

2018年江西省宜春市高安市中考一模数学

一、选择题(本大题6小题,每小题3分,共18分.每小题只有一个正确选项)

1. -5的相反数是()

A. -5

B. 5

C. $-\frac{1}{5}$

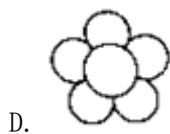
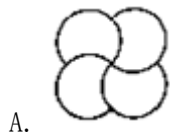
D. $\frac{1}{5}$

解析: 根据相反数的概念解答即可.

-5的相反数是5.

答案: B

2. 下列图案中,既是轴对称图形又是中心对称图形的是()



解析: 根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

A、不是轴对称图形,是中心对称图形,故错误;

B、是轴对称图形,又是中心对称图形,故正确;

C、是轴对称图形,不是中心对称图形,故错误;

D、是轴对称图形,不是中心对称图形,故错误.

答案: B

3. 下列运算正确的是()

A. $a^3+a^3=2a^6$

B. $a^6 \div a^{-3}=a^3$

C. $a^3 \cdot a^2=a^6$

D. $(-2a^2)^3=-8a^6$

解析：根据合并同类项法则、同底数幂相除、同底数幂相乘及幂的乘方.

A、 $a^3+a^3=2a^3$ ，此选项错误；

B、 $a^6 \div a^{-3}=a^9$ ，此选项错误；

C、 $a^3 \cdot a^2=a^5$ ，此选项错误；

D、 $(-2a^2)^3=-8a^6$ ，此选项正确.

答案：D

4. 函数 $y=x-2$ 的图象不经过()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

解析：一次函数 $y=x-2$ ， $\because k=1>0$ ，

\therefore 函数图象经过第一三象限，

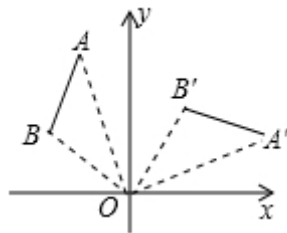
$\because b=-2<0$ ，

\therefore 函数图象与 y 轴负半轴相交，

\therefore 函数图象经过第一三四象限，不经过第二象限.

答案：B

5. 如图，将线段 AB 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到线段 $A'B'$ ，那么 $A(-2, 5)$ 的对应点 A' 的坐标是()



A. (2, 5)

B. (5, 2)

C. (2, -5)

D. (5, -2)

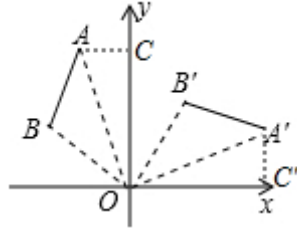
解析：由线段 AB 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到线段 $A'B'$ 可以得出 $\triangle ABO \cong \triangle A'B'O$ ， $\angle AOA' = 90^\circ$ ，作 $AC \perp y$ 轴于 C ， $A'C' \perp x$ 轴于 C' ，就可以得出 $\triangle ACO \cong \triangle A'C'O$ ，就可以得出 $AC=A'C'$ ， $CO=C'O$ ，由 A 的坐标就可以求出结论.

\because 线段 AB 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到线段 $A'B'$ ，

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle A'B'O$ ， $\angle AOA' = 90^\circ$ ，

$\therefore AO=A'O$.

作 $AC \perp y$ 轴于 C ， $A'C' \perp x$ 轴于 C' ，



$\therefore \angle ACO = \angle A' C' O = 90^\circ$.
 $\therefore \angle COC' = 90^\circ$,
 $\therefore \angle AOA' - \angle COA' = \angle COC' - \angle COA'$,
 $\therefore \angle AOC = \angle A' OC'$.

在 $\triangle ACO$ 和 $\triangle A' C' O$ 中,

$$\begin{cases} \angle ACO = \angle A' C' O \\ \angle AOC = \angle A' OC' , \\ AO = A'O \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACO \cong \triangle A' C' O$ (AAS),

$\therefore AC = A' C'$, $CO = C' O$.

$\therefore A(-2, 5)$,

$\therefore AC=2, CO=5$,

$\therefore A' C' = 2, OC' = 5$,

$\therefore A'(5, 2)$.

答案: B

6. a, b, c 为常数, 且 $(a-c)^2 > a^2 + c^2$, 则关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 根的情况是 ()

- A. 有两个相等的实数根
- B. 有两个不相等的实数根
- C. 无实数根
- D. 有一根为 0

解析: 利用完全平方的展开式可知 $(a-c)^2 = a^2 + c^2 - 2ac > a^2 + c^2$,

解得 $ac < 0$,

在方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 中,

$\Delta = b^2 - 4ac \geq -4ac > 0$,

\therefore 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个不相等的实数根.

