2013年普通高等学校招生全国统一考试(新课标Ⅰ)数学文

一、选择题共12小题.每小题5分，共60分.在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的一项.

1.(5分)已知集合A={1，2，3，4}，B={x|x=n^2，n∈A}，则A∩B=(　　)

A.{1，4}

B.{2，3}

C.{9，16}

D.{1，2}

解析：根据题意得：x=1，4，9，16，即B={1，4，9，16}，

∵A={1，2，3，4}，

∴A∩B={1，4}.

答案：A

2.(5分)$\frac{1+2i}{(1-i)^2}$=(　　)

A.$-1-\frac{1}{2}i$

B.$-1+\frac{1}{2}i$

C.$1+\frac{1}{2}i$

D.$1-\frac{1}{2}i$

解析：$\frac{1+2i}{(1-i)^2}=\frac{1+2i}{-2i}=\frac{(1+2i)i}{-2i\cdot i}=\frac{-2+i}{2}=-1+\frac{1}{2}i$.

答案：B.

3.(5分)从1,2,3,4中任取2个不同的数,则取出的2个数之差的绝对值为2的概率是(　　)

A.$\frac{1}{2}$

B.$\frac{1}{3}$

C.$\frac{1}{4}$

D.$\frac{1}{6}$

解析：由题意知本题是一个等可能事件的概率，

试验发生包含的事件是从4个不同的数中随机的抽2个，共有C_4^2=6种结果，

满足条件的事件是取出的数之差的绝对值等于2，有2种结果，

∴要求的概率是 $\frac{2}{C_4^2}=\frac{1}{3}$.

答案：B.

4.(5 分)已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的离心率为$\frac{\sqrt{5}}{2}$，则 C 的渐近线方程为(　　)

A. $y=\pm\frac{1}{4}x$

B. $y=\pm\frac{1}{3}x$

C. $y=\pm\frac{1}{2}x$

D. y=±x

解析：已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的离心率为$\frac{\sqrt{5}}{2}$，故有$\frac{a^2+b^2}{a^2}=\frac{5}{4}$，

∴$\frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{4}$，解得 $\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$.

故 C 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{1}{2}x$，

答案：C.

5.(5 分)已知命题 p：∀x∈R，$2^x<3^x$；命题 q：∃x∈R，$x^3=1-x^2$，则下列命题中为真命题的是(　　)

A. p∧q

B. ￢p∧q

C. p∧￢q

D. ￢p∧￢q

解析：因为 x=-1 时，$2^{-1}>3^{-1}$，所以命题 p：∀x∈R，$2^x<3^x$为假命题，则￢p 为真命题.

令 $f(x)=x^3+x^2-1$，因为 f(0)=-1＜0，f(1)=1＞0.所以函数 $f(x)=x^3+x^2-1$ 在(0，1)上存在零点，即命题q：∃x∈R，$x^3=1-x^2$为真命题.

则￢p∧q 为真命题.

答案：B.

6.(5 分)设首项为 1，公比为$\frac{2}{3}$的等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，则(　　)

