \leq m < 80$	a	0.32
$80 \leq m < 90$	b	c
$90 \leq m \leq 100$	10	0.1
合计		1



请根据以上信息，解决下列问题：

(1) 征文比赛成绩频数分布表中 c 的值是_____.

解析：(1) 根据题意，用 1 减去其他成绩段的频率，就是 c 的值.

$$c = 1 - 0.38 - 0.32 - 0.1 = 0.2.$$

答案：(1) 0.2

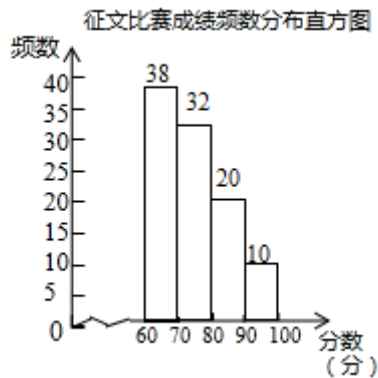
(2) 补全征文比赛成绩频数分布直方图.

解析：(2) 求得各分数段的频数，即可补全征文比赛成绩频数分布直方图.

答案：(2) $10 \div 0.1 = 100$,

$$100 \times 0.32 = 32, \quad 100 \times 0.2 = 20.$$

补全征文比赛成绩频数分布直方图：



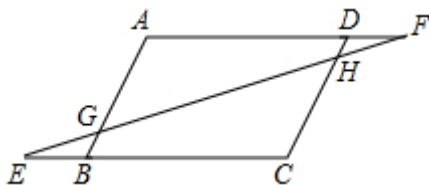
(3) 若 80 分以上(含 80 分)的征文将被评为一等奖，试估计全市获得一等奖征文的篇数.

解析：(3) 利用 80 分以上(含 80 分)的征文所占的比例，即可得到全市获得一等奖征文的篇数.

答案：(3) 全市获得一等奖征文的篇数为： $1000 \times (0.2 + 0.1) = 300$ (篇)，

答：全市获得一等奖征文的篇数大约为 300 篇.

22. 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E、F 分别在边 CB、AD 的延长线上，且 $BE = DF$ ，EF 分别与 AB、CD 交于点 G、H. 求证： $AG = CH$.



解析：利用平行四边形的性质得出 $AF=EC$ ，再利用全等三角形的判定与性质得出答案.

答案：证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AD=BC$ ， $\angle A=\angle C$ ， $AD\parallel BC$ ，

∴ $\angle E=\angle F$ ，

∵ $BE=DF$ ，

∴ $AF=EC$ ，

在 $\triangle AGF$ 和 $\triangle CHE$ 中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle C \\ AF = EC \\ \angle F = \angle E \end{cases}$$

∴ $\triangle AGF \cong \triangle CHE$ (ASA)，

∴ $AG=CH$.

23. 有 2 部不同的电影 A、B，甲、乙、丙 3 人分别从中任意选择 1 部观看.

(1) 求甲选择 A 部电影的的概率.

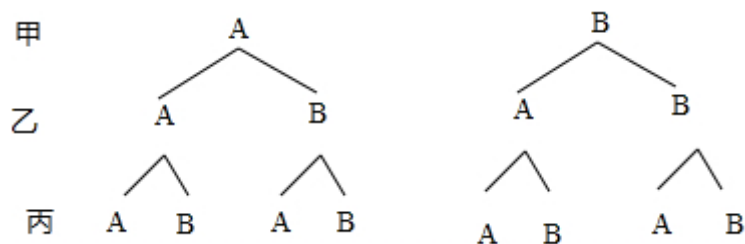
解析：(1) 直接利用概率公式求解.

答案：(1) 甲选择 A 部电影的的概率为 $\frac{1}{2}$.

(2) 求甲、乙、丙 3 人选择同 1 部电影的的概率 (请用画树状图的方法给出分析过程，并求出结果).

解析：(2) 画树状图展示所有 8 种等可能的结果数，找出甲、乙、丙 3 人选择同 1 部电影的结果数，然后利用概率公式求解.