答案: B

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

7. 分解因式: $ax^2 - ay^2 =$ _____.

解析: 应先提取公因式 a , 再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

$ax^2 - ay^2 = a(x^2 - y^2) = a(x+y)(x-y)$.

答案: $a(x+y)(x-y)$

8. 我国高速公路发展迅速, 据报道, 到目前为止, 全国高速公路总里程约为 10.8 万千米,

10.8 万用科学记数法表示为_____.

解析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

10.8 万 $= 1.08 \times 10^5$.

答案: 1.08×10^5

9. 已知一个样本 0, -1, x , 1, 3 它们的平均数是 2, 则这个样本的中位数是_____.

解析: 根据平均数的公式先求出 x , 再根据中位数的定义得出答案.

\because 0, -1, x , 1, 3 的平均数是 2,

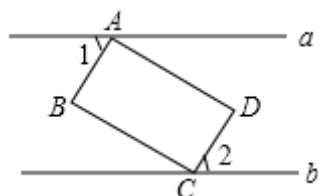
$\therefore x=7$,

把 0, -1, 7, 1, 3 按大小顺序排列为 -1, 0, 1, 3, 7,

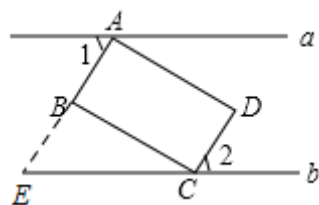
\therefore 个样本的中位数是 1.

答案: 1

10. 如图, 矩形 ABCD 的顶点 A、C 分别在直线 a、b 上, 且 $a \parallel b$, $\angle 1 = 60^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为_____.



解析: 延长 AB 交直线 b 于点 E,



$\because a \parallel b$,

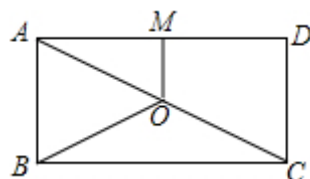
$\therefore \angle AEC = \angle 1 = 60^\circ$,

\because 在矩形 ABCD 中, $AB \parallel CD$,

$\therefore \angle 2 = \angle AEC = 60^\circ$.

答案: 60°

11. 如图, O 是矩形 ABCD 的对角线 AC 的中点, M 是 AD 的中点. 若 $AB=5$, $AD=12$, 则四边形 ABOM 的周长为_____.



解析: 根据题意可知 OM 是 $\triangle ADC$ 的中位线, 所以 OM 的长可求; 根据勾股定理可求出 AC 的长, 利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可求出 BO 的长, 进而求出四边形 ABOM 的周长.

∵ O 是矩形 ABCD 的对角线 AC 的中点, M 是 AD 的中点,

$$\therefore OM = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} AB = 2.5,$$

∵ AB=5, AD=12,

$$\therefore AC = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13,$$

∵ O 是矩形 ABCD 的对角线 AC 的中点,

$$\therefore BO = \frac{1}{2} AC = 6.5,$$

∴ 四边形 ABOM 的周长为 AB+AM+BO+OM=5+6+6.5+2.5=20.

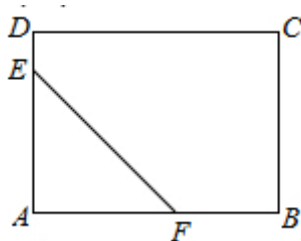
答案: 20

12. 如图, 在一张长为 7cm, 宽为 5cm 的矩形纸片上, 现要剪下一个腰长为 4cm 的等腰三角形(要求: 等腰三角形的一个顶点与矩形的一个顶点重合, 其余的两个顶点在矩形的边上), 则剪下的等腰三角形的面积为_____.



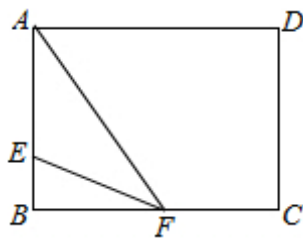
解析: 因为等腰三角形腰的位置不明确, 所以分三种情况进行讨论:

(1) 当 AE=AF=4 时, 如图:



$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} AE \cdot AF = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 \text{ (cm}^2\text{)};$$

(2) 当 AE=EF=4 时, 如图:

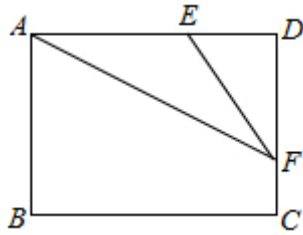


则 BE=5-4=1,

$$BF = \sqrt{EF^2 - BE^2} = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15},$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} AE \cdot BF = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{15} = 2\sqrt{15} \text{ (cm}^2\text{)};$$

(3) 当 AE=EF=4 时, 如图:



则 $DE=7-4=3$,

$$DF = \sqrt{EF^2 - DE^2} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7},$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} AE \cdot DF = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{7} = 2\sqrt{7} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

综上所述, 剪下的等腰三角形的面积 8cm^2 或 $2\sqrt{15}\text{cm}^2$ 或 $2\sqrt{7}\text{cm}^2$.