A. $S_n=2a_n-1$

B. $S_n=3a_n-2$

C. $S_n=4-3a_n$

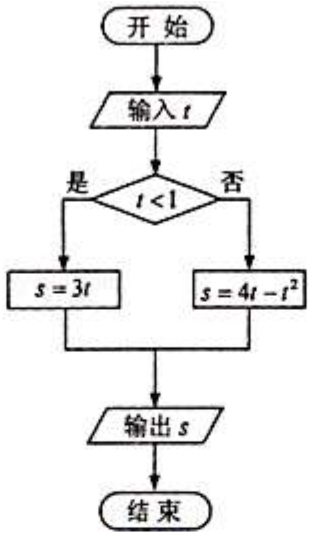
D. $S_n=3-2a_n$

解析：由题意可得$a_n=1\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$，

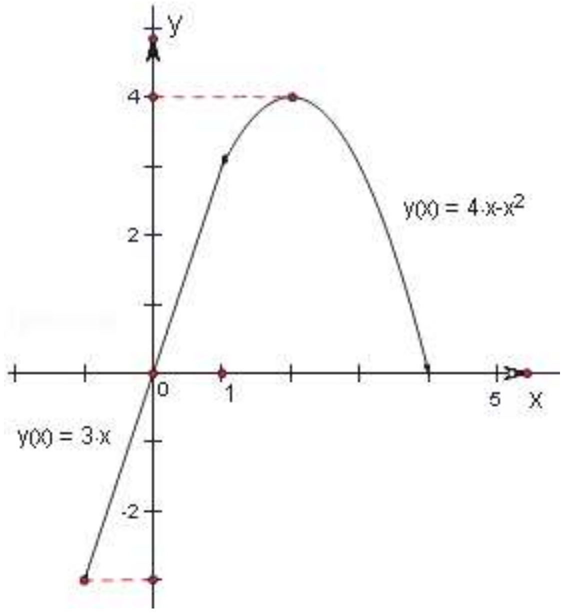
$\therefore S_n=\frac{1\times\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)}{1-\frac{2}{3}}=3-3\times\left(\frac{2}{3}\right)^n=3-2\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}=3-2a_n$，

答案：D

7.(5分)执行程序框图，如果输入的t∈[-1，3]，则输出的s属于(　　)



A.[-3，4]
B.[-5，2]
C.[-4，3]
D.[-2，5]
解析：由判断框中的条件为t＜1，可得：
函数分为两段，即t＜1与t≥1，
又由满足条件时函数的解析式为：s=3t；
不满足条件时，即t≥1时，函数的解析式为：$s=4t-t^2$
故分段函数的解析式为：$s=\begin{cases}3t，t<1\\4t-t^2，t\geq 1\end{cases}$，
如果输入的t∈[-1，3]，画出此分段函数在t∈[-1，3]时的图象，
则输出的s属于[-3，4].
答案：A.



8.(5 分)O 为坐标原点，F 为抛物线 C：$y^2=4\sqrt{2}x$ 的焦点，P 为 C 上一点，若$|PF|=4\sqrt{2}$，则△POF 的面积为(　　)

A. 2

B. $2\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{3}$

D. 4

解析：∵抛物线 C 的方程为 $y^2=4\sqrt{2}x$

∴$2p=4\sqrt{2}$，可得$\frac{p}{2}=\sqrt{2}$，得焦点 F$(\sqrt{2}，0)$

设 P(m，n)

根据抛物线的定义，得$|PF|=m+\frac{p}{2}=4\sqrt{2}$，

即 $m+\sqrt{2}=4\sqrt{2}$，解得 $m=3\sqrt{2}$

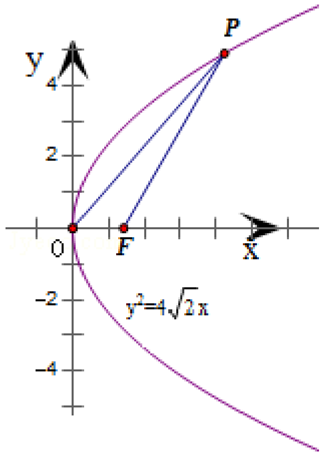
∵点 P 在抛物线 C 上，得 $n^2=4\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=24$

∴$n=\pm\sqrt{24}=\pm2\sqrt{6}$

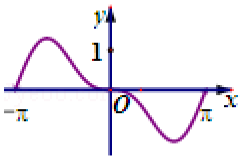
∵$|OF|=\sqrt{2}$

∴△POF 的面积为 $S=\frac{1}{2}|OF|\times|n|=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=2\sqrt{3}$

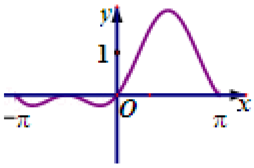
答案：C



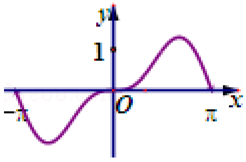
9.(5 分)函数 f(x)=(1-cosx)sinx 在[-π， π]的图象大致为(　　)



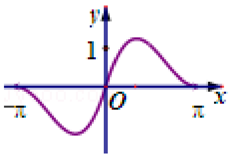
A.



B.



C.



D.

解析：由题意可知：f(-x)=(1-cosx)sin(-x)=-f(x)，
故函数 f(x)为奇函数，故可排除 B，
又因为当 x∈(0， π)时，1-cosx＞0，sinx＞0，
故 f(x)＞0，可排除 A，
又 f′(x)=(1-cosx)′sinx+(1-cosx)(sinx)′
$=\sin^2x+\cos x-\cos^2x=\cos x-\cos 2x$，
故可得 f′(0)=0，可排除 D，
答案：C

10.(5 分)已知锐角△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，$23\cos^2A+\cos 2A=0$，a=7，c=6，则 b=(　　)