答案：(2) 画树状图为：



共有 8 种等可能的结果数，其中甲、乙、丙 3 人选择同 1 部电影的结果数为 2，

所以甲、乙、丙 3 人选择同 1 部电影的的概率为 $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

24. 某种型号汽车油箱容量为 40 L，每行驶 100km 耗油 10L. 设一辆加满油的该型号汽车行驶路程为 x (km)，行驶过程中油箱内剩余油量为 y (L).

(1) 求 y 与 x 之间的函数表达式.

解析: (1) 根据题意列出关系式.

答案: (1) 由题意可知: $y=40-\frac{x}{100} \times 10$, 即 $y=-0.1x+40$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数表达式: $y=-0.1x+40$.

(2) 为了有效延长汽车使用寿命, 厂家建议每次加油时油箱内剩余油量不低于油箱容量的 $\frac{1}{4}$, 按此建议, 求该辆汽车最多行驶的路程.

解析: (2) 根据油箱内剩余油量不低于油箱容量的 $\frac{1}{4}$, 列出不等式, 然后进行计算.

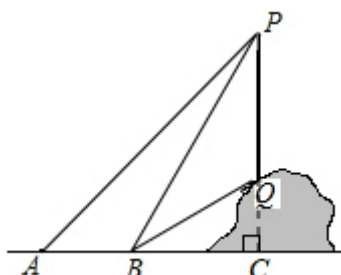
答案: (2) \because 油箱内剩余油量不低于油箱容量的 $\frac{1}{4}$,

$\therefore y \geq 40 \times \frac{1}{4} = 10$, 则 $-0.1x+40 \geq 10$,

$\therefore x \leq 300$,

答: 该辆汽车最多行驶的路程是 300km.

25. 如图, 为了测量山坡上一棵树 PQ 的高度, 小明在点 A 处利用测角仪测得树顶 P 的仰角为 45° , 然后他沿着正对树 PQ 的方向前进 10m 到达点 B 处, 此时测得树顶 P 和树底 Q 的仰角分别是 60° 和 30° , 设 PQ 垂直于 AB , 且垂足为 C .



(1) 求 $\angle BPQ$ 的度数.

解析: (1) 根据 PQ 垂直于 AB , 且垂足为 C 可知, $\triangle PBC$ 是直角三角形, 根据直角三角形两锐角互余求得即可.

答案: (1) $\because PQ$ 垂直于 AB , 且垂足为 C ,

$\therefore \triangle PBC$ 是直角三角形,

$\therefore \angle PBC + \angle BPC = 90^\circ$,

$\therefore \angle BPQ = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

(2) 求树 PQ 的高度 (结果精确到 0.1m, $\sqrt{3} \approx 1.73$).

解析: (2) 设 $PC=x$ 米, 在直角 $\triangle APC$ 和直角 $\triangle BPC$ 中, 根据三角函数利用 x 表示出 AC 和 BC , 根据 $AB=AC-BC$ 即可列出方程求得 x 的值, 再在直角 $\triangle BQC$ 中利用三角函数求得 QC 的长, 则 PQ 的长度即可求解.

答案: (2) 设 $PC=x$ 米,

在直角 $\triangle APC$ 中, $\angle PAC=45^\circ$,

则 $AC=PC=x$ 米;

$\therefore \angle PBC=60^\circ$,

$\therefore \angle BPC=30^\circ$.

在直角 $\triangle PBC$ 中, $BC = \frac{\sqrt{3}}{3} PC = \frac{\sqrt{3}}{3} x$ 米,

$\therefore AB=AC-BC=10$,

$\therefore x - \frac{\sqrt{3}}{3} x = 10$,

解得: $x = 15 + 5\sqrt{3}$,

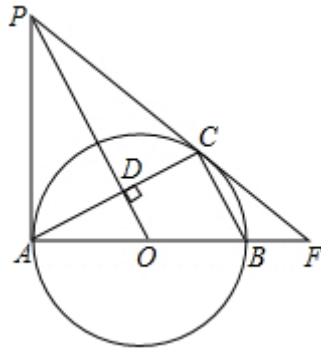
则 $BC = (5\sqrt{3} + 5)$ 米.