答案: 8cm^2 或 $2\sqrt{15}\text{cm}^2$ 或 $2\sqrt{7}\text{cm}^2$

三、(本大题共 6 小题, 第 13~14 题每小题 3 分, 第 15~18 题每小题 6 分, 共 30 分)

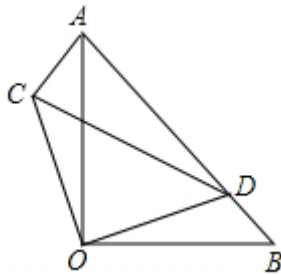
13. 先化简, 再求值: $(x+2)^2 - 4x(x+1)$, 其中 $x = \sqrt{2}$.

解析: 原式利用完全平方公式, 单项式乘以多项式法则计算, 去括号合并得到最简结果, 把 x 的值代入计算即可求出值.

答案: 原式 $= x^2 + 4x + 4 - 4x^2 - 4x = -3x^2 + 4$,

当 $x = \sqrt{2}$ 时, 原式 $= -3 \times 2 + 4 = -6 + 4 = -2$.

14. 如图, $\triangle AOB$, $\triangle COD$ 是等腰直角三角形, 点 D 在 AB 上、



(1) 求证: $\triangle AOC \cong \triangle BOD$.

解析: (1) 根据等腰直角三角形得出 $OC=OD$, $OA=OB$, $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$, 求出 $\angle AOC = \angle BOD$, 根据全等三角形的判定定理推出即可.

答案: (1) 证明: $\because \triangle AOB$, $\triangle COD$ 是等腰直角三角形,

$\therefore OC=OD$, $OA=OB$, $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$,

$\therefore \angle AOC = \angle BOD = 90^\circ - \angle AOD$,

在 $\triangle AOC$ 和 $\triangle BOD$ 中,

$$\begin{cases} OA = OB \\ \angle AOC = \angle BOD, \\ OC = OD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle BOD$ (SAS).

(2) 若 $AD=3$, $BD=1$, 求 CD .

解析: (2) 根据全等三角形的性质求出 $AC=BD=1$, $\angle CAO=\angle B=45^\circ$, 求出 $\angle CAD=90^\circ$, 根据勾股定理求出 CD 即可.

答案: (2) $\because \triangle AOB$, $\triangle COD$ 是等腰直角三角形,

$\therefore OC=OD$, $OA=OB$, $\angle AOB=\angle COD=90^\circ$,

$\therefore \angle B=\angle OAB=45^\circ$,

$\because \triangle AOC \cong \triangle BOD$, $BD=1$,

$\therefore AC=BD=1$, $\angle CAO=\angle B=45^\circ$,

$\because \angle OAB=45^\circ$,

$\therefore \angle CAD=45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$,

在 $Rt\triangle CAD$ 中, 由勾股定理得: $CD = \sqrt{AC^2 + AD^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$.

15. 解方程: $\frac{x-2}{x+2} + \frac{4}{x^2-4} = 1$.

解析: 首先确定最简公分母, 然后方程两边同乘以最简公分母, 简化方程, 求解即可, 最后要把 x 的值代入最简公分母进行检验.

答案: $\frac{x-2}{x+2} + \frac{4}{x^2-4} = 1$,

原方程变形为: $(x-2)^2 + 4 = x^2 - 4$,

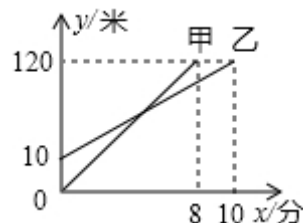
$-4x + 4 + 4 = -4$,

$x=3$,

经检验下是原方程的解,

所以原方程的解是 $x=3$.

16. 甲、乙同时出发前往 A 地, 甲、乙两人运动的路程 y (米) 与运动时间 x 的函数图象如图所示, 根据图象求出发多少分钟后甲追上乙?



解析: 求出两人的函数解析式, 构建方程组即可解决问题.