A.10

B.9

C.8

D.5

解析：∵$23\cos^2A+\cos 2A=23\cos^2A+2\cos^2A-1=0$，即 $\cos^2A=\frac{1}{25}$，A 为锐角，

∴$\cos A=\frac{1}{5}$，

又 $a=7$，$c=6$，

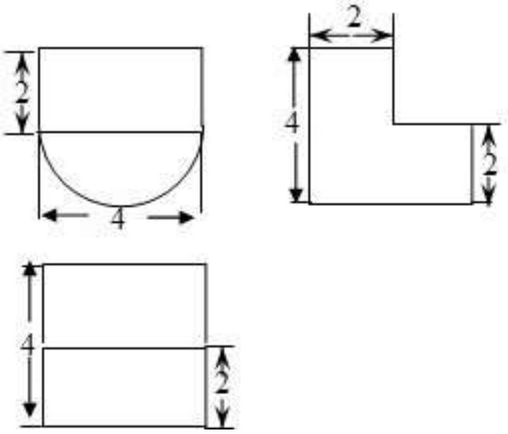
根据余弦定理得：$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A$，即 $49=b^2+36-\frac{12}{5}b$，

解得：$b=5$ 或 $b=-\frac{13}{5}$(舍去)，

则 $b=5$.

答案：D

11.(5 分)某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为(　　)



A. $16+8\pi$

B. $8+8\pi$

C. $16+16\pi$

D. $8+16\pi$

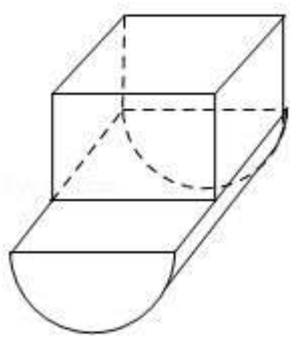
解析：三视图复原的几何体是一个长方体与半个圆柱的组合体，如图，其中长方体长、宽、高分别是：4，2，2，半个圆柱的底面半径为 2，母线长为 4.

∴长方体的体积$=4\times2\times2=16$，

半个圆柱的体积$=\frac{1}{2}\times2^2\times\pi\times4=8\pi$

所以这个几何体的体积是 $16+8\pi$；

答案：A.



12.(5分)已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+2x, & x\leqslant 0\\ \ln(x+1), & x>0\end{cases}$，若$|f(x)|\geqslant ax$，则 a 的取值范围是(　　)

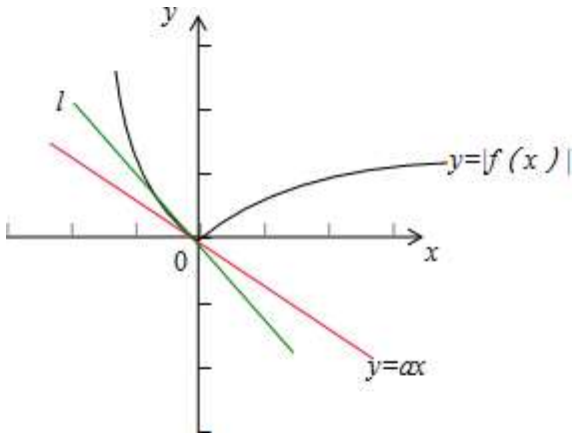
A.(-∞，0]

B.(-∞，1]

C.[-2，1]

D.[-2，0]

解析：由题意可作出函数 $y=|f(x)|$的图象，和函数 y=ax 的图象，



由图象可知：函数 y=ax 的图象为过原点的直线，当直线介于 l 和 x 轴之间符合题意，直线 l 为曲线的切线，且此时函数 $y=|f(x)|$在第二象限的部分解析式为 $y=x^2-2x$，

求其导数可得 $y'=2x-2$，因为 $x\leqslant 0$，故 $y'\leqslant -2$，故直线 l 的斜率为-2，

故只需直线 y=ax 的斜率 a 介于-2 与 0 之间即可，即 $a\in[-2，0]$

答案：D

二.填空题：本大题共四小题，每小题 5 分.

13.(5分)已知两个单位向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为 60°，$\vec{c}=t\vec{a}+(1-t)\vec{b}$.若$\vec{b}\cdot\vec{c}=0$，则 t=_____.

解析：∵$\vec{c}=t\vec{a}+(1-t)\vec{b}$，$\vec{c}\cdot\vec{b}=0$，∴$\vec{c}\cdot\vec{b}=t\vec{a}\cdot\vec{b}+(1-t)\vec{b}^2=0$，

∴tcos60°+1-t=0，∴$1-\frac{1}{2}t=0$，解得 t=2.

答案：2.