在直角 $\triangle BCQ$ 中, $QC = \frac{\sqrt{3}}{3} BC = \frac{\sqrt{3}}{3} (5\sqrt{3} + 5) = \left(5 + \frac{5\sqrt{3}}{3}\right)$ 米.

$\therefore PQ = PC - QC = 15 + 5\sqrt{3} - \left(5 + \frac{5\sqrt{3}}{3}\right) = 10 + \frac{10\sqrt{3}}{3} \approx 15.8$ (米).

答: 树 PQ 的高度约为 15.8 米.

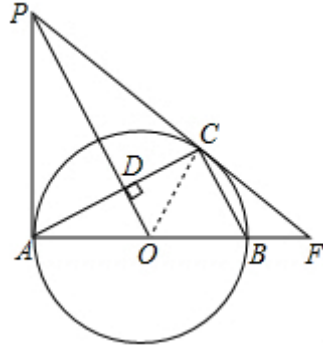
26. 如图, AB 、 AC 分别是 $\odot O$ 的直径和弦, $OD \perp AC$ 于点 D . 过点 A 作 $\odot O$ 的切线与 OD 的延长线交于点 P , PC 、 AB 的延长线交于点 F .



(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线.

解析: (1) 连接 OC , 可以证得 $\triangle OAP \cong \triangle OCP$, 利用全等三角形的对应角相等, 以及切线的性质定理可以得到: $\angle OCP=90^\circ$, 即 $OC \perp PC$, 即可证得.

答案: (1) 连接 OC , 如图所示:



$\because OD \perp AC$, OD 经过圆心 O ,

$\therefore AD = CD$,

$\therefore PA = PC$,

在 $\triangle OAP$ 和 $\triangle OCP$ 中,

$$\begin{cases} OA = OC \\ PA = PC \\ OP = OP \end{cases}$$

$\therefore \triangle OAP \cong \triangle OCP$ (SSS),

$\therefore \angle OCP = \angle OAP$

$\because PA$ 是半 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle OAP = 90^\circ$.

$\therefore \angle OCP = 90^\circ$,

即 $OC \perp PC$

$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 10$, 求线段 CF 的长.

解析: (2) 先证 $\triangle OBC$ 是等边三角形得 $\angle COB = 60^\circ$, 再由 (1) 中所证切线可得 $\angle OCF = 90^\circ$, 结合半径 $OC = 5$ 可得答案.

答案: (2) $\because OB = OC$, $\angle OBC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle OBC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle COB = 60^\circ$,

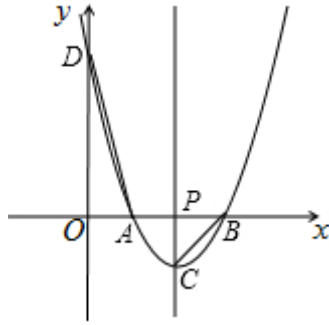
$\because AB = 10$,

$\therefore OC = 5$,

由 (1) 知 $\angle OCF = 90^\circ$,

$\therefore CF = OC \tan \angle COB = 5\sqrt{3}$.

27. 如图, 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y = (x-a)(x-3)$ ($0 < a < 3$) 的图象与 x 轴交于点 A 、 B (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 D , 过其顶点 C 作直线 $CP \perp x$ 轴, 垂足为点 P , 连接 AD 、 BC .



(1) 求点 A、B、D 的坐标.

解析: (1) 根据函数解析式可以直接得到抛物线与 x 轴的两个交点坐标; 令 $x=0$, 即可求得点 D 的纵坐标.

答案: (1) $\because y=(x-a)(x-3) (0 < a < 3)$,

$\therefore A(a, 0), B(3, 0)$.

当 $x=0$ 时, $y=3a$,

$\therefore D(0, 3a)$.

(2) 若 $\triangle AOD$ 与 $\triangle BPC$ 相似, 求 a 的值.

解析: (2) 由抛物线顶点坐标公式求得点 C 的坐标, 易得线段 PB、PC 的长度;

① 若 $\triangle AOD \sim \triangle BPC$ 时, 则 $\frac{AO}{BP} = \frac{DO}{CP}$, 将相关线段的长度代入求得 a 的值.