答案: 由题意甲的函数解析式为 $y=15x$,

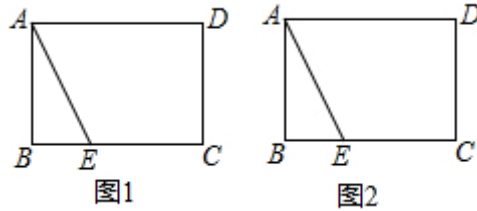
乙的函数解析式为 $y=11x+10$,

$$\begin{cases} y = 15x \\ y = 11x + 10 \end{cases}$$

解得 $x=2.5$,

$\therefore 2.5$ 分钟后两人相遇.

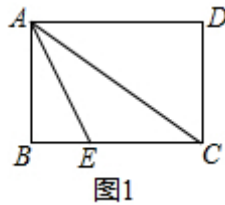
17. 如图矩形 ABCD 中, 点 E 在 BC 上, 且 $AE=EC$, 试分别在下列两个图中按要求使用无刻度的直尺画图(保留作图痕迹).



(1) 在图 1 中, 画出 $\angle DAE$ 的平分线.

解析: (1) 连接 AC, 再由平行线的性质及等腰三角形的性质可知 AC 是 $\angle DAE$ 的平分线.

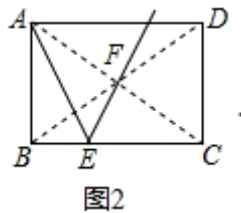
答案: (1) 如图 1 所示:



(2) 在图 2 中, 画出 $\angle AEC$ 的平分线.

解析: (2) 连接 AC, BD 交于点 F, 连接 EF, 由平行四边形的性质及等腰三角形的性质可知 EF 是 $\angle AEC$ 的平分线.

答案: (2) 如图 2 所示:



18. 某商场计划购进 A、B 两种商品, 若购进 A 种商品 20 件和 B 种商品 15 件需 380 元; 若购进 A 种商品 15 件和 B 种商品 10 件需 280 元.

(1) 求 A、B 两种商品的进价分别是多少元?

解析: (1) 设 A 种商品的进价是 a 元, B 种商品的进价是 b 元, 根据题意列方程组即可得到结论.

答案: (1) 设 A 商品的进价是 a 元, B 商品的进价是 b 元,

$$\text{根据题意得: } \begin{cases} 20a + 15b = 380 \\ 15a + 10b = 280 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = 16 \\ b = 4 \end{cases},$$

答: A 商品的进价是 16 元, B 商品的进价是 4 元.

(2)若购进 A、B 两种商品共 100 件，总费用不超过 900 元，问最多能购进 A 种商品多少件？
 解析：(2)设购进 A 种商品 x 件，则购进 B 种商品 $(100-x)$ 件，根据题意列不等式即可得到结论.

答案：(2)设购进 A 种商品 x 件，则购进 B 种商品 $(100-x)$ 件，
 根据题意得： $16x+4(100-x)\leq 900$,

$$\text{解得：} x \leq 41\frac{2}{3},$$

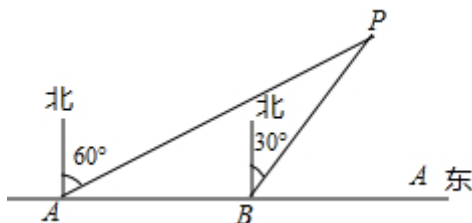
$\because x$ 为整数，

$\therefore x$ 的最大整数解为 41，

\therefore 最多能购进 A 种商品 41 件.

四、(本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分)

19. 为了维护国家主权和海洋权利，海监部门对我国领海实现了常态化巡航管理，如图，正在执行巡航任务的海监船以每小时 50 海里的速度向正东方航行，在 A 处测得灯塔 P 在北偏东 60° 方向上，继续航行 1 小时到达 B 处，此时测得灯塔 P 在北偏东 30° 方向上.



(1)求 $\angle APB$ 的度数.

解析：(1)在 $\triangle ABP$ 中，求出 $\angle PAB$ 、 $\angle PBA$ 的度数即可解决问题.

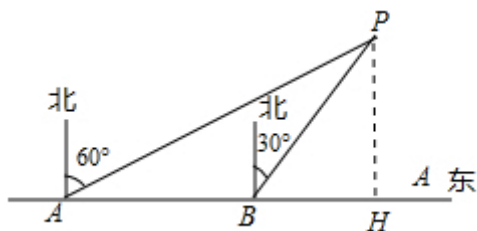
答案：(1) $\because \angle PAB=30^\circ$ ， $\angle ABP=120^\circ$ ，

$\therefore \angle APB=180^\circ - \angle PAB - \angle ABP=30^\circ$.

(2)已知在灯塔 P 的周围 25 海里内有暗礁，问海监船继续向正东方向航行是否安全？

解析：(2)作 $PH \perp AB$ 于 H. 求出 PH 的值即可判定.