14.(5分)设 x，y 满足约束条件$\begin{cases}1\leqslant x\leqslant 3\\ -1\leqslant x-y\leqslant 0\end{cases}$，则 z=2x-y 的最大值为_____.

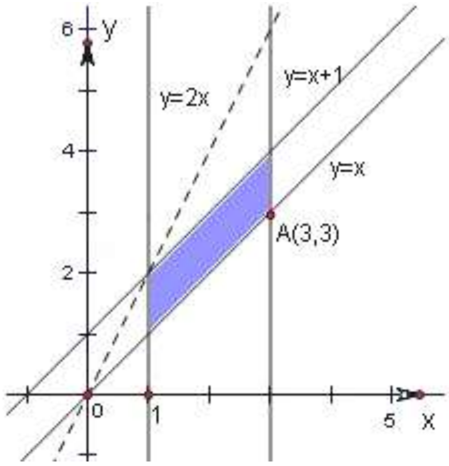
解析：不等式组表示的平面区域如图所示，

由$\begin{cases}x=3\\ y=x\end{cases}$得 A(3，3)，

当直线 z=2x-y 过点 A(3，3)时，

在 y 轴上截距最小，此时 z 取得最大值 3.

答案：3.



15.(5分)已知H是球O的直径AB上一点，AH：HB=1：2，AB⊥平面α，H为垂足，α截球O所得截面的面积为π，则球O的表面积为_____.

解析：本题考查的知识点是球的表面积公式，设球的半径为R，根据题意知由与球心距离为$\frac{1}{3}$R的平面截球所得的截面圆的面积是π，我们易求出截面圆的半径为1，根据球心距、截面圆半径、球半径构成直角三角形，满足勾股定理，我们易求出该球的半径，进而求出球的表面积.

答案：设球的半径为R，∵AH：HB=1：2，∴平面α与球心的距离为$\frac{1}{3}$R，

∵α截球O所得截面的面积为π，

∴$d=\frac{1}{3}R$时，r=1，

故由$R^2=r^2+d^2$得$R^2=1^2+(\frac{1}{3}R)^2$，∴$R^2=\frac{9}{8}$

∴球的表面积$S=4\pi R^2=\frac{9\pi}{2}$.

故答案为：$\frac{9\pi}{2}$.

16.(5分)设当x=θ时，函数f(x)=sinx-2cosx取得最大值，则cosθ=_____.

解析：f(x)解析式提取$\sqrt{5}$,利用两角和与差的正弦函数公式化为一个角的正弦函数，由x=θ时，函数f(x)取得最大值，得到$\sin\theta-2\cos\theta=\sqrt{5}$,与$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$联立即可求出cosθ的值.

答案：$f(x)=\sin x-2\cos x=\sqrt{5}(\frac{\sqrt{5}}{5}\sin x-\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos x)=\sqrt{5}\sin(x-\alpha)$(其中$\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$)，

∵x=θ时，函数f(x)取得最大值，

∴$\sin(\theta-\alpha)=1$，即$\sin\theta-2\cos\theta=\sqrt{5}$,

又$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，联立解得$\cos\theta=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故答案为：$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

三.解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.(12 分)已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和S_n满足$S_3=0$，$S_5=-5$.

(Ⅰ)求$\{a_n\}$的通项公式；

(Ⅱ)求数列$\{\frac{1}{a_{2n-1}a_{2n+1}}\}$的前 n 项和.

解析：(Ⅰ)设出等差数列$\{a_n\}$的首项和公差，直接由$S_3=0$，$S_5=-5$列方程组求出，然后代入等差数列的通项公式整理；

(Ⅱ)把(Ⅰ)中求出的通项公式，代入数列$\{\frac{1}{a_{2n-1}a_{2n+1}}\}$的通项中进行列项整理，则利用裂项相消可求数列$\{\frac{1}{a_{2n-1}a_{2n+1}}\}$的前 n 项和.

答案：(Ⅰ)设数列$\{a_n\}$的首项为a_1，公差为 d，则$S_n=na_1+\frac{n(n-1)d}{2}$.

由已知可得$\begin{cases}3a_1+3d=0\\5a_1+\frac{5(5-1)}{2}d=-5\end{cases}$，即$\begin{cases}a_1+d=0\\a_1+2d=-1\end{cases}$，解得$a_1=1$，$d=-1$，

故$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=a_1+(n-1)d=1+(n-1)\cdot(-1)=2-n$；

(Ⅱ)由(Ⅰ)知$\frac{1}{a_{2n-1}a_{2n+1}}=\frac{1}{(3-2n)(1-2n)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2n-3}-\frac{1}{2n-1})$.