② 若 $\triangle AOD \sim \triangle CPB$ 时, 则 $\frac{AO}{CP} = \frac{DO}{PB}$, 将相关线段的长度代入求得 a 的值.

答案: (2) $\because A(a, 0), B(3, 0)$,

\therefore 对称轴直线方程为: $x = \frac{3+a}{2}$,

当 $x = \frac{3+a}{2}$ 时, $y = -\left(\frac{3-a}{2}\right)^2$,

$\therefore C\left(\frac{3+a}{2}, -\left(\frac{3-a}{2}\right)^2\right)$,

$PB = 3 - \frac{3+a}{2}, PC = \left(\frac{3-a}{2}\right)^2$,

① 若 $\triangle AOD \sim \triangle BPC$ 时, 则 $\frac{AO}{BP} = \frac{DO}{CP}$, 即 $\frac{a}{3 - \frac{3+a}{2}} = \frac{3a}{\left(\frac{3-a}{2}\right)^2}$,

解得 $a = \pm 3$ (舍去).

② 若 $\triangle AOD \sim \triangle CPB$ 时, 则 $\frac{AO}{CP} = \frac{DO}{PB}$, 即 $\frac{a}{\left(\frac{3-a}{2}\right)^2} = \frac{3a}{3 - \frac{3+a}{2}}$,

解得 $a=3$ (舍去) 或 $a=\frac{7}{3}$.

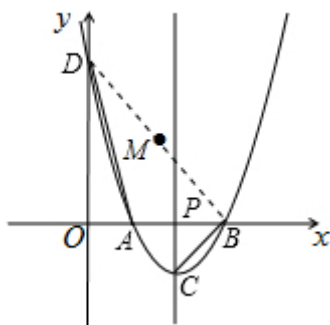
所以 a 的值是 $\frac{7}{3}$.

(3) 点 D、O、C、B 能否在同一个圆上? 若能, 求出 a 的值; 若不能, 请说明理由.

解析: (3) 能. 理由如下: 联结 BD, 取中点 M, 则 D、O、B 在同一个圆上, 且圆心 M 为 $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}a)$. 若点 C 也在圆上, 则 $MC=MB$. 根据两点间的坐标求得相关线段的长度, 借助于方程解答即可.

答案: (3) 能. 理由如下:

联结 BD, 取中点 M, 如图所示:



\because D、O、B 在同一个圆上, 且圆心 M 为 $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}a)$,

若点 C 也在圆上, 则 $MC=MB$. 即 $(\frac{3}{2} - \frac{3+a}{2})^2 + [\frac{3}{2}a + (\frac{3-a}{2})]^2 = (\frac{3}{2} - 3)^2 + (\frac{3}{2}a - 0)^2$,

整理, 得

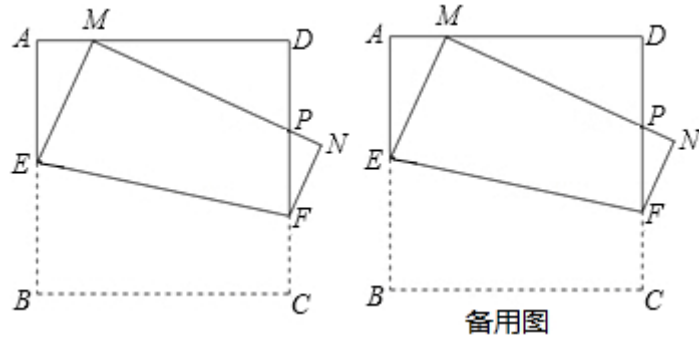
$$a^4 - 14a^2 + 45 = 0,$$

$$\text{所以 } (a^2 - 5)(a^2 - 9) = 0,$$

解得 $a_1 = \sqrt{5}$, $a_2 = -\sqrt{5}$ (舍), $a_3 = 3$ (舍), $a_4 = -3$ (舍),

$$\therefore a = \sqrt{5}.$$

28. 如图, 在边长为 1 的正方形 ABCD 中, 动点 E、F 分别在边 AB、CD 上, 将正方形 ABCD 沿直线 EF 折叠, 使点 B 的对应点 M 始终落在边 AD 上 (点 M 不与点 A、D 重合), 点 C 落在点 N 处, MN 与 CD 交于点 P, 设 $BE=x$.