答案：(2)作 $PH \perp AB$ 于 H.



$\because \angle BAP = \angle BPA = 30^\circ$ ，

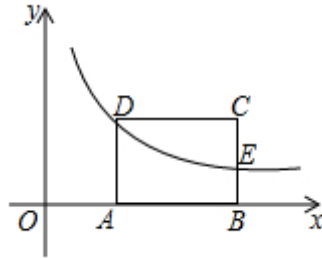
$\therefore BA = BP = 50$,

在 $Rt\triangle PBH$ 中， $PH = PB \cdot \sin 60^\circ = 50 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}$ ，

$$\because 25\sqrt{3} > 25,$$

\therefore 海监船继续向正东方向航行是安全的.

20. 已知矩形 ABCD 的长 AB=2, AB 边与 x 轴重合, 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内经过 D 点以及 BC 的中点 E.



(1) 求 A 点的横坐标.

解析: (1) 设 $D(a, b)$, 根据题意得出 $A(a, 0)$, $B(a+2, 0)$, $C(a+2, b)$, 进而求得 E 的坐标,

因为双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内经过 D 点以及 BC 的中点 E, 则有 $ab = (a+2) \times \frac{1}{2}b$, 解得即可.

可.

答案: (1) 设 $A(a, 0)$, 则 $B(a+2, 0)$, $C(a+2, b)$, $D(a, b)$,

\therefore E 为 BC 的中点.

$$\therefore E(a+2, \frac{1}{2}b),$$

\therefore 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内经过 D 点以及 BC 的中点 E,

$$\therefore ab = (a+2) \times \frac{1}{2}b,$$

$$\therefore a=2,$$

$$\therefore A(2, 0).$$

(2) 连接 ED, 若四边形 ABED 的面积为 6, 求双曲线的函数关系式.

解析: (2) 先根据矩形的面积公式得出 $S_{\text{四边形 ABED}} = \frac{1}{2} \times 2(b + \frac{1}{2}b) = 6$, 解得 $b=4$, 得到 $A(2, 4)$,

然后根据待定系数法即可求得.

答案: (2) $\because AD=b$, $BE = \frac{1}{2}b$, $AB=2$, 四边形 ABED 的面积为 6,

$$\therefore S_{\text{四边形 ABED}} = \frac{1}{2} \times 2(b + \frac{1}{2}b) = 6,$$

$$\therefore b=4,$$

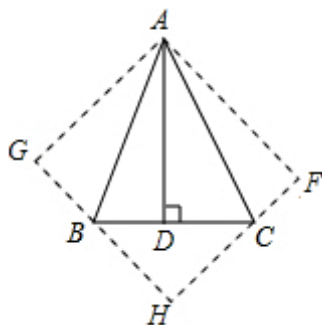
$$\therefore D(2, 4),$$

\therefore 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内经过 D 点,

$\therefore k=2 \times 4=8,$

\therefore 双曲线的函数关系式为 $y = \frac{8}{x}.$

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=45^\circ$, $AD \perp BC$ 于 D , 将 $\triangle ACD$ 沿 AC 折叠为 $\triangle ACF$, 将 $\triangle ABD$ 沿 AB 折叠为 $\triangle ABG$, 延长 FC 和 GB 相交于点 H .



(1) 求证: 四边形 AFHG 为正方形.

解析: (1) 由折叠的性质可得到的条件是: ① $AG=AD=AF$, ② $\angle GAF=\angle GAD+\angle DAF=2\angle BAC=90^\circ$, 且 $\angle G=\angle F=90^\circ$; 由 ② 可判定四边形 AGHF 是矩形, 由 $AG=AF$ 可证得四边形 AGHF 是正方形.

答案: (1) 证明: $\because AD \perp BC,$

$\therefore \angle ADB=\angle ADC=90^\circ,$

由折叠可知, $AG=AF=AD,$ $\angle AGH=\angle AFH=90^\circ,$

$\angle BAG=\angle BAD,$ $\angle CAF=\angle CAD,$

$\therefore \angle BAG+\angle CAF=\angle BAD+\angle CAD=\angle BAC=45^\circ,$

$\therefore \angle GAF=\angle BAG+\angle CAF+\angle BAC=90^\circ,$

\therefore 四边形 AFHG 是正方形.

(2) 若 $BD=6,$ $CD=4,$ 求 AB 的长.

解析: (2) 设 $AD=x,$ 由折叠的性质可得: $AD=AF=x$ (即正方形的边长为 x), $BG=BD=6,$ $CF=CD=4;$ 进而可用 x 表示出 $BH、HC$ 的长, 即可在 $Rt\triangle BHC$ 中, 由勾股定理求得 AD 的长, 进而可求出 AB 的长.