从而数列$\{\frac{1}{a_{2n-1}a_{2n+1}}\}$的前 n 项和

$S_n=\frac{1}{2}[(\frac{1}{-1}-\frac{1}{1})+(\frac{1}{1}-\frac{1}{3})+\cdots+(\frac{1}{2n-3}-\frac{1}{2n-1})]$

$=\frac{1}{2}(-1-\frac{1}{2n-1})=\frac{n}{1-2n}$.

18.(12 分)为了比较两种治疗失眠症的药(分别成为 A 药，B 药)的疗效，随机地选取 20 位患者服用 A 药，20 位患者服用 B 药，这 40 位患者服用一段时间后，记录他们日平均增加的睡眠时间(单位：h)实验的观测结果如下：

服用 A 药的 20 位患者日平均增加的睡眠时间：

0.6　1.2　2.7　1.5　2.8　1.8　2.2　2.3　3.2　3.5

2.5　2.6　1.2　2.7　1.5　2.9　3.0　3.1　2.3　2.4

服用 B 药的 20 位患者日平均增加的睡眠时间：

3.2　1.7　1.9　0.8　0.9　2.4　1.2　2.6　1.3　1.4

1.6　0.5　1.8　0.6　2.1　1.1　2.5　1.2　2.7　0.5

(Ⅰ)分别计算两种药的平均数，从计算结果看，哪种药的疗效更好？

(Ⅱ)根据两组数据完成下面茎叶图，从茎叶图看，哪种药的疗效更好？

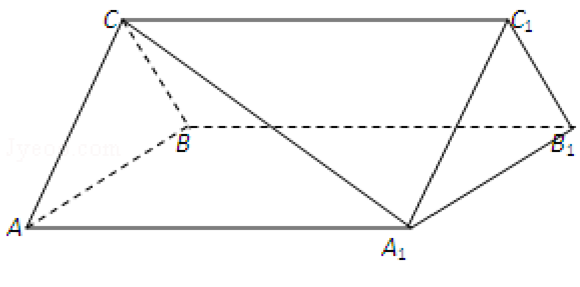
A药		B药
	0.	
	1.	
	2.	
	3.	

解析：(I)利用平均数的计算公式即可得出，据此即可判断出结论；
(II)利用已知数据和茎叶图的结构即可完成.
答案：(I)设 A 药观测数据的平均数据的平均数为$\overline{x}$，设 B 药观测数据的平均数据的平均数为$\overline{y}$，
则
$\overline{x}=\frac{1}{20}$ (0.6+1.2+2.7+1.5+2.8+1.8+2.2+2.3+3.2+3.5+2.5+2.6+1.2+2.7+1.5+2.9+3.0+3.1+2.3+2.4)=2.3.
$\overline{y}=\frac{1}{20}$(3.2+1.7+1.9+0.8+0.9+2.4+1.2+2.6+1.3+1.4+1.6+0.5+1.8+0.6+2.1+1.1+2.5+1.2+2.7+0.5)=1.6.
由以上计算结果可知：$\overline{x}>\overline{y}$.由此可看出 A 药的效果更好.
(II)根据两组数据得到下面茎叶图：

A药		B药
6	0.	5 5 6 8 9
8 5 5 2 2	1.	1 2 2 3 4 6 7 8 9
9 8 7 7 6 5 4 3 3 2	2.	1 4 5 6 7
5 2 1 0	3.	2

从以上茎叶图可以看出，A 药疗效的试验结果由$\frac{7}{10}$的叶集中在 2，3 上.而 B 药疗效的试验结果由$\frac{7}{10}$的叶集中在 0，1 上.由此可看出 A 药的疗效更好.

19.(12 分)如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，CA=CB，$AB=AA_1$，$\angle BAA_1=60°$
(Ⅰ)证明：$AB\perp A_1C$；
(Ⅱ)若 AB=CB=2，$A_1C=\sqrt{6}$，求三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积.