(1) 当 $AM = \frac{1}{3}$ 时, 求 x 的值.

解析: (1) 利用勾股定理构建方程, 即可解决问题.

答案: (1) 在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中, $AE = 1 - x$, $EM = BE = x$, $AM = \frac{1}{3}$,

$$\because AE^2 + AM^2 = EM^2,$$

$$\therefore (1 - x)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = x^2,$$

$$\therefore x = \frac{5}{9}.$$

(2) 随着点 M 在边 AD 上位置的变化, $\triangle PDM$ 的周长是否发生变化? 如变化, 请说明理由; 如不变, 请求出该定值.

解析: (2) 设 $AM = y$, 则 $BE = EM = x$, $MD = 1 - y$, 在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中, 由勾股定理得出 x 、 y 的关系式, 可证 $\text{Rt}\triangle AEM \sim \text{Rt}\triangle DMP$, 根据相似三角形的周长比等于相似比求 $\triangle DMP$ 的周长.

答案: (2) $\triangle PDM$ 的周长不变, 为 2.

理由: 设 $AM = y$, 则 $BE = EM = x$, $MD = 1 - y$,

在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中, 由勾股定理得 $AE^2 + AM^2 = EM^2$,

$$(1 - x)^2 + y^2 = x^2, \text{ 解得 } 1 + y^2 = 2x,$$

$$\therefore 1 - y^2 = 2(1 - x)$$

$$\because \angle EMP = 90^\circ, \angle A = \angle D,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AEM \sim \text{Rt}\triangle DMP,$$

$$\therefore \frac{AE + EM + AM}{DM + MP + DP} = \frac{AE}{MD}, \text{ 即 } \frac{1 - x + x + y}{DM + MP + DP} = \frac{1 - x}{1 - y},$$

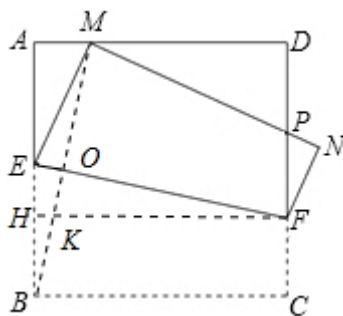
$$\text{解得 } DM + MP + DP = \frac{1 - y^2}{1 - x} = \frac{2(1 - x)}{1 - x} = 2.$$

$\therefore \triangle DMP$ 的周长为 2.

(3) 设四边形 $BEFC$ 的面积为 S , 求 S 与 x 之间的函数表达式, 并求出 S 的最小值.

解析: (3) 作 $FH \perp AB$ 于 H . 则四边形 $BCFH$ 是矩形. 连接 BM 交 FN 于 O , 交 FH 于 K . 根据梯形的面积公式构建二次函数, 利用二次函数的性质解决最值问题即可;

答案: (3) 作 $FH \perp AB$ 于 H . 则四边形 $BCFH$ 是矩形. 连接 BM 交 FE 于 O , 交 FH 于 K .



在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中, $AM = \sqrt{x^2 - (1-x)^2} = \sqrt{2x-1}$,

\because B、M 关于 EF 对称,

$\therefore BM \perp EF$,

$\therefore \angle KOF = \angle KHB$, $\because \angle OKF = \angle BKH$,

$\therefore \angle KFO = \angle KBH$,

$\because AB = BC = FH$, $\angle A = \angle FHE = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle HFE$,

$\therefore EH = AM = \sqrt{2x-1}$,

$\therefore CF = BH = x - \sqrt{2x-1}$,

$\therefore S = \frac{1}{2}(BE + CF)gBC$

$= \frac{1}{2}(x + x - \sqrt{2x-1})$

$= \frac{1}{2}[(\sqrt{2x-1})^2 - \sqrt{2x-1} + 1]$

$= \frac{1}{2}\left(\sqrt{2x-1} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8}$

当 $\sqrt{2x-1} = \frac{1}{2}$ 时, S 有最小值, $S_{\min} = \frac{3}{8}$.