答案: (2) \because 四边形 AFHG 是正方形,

$\therefore \angle BHC=90^\circ,$

又 $GH=HF=AD,$ $GB=BD=6,$ $CF=CD=4,$

设 AD 的长为 $x,$ 则 $BH=GH-GB=x-6,$ $CH=HF-CF=x-4.$

在 $Rt\triangle BCH$ 中, $BH^2+CH^2=BC^2,$

$\therefore (x-6)^2+(x-4)^2=10^2,$

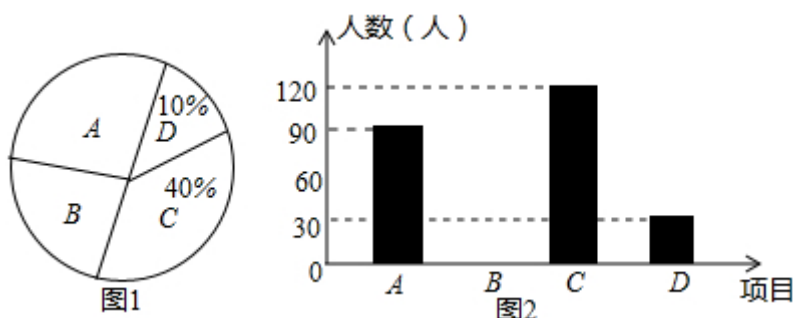
解得 $x_1=12,$ $x_2=-2$ (不合题意, 舍去),

$\therefore AD=12,$

$\therefore AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{12^2 + 6^2} = \sqrt{144 + 36} = 6\sqrt{5}.$

五、(本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

22. 为了培养学生的兴趣, 我市某小学决定再开设 A. 舞蹈, B. 音乐, C. 绘画, D. 书法四个兴趣班, 为了解学生对这四个项目的兴趣爱好, 随机抽取了部分学生进行调查, 并将调查结果绘制成如图 1, 2 所示的统计图, 且结合图中信息解答下列问题:



(1) 在这次调查中, 共调查了多少名学生?

解析: (1) 用 C 类人数除以它所占的百分比即可得到调查的总人数.

答案: (1) $120 \div 40\% = 300$ (名),

所以在本次调查中, 共调查了 300 名学生.

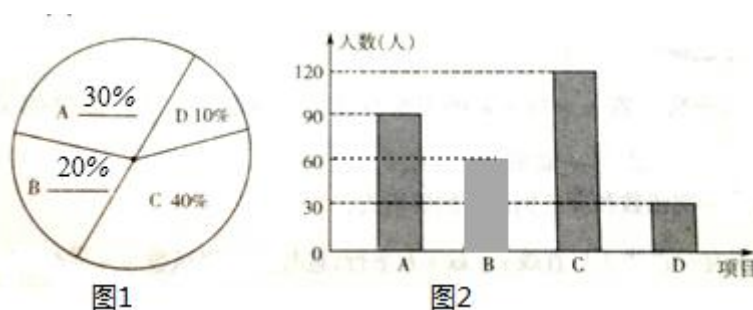
(2) 请将两幅统计图补充完整.

解析: (2) 先分别计算出 B 类人数和 A、B 两类所占的百分比, 然后补全统计图.

答案: (2) B 类学生人数 = $300 - 90 - 120 - 30 = 60$ (名),

A 类人数所占百分比 = $\frac{90}{300} \times 100\% = 30\%$; B 类人数所占百分比 = $\frac{60}{300} \times 100\% = 20\%$.

补充统计图:



(3) 若本校一共有 2000 名学生, 请估计喜欢“音乐”的人数.

解析: (3) 利用样本估计总体, 用样本中 B 类人数的百分比作为全校喜欢“音乐”的人数的百分比, 然后用此百分比乘以全校人数即可得到全校喜欢“音乐”的人数.

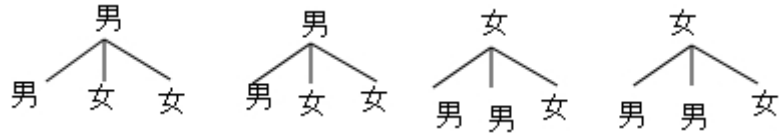
答案: (3) $2000 \times 20\% = 400$ (人),

所以估计喜欢“音乐”的人数约为 400 人.

(4) 若调查到喜欢“书法”的 4 名学生中有 2 名男生, 2 名女生, 现从这 4 名学生中任意抽取 2 名学生, 请用画树状图或列表的方法, 求出刚好抽到同性别的学生的概率.