解析：(Ⅰ)由题目给出的边的关系，可想到去AB中点O，连结OC，OA_1，可通过证明AB⊥平面OA_1C得要证的结论；
(Ⅱ)在三角形OCA_1中，由勾股定理得到$OA_1⊥OC$，再根据$OA_1⊥AB$，得到OA_1为三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的高，利用已知给出的边的长度，直接利用棱柱体积公式求体积.
答案：(Ⅰ)如图，
取AB的中点O，连结OC，OA_1，A_1B.
因为CA=CB，所以OC⊥AB.
由于$AB=AA_1$，$\angle BAA_1=60°$，故$\triangle AA_1B$为等边三角形，

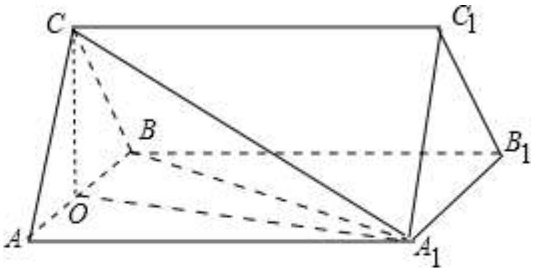
所以$OA_1⊥AB$.
因为$OC\cap OA_1=O$，所以AB⊥平面OA_1C.
又$A_1C\subset$平面OA_1C，故$AB⊥A_1C$；
(Ⅱ)由题设知△ABC与$\triangle AA_1B$都是边长为2的等边三角形，

所以$OC=OA_1=\sqrt{3}$.

又$A_1C=\sqrt{6}$，则$A_1C^2=OC^2+OA_1^2$，故$OA_1⊥OC$.

因为$OC\cap AB=O$，所以OA_1⊥平面ABC，OA_1为三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的高.

又△ABC的面积$S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$，故三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的体积$V=S_{\triangle ABC}\times OA_1=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$.



20.(12分)已知函数$f(x)=e^x(ax+b)-x^2-4x$，曲线y=f(x)在点(0，f(0))处切线方程为y=4x+4.
(Ⅰ)求a，b的值；
(Ⅱ)讨论f(x)的单调性，并求f(x)的极大值.
解析：(Ⅰ)求导函数，利用导数的几何意义及曲线y=f(x)在点(0，f(0))处切线方程为y=4x+4，建立方程，即可求得a，b的值；
(Ⅱ)利用导数的正负，可得f(x)的单调性，从而可求f(x)的极大值.
答案：(Ⅰ)∵$f(x)=e^x(ax+b)-x^2-4x$，
∴$f'(x)=e^x(ax+a+b)-2x-4$，
∵曲线y=f(x)在点(0，f(0))处切线方程为y=4x+4
∴f(0)=4，f′(0)=4
∴b=4，a+b=8
∴a=4，b=4；
(Ⅱ)由(Ⅰ)知，$f(x)=4e^x(x+1)-x^2-4x$，$f'(x)=4e^x(x+2)-2x-4=4(x+2)(e^x-\frac{1}{2})$，

令f′(x)=0，得x=-ln2或x=-2
∴x∈(-∞，-2)∪(-ln2，+∞)时，f′(x)＞0；x∈(-2，-ln2)时，f′(x)＜0

∴f(x)的单调增区间是(-∞，-2)，(-ln2，+∞)，单调减区间是(-2，-ln2)
当 x=-2 时，函数 f(x)取得极大值，极大值为 $f(-2)=4(1-e^{-2})$.

21.(12 分)已知圆 M：$(x+1)^2+y^2=1$，圆 N：$(x-1)^2+y^2=9$，动圆 P 与圆 M 外切并与圆 N 内切，圆心 P 的轨迹为曲线 C.
(Ⅰ)求 C 的方程；
(Ⅱ)l 是与圆 P，圆 M 都相切的一条直线，l 与曲线 C 交于 A，B 两点，当圆 P 的半径最长时，求|AB|.
解析：(I)设动圆的半径为 R，由已知动圆 P 与圆 M 外切并与圆 N 内切，可得|PM|+|PN|=R+1+(3-R)=4，而|NM|=2，由椭圆的定义可知：动点 P 的轨迹是以 M，N 为焦点，4 为长轴长的椭圆，求出即可；
(II)设曲线 C 上任意一点 P(x，y)，由于|PM|-|PN|=2R-2≤4-2=2，所以 R≤2，当且仅当⊙P 的圆心为(2，0)R=2 时，其半径最大，其方程为$(x-2)^2+y^2=4$.分①l 的倾斜角为 90°，此时 l 与 y 轴重合，可得|AB|.②若 l 的倾斜角不为 90°，由于⊙M 的半径 1≠R，可知 l 与 x 轴不平行，设 l 与 x 轴的交点为 Q，根据$\frac{|QP|}{|QM|}=\frac{R}{r_1}$，可得 Q(-4，0)，所以可设 l：y=k(x+4)，与椭圆的方程联立，得到根与系数的关系利用弦长公式即可得出.
答案：(I)由圆 M：$(x+1)^2+y^2=1$，可知圆心 M(-1，0)；圆 N：$(x-1)^2+y^2=9$，圆心 N(1，0)，半径 3.
设动圆的半径为 R，
∵动圆 P 与圆 M 外切并与圆 N 内切，∴|PM|+|PN|=R+1+(3-R)=4，
而|NM|=2，由椭圆的定义可知：动点 P 的轨迹是以 M，N 为焦点，4 为长轴长的椭圆，
∴a=2，c=1，$b^2=a^2-c^2=3$.