解析: (4) 先画树状图展示所有 12 种等可能的结果数, 再找出同性别的学生的结果数, 然后根据概率公式求解.

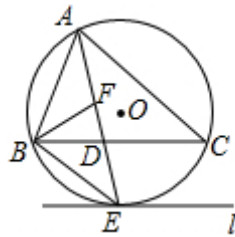
答案: (4) 画树状图为:



共有 12 种等可能的结果数，其中相同性别的学生的结果数为 4，

所以相同性别的学生的概率 $P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

23. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，AE 平分 $\angle BAC$ 交 $\odot O$ 于点 E，交 BC 于点 D，过点 E 作直线 $l \parallel BC$.

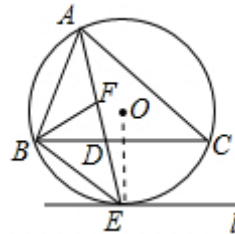


(1) 判断直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由.

解析：(1) 连接 OE. 由题意可证明 $\overset{\frown}{BE} = \overset{\frown}{CE}$ ，于是得到 $\angle BOE = \angle COE$ ，由等腰三角形三线合一的性质可证明 $OE \perp BC$ ，于是可证明 $OE \perp l$ ，故此可证明直线 l 与 $\odot O$ 相切.

答案：(1) 直线 l 与 $\odot O$ 相切.

理由：如图 1 所示：连接 OE.



\because AE 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle BAE = \angle CAE$,

$\therefore \overset{\frown}{BE} = \overset{\frown}{CE}$,

$\therefore OE \perp BC$,

$\because l \parallel BC$,

$\therefore OE \perp l$,

\therefore 直线 l 与 $\odot O$ 相切.

(2) 若 $\angle ABC$ 的平分线 BF 交 AD 于点 F，求证：BE=EF.

解析：(2) 先由角平分线的定义可知 $\angle ABF = \angle CBF$ ，然后再证明 $\angle CBE = \angle BAF$ ，于是可得到 $\angle EBF = \angle EFB$ ，最后依据等角对等边证明 $BE = EF$ 即可.

答案：(2) \because BF 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABF = \angle CBF$,
 又 $\because \angle CBE = \angle CAE = \angle BAE$,
 $\therefore \angle CBE + \angle CBF = \angle BAE + \angle ABF$,
 又 $\because \angle EFB = \angle BAE + \angle ABF$,
 $\therefore \angle EBF = \angle EFB$,
 $\therefore BE = EF$.

(3) 在 (2) 的条件下, 若 $DE=4$, $DF=3$, 求 AF 的长.

解析: (3) 先求得 BE 的长, 然后证明 $\triangle BED \sim \triangle AEB$, 由相似三角形的性质可求得 AE 的长, 于是可得到 AF 的长.

答案: (3) 由 (2) 得 $BE=EF=DE+DF=7$.

$\because \angle DBE = \angle BAE$, $\angle DEB = \angle BEA$,

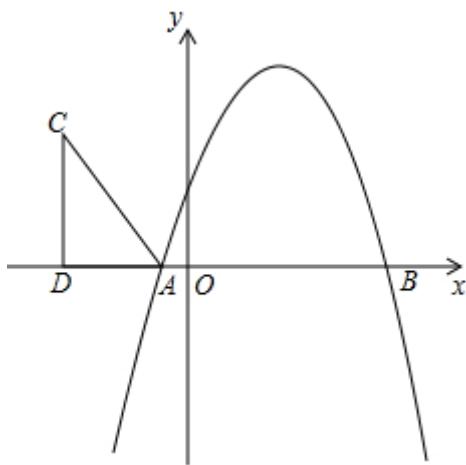
$\therefore \triangle BED \sim \triangle AEB$.

$\therefore \frac{DE}{BE} = \frac{BE}{AE}$, 即 $\frac{4}{7} = \frac{7}{AE}$, 解得: $AE = \frac{49}{4}$.

$\therefore AF = AE - EF = \frac{49}{4} - 7 = \frac{21}{4}$.

六、(本大题共 12 分)

24. 如图, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴分别交于 $A(-1, 0)$, $B(5, 0)$ 两点.



(1) 求抛物线的解析式.

解析: (1) 由 A 、 B 的坐标, 利用待定系数法可求得抛物线的解析式.

答案: (1) \because 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴分别交于 $A(-1, 0)$, $B(5, 0)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} -1 - b + c = 0 \\ -25 + 5b + c = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} b = 4 \\ c = 5 \end{cases},$$

\therefore 抛物线解析式为 $y = -x^2 + 4x + 5$.