∴曲线 C 的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.(去掉点(-2，0))

(II)设曲线 C 上任意一点 P(x，y)，
由于|PM|-|PN|=2R-2≤4-2=2，所以 R≤2，当且仅当⊙P 的圆心为(2，0)R=2 时，其半径最大，其方程为$(x-2)^2+y^2=4$.
①l 的倾斜角为 90°，则 l 与 y 轴重合，可得$|AB|=2\sqrt{3}$.
②若 l 的倾斜角不为 90°，由于⊙M 的半径 1≠R，可知 l 与 x 轴不平行，
设 l 与 x 轴的交点为 Q，则$\frac{|QP|}{|QM|}=\frac{R}{r_1}$，可得 Q(-4，0)，所以可设 l：y=k(x+4)，

由 l 于 M 相切可得：$\frac{|3k|}{\sqrt{1+k^2}}=1$，解得$k=\pm\frac{\sqrt{2}}{4}$.

当$k=\frac{\sqrt{2}}{4}$时，联立$\begin{cases}y=\frac{\sqrt{2}}{4}x+\sqrt{2}\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$，得到 $7x^2+8x-8=0$.

∴$x_1+x_2=-\frac{8}{7}$，$x_1x_2=-\frac{8}{7}$.

$\therefore |AB|=\sqrt{1+k^2}|x_2-x_1|=\sqrt{1+(\frac{\sqrt{2}}{4})^2}\sqrt{(-\frac{8}{7})^2-4\times(-\frac{8}{7})}=\frac{18}{7}$

由于对称性可知：当$k=-\frac{\sqrt{2}}{4}$时，也有$|AB|=\frac{18}{7}$.

综上可知：$|AB|=2\sqrt{3}$或$\frac{18}{7}$.

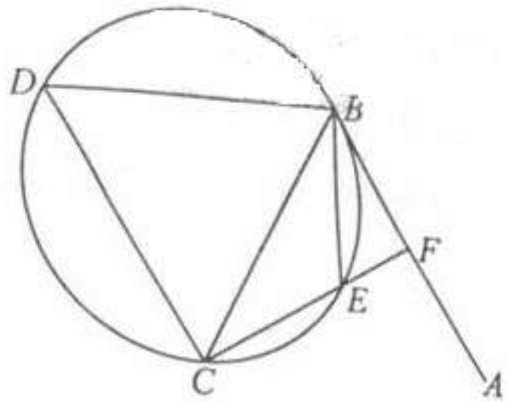
请考生在第22、23、24三题中任选一题作答。注意：只能做所选定的题目。如果多做，则按所做的第一个题目计分，作答时请用2B铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑。

22.(10分)(选修4-1：几何证明选讲)

如图，直线AB为圆的切线，切点为B，点C在圆上，∠ABC的角平分线BE交圆于点E，DB垂直BE交圆于D.

(Ⅰ)证明：DB=DC；

(Ⅱ)设圆的半径为1，BC=$\sqrt{3}$，延长CE交AB于点F，求△BCF外接圆的半径.



解析：(I)连接DE交BC于点G，由弦切角定理可得∠ABE=∠BCE，由已知角平分线可得∠ABE=∠CBE，于是得到∠CBE=∠BCE，BE=CE.由已知DB⊥BE，可知DE为⊙O的直径，Rt△DBE≌Rt△DCE，利用三角形全等的性质即可得到DC=DB.

(II)由(I)可知：DG是BC的垂直平分线，即可得到BG=$\frac{\sqrt{3}}{2}$.设DE的中点为O，连接BO，可得∠BOG=60°.从而∠ABE=∠BCE=∠CBE=30°.得到CF⊥BF.进而得到Rt△BCF的外接圆的半径=$\frac{1}{2}BC$.

答案：(I)连接DE交BC于点G.

由弦切角定理可得∠ABE=∠BCE，而∠ABE=∠CBE，

∴∠CBE=∠BCE，BE=CE.