(2) 在第二象限内取一点 C , 作 CD 垂直 x 轴于点 D , 连接 AC , 且 $AD=5$, $CD=8$, 将 $Rt\triangle ACD$ 沿 x 轴向右平移 m 个单位, 当点 C 落在抛物线上时, 求 m 的值.

解析: (2) 由题意可求得 C 点坐标, 设平移后的点 C 的对应点为 C' , 则 C' 点的纵坐标为 8, 代入抛物线解析式可求得 C' 点的坐标, 则可求得平移的单位, 可求得 m 的值.

答案: (2) $\because AD=5$, 且 $OA=1$,

$\therefore OD=6$, 且 $CD=8$,

$\therefore C(-6, 8)$,

设平移后的点 C 的对应点为 C' , 则 C' 点的纵坐标为 8,

代入抛物线解析式可得 $8=-x^2+4x+5$, 解得 $x=1$ 或 $x=3$,

$\therefore C'$ 点的坐标为 $(1, 8)$ 或 $(3, 8)$,

$\therefore C(-6, 8)$,

\therefore 当点 C 落在抛物线上时, 向右平移了 7 或 9 个单位,

$\therefore m$ 的值为 7 或 9.

(3) 在 (2) 的条件下, 当点 C 第一次落在抛物线上记为点 E, 点 P 是抛物线对称轴上一点. 试探究: 在抛物线上是否存在点 Q, 使以点 B、E、P、Q 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 请出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

解析: (3) 由 (2) 可求得 E 点坐标, 连接 BE 交对称轴于点 M, 过 E 作 $EF \perp x$ 轴于点 F, 当 BE 为平行四边形的边时, 过 Q 作对称轴的垂线, 垂足为 N, 则可证得 $\triangle PQN \cong \triangle BEF$, 可求得 QN, 即可求得 Q 到对称轴的距离, 则可求得 Q 点的横坐标, 代入抛物线解析式可求得 Q 点坐标; 当 BE 为对角线时, 由 B、E 的坐标可求得线段 BE 的中点坐标, 设 $Q(x, y)$, 由 P 点的横坐标则可求得 Q 点的横坐标, 代入抛物线解析式可求得 Q 点的坐标.

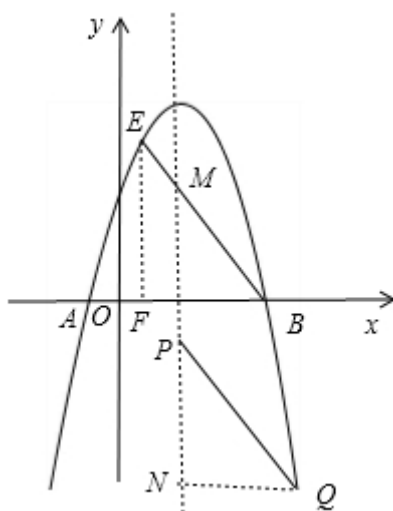
答案: (3) $\because y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$,

\therefore 抛物线对称轴为 $x=2$,

\therefore 可设 $P(2, t)$,

由 (2) 可知 E 点坐标为 $(1, 8)$,

① 当 BE 为平行四边形的边时, 连接 BE 交对称轴于点 M, 过 E 作 $EF \perp x$ 轴于点 F, 过 Q 作对称轴的垂线, 垂足为 N, 如图,



则 $\angle BEF = \angle BMP = \angle QPN$,

在 $\triangle PQN$ 和 $\triangle BEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle QPN = \angle BEF \\ \angle PNQ = \angle EFB, \\ PQ = BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle PQN \cong \triangle BEF$ (AAS),

$\therefore NQ = BF = OB - OF = 5 - 1 = 4$,

设 $Q(x, y)$, 则 $QN = |x - 2|$,

$\therefore |x - 2| = 4$, 解得 $x = -2$ 或 $x = 6$,

当 $x = -2$ 或 $x = 6$ 时, 代入抛物线解析式可求得 $y = -7$,

$\therefore Q$ 点坐标为 $(-2, -7)$ 或 $(6, -7)$;

②当 BE 为对角线时,

$\therefore B(5, 0), E(1, 8)$,

\therefore 线段 BE 的中点坐标为 $(3, 4)$, 则线段 PQ 的中点坐标为 $(3, 4)$,

设 $Q(x, y)$, 且 $P(2, t)$,

$\therefore x + 2 = 3 \times 2$, 解得 $x = 4$, 把 $x = 4$ 代入抛物线解析式可求得 $y = 5$,

$\therefore Q(4, 5)$,

综上所述可知 Q 点的坐标为 $(-2, -7)$ 或 $(6, -7)$ 或 $(4, 5)$.