又∵DB⊥BE，∴DE为⊙O的直径，∠DCE=90°.

∴△DBE≌△DCE，∴DC=DB.

(II)由(I)可知：∠CDE=∠BDE，DB=DC.

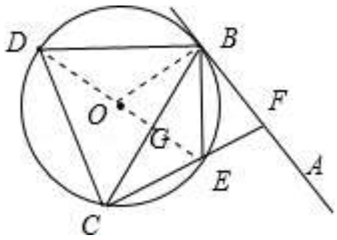
故DG是BC的垂直平分线，∴BG=$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

设DE的中点为O，连接BO，则∠BOG=60°.

从而∠ABE=∠BCE=∠CBE=30°.

∴CF⊥BF.

∴Rt△BCF 的外接圆的半径=$\frac{\sqrt{3}}{2}$.



23.(选修 4-4：坐标系与参数方程)

已知曲线 C_1的参数方程为$\begin{cases}x=4+5\cos t\\y=5+5\sin t\end{cases}$(t 为参数)，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2的极坐标方程为 ρ=2sinθ.

(Ⅰ)把 C_1的参数方程化为极坐标方程；

(Ⅱ)求 C_1与 C_2交点的极坐标(ρ≥0，0≤θ<2π)

解析：(Ⅰ)对于曲线 C_1利用三角函数的平方关系式 $\sin^2t+\cos^2t=1$ 即可得到圆 C_1的普通方程；再利用极坐标与直角坐标的互化公式即可得到 C_1的极坐标方程；

(Ⅱ)先求出曲线 C_2的极坐标方程；再将两圆的方程联立求出其交点坐标，最后再利用极坐标与直角坐标的互化公式即可求出 C_1与 C_2交点的极坐标.

答案：(Ⅰ)曲线 C_1的参数方程式$\begin{cases}x=4+5\cos t\\y=5+5\sin t\end{cases}$(t 为参数)，

得$(x-4)^2+(y-5)^2=25$ 即为圆 C_1的普通方程，

即 $x^2+y^2-8x-10y+16=0$.

将 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$ 代入上式，得.

$\rho^2-8\rho\cos\theta-10\rho\sin\theta+16=0$，此即为 C_1的极坐标方程；

(Ⅱ)曲线 C_2的极坐标方程为 ρ=2sinθ 化为直角坐标方程为：$x^2+y^2-2y=0$，

由$\begin{cases}x^2+y^2-8x-10y+16=0\\x^2+y^2-2y=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$或$\begin{cases}x=0\\y=2\end{cases}$.

∴C_1与 C_2交点的极坐标分别为($\sqrt{2}$，$\frac{\pi}{4}$)，(2，$\frac{\pi}{2}$).

24.(选修 4-5：不等式选讲)

已知函数 f(x)=|2x-1|+|2x+a|，g(x)=x+3.

(Ⅰ)当 a=-2 时，求不等式 f(x)<g(x)的解集；

(Ⅱ)设 a>-1，且当$x\in[-\frac{a}{2},\frac{1}{2})$ 时，f(x)≤g(x)，求 a 的取值范围.

解析：(Ⅰ)当 a=-2 时，求不等式 f(x)<g(x)化为|2x-1|+|2x-2|-x-3<0.设 y=|2x-1|+|2x-2|-x-3，画出函数 y 的图象，数形结合可得结论.

(Ⅱ)不等式化即 1+a≤x+3，故 x≥a-2 对$x\in[-\frac{a}{2},\frac{1}{2})$ 都成立.故$-\frac{a}{2}$≥a-2，由此解得 a 的取值范围.

答案：(Ⅰ)当 a=-2 时，求不等式 f(x)<g(x)化为|2x-1|+|2x-2|-x-3<0.

设 y=|2x-1|+|2x-2|-x-3，则 $y=\begin{cases}-5x, & x<\frac{1}{2}\\ -x-2, & \frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 1\\ 3x-6, & x>1\end{cases}$，它的图象如图所示：

结合图象可得，y＜0 的解集为(0，2)，故原不等式的解集为(0，2).

(Ⅱ)设 a＞-1，且当 $x\in[-\frac{a}{2},\frac{1}{2})$ 时，f(x)=1+a，不等式化为 1+a≤x+3，故 x≥a-2 对 $x\in[-\frac{a}{2},\frac{1}{2})$ 都成立.

故$-\frac{a}{2}$≥a-2，解得 a≤$\frac{4}{3}$，故 a 的取值范围为(-1，$\frac{4}{3}$].