

一、选择题(每小题 4 分, 10 个小题共 40 分)

1.  $-\frac{2}{5}$  的倒数是( )

A.  $\frac{2}{5}$

B.  $\frac{5}{2}$

C.  $-\frac{2}{5}$

D.  $-\frac{5}{2}$

解析: 根据倒数的定义得:

$$-\frac{2}{5} \times \left(-\frac{5}{2}\right) = 1,$$

因此倒数是  $-\frac{5}{2}$ .

答案: D.

2. 下列运算正确的是( )

A.  $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

B.  $3ab - ab = 2ab$

C.  $a(a^2 - a) = a^2$

D.  $\sqrt[3]{8} = 2\sqrt{2}$

解析: A、应为  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ , 故本选项错误;

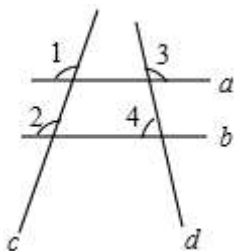
B、 $3ab - ab = 2ab$ , 正确;

C、应为  $a(a^2 - a) = a^3 - a^2$ , 故本选项错误;

D、应为  $\sqrt[3]{8} = 2$ , 故本选项错误.

答案: B.

3. 如图, 直线 a, b 与直线 c, d 相交, 已知  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = 110^\circ$ , 则  $\angle 4 =$  ( )



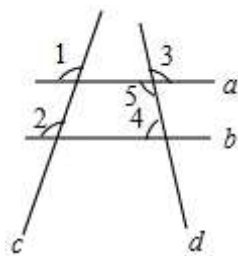
A.  $70^\circ$

B.  $80^\circ$

C.  $110^\circ$

D.  $100^\circ$

解析：如图：



$$\because \angle 3 = \angle 5 = 110^\circ,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2 = 58^\circ,$$

$$\therefore a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = 70^\circ,$$

答案：A.

4. 已知一组数据 2, 3, 4, x, 1, 4, 3 有唯一的众数 4, 则这组数据的平均数、中位数分别是( )

A. 4, 4

B. 3, 4

C. 4, 3

D. 3, 3

解析： $\because$ 这组数据有唯一的众数 4,

$$\therefore x=4,$$

将数据从小到大排列为：1, 2, 3, 3, 4, 4, 4,

则平均数  $= (1+2+3+3+4+4+4) \div 7 = 3$ ,

中位数为：3.

答案：D.

5. 设  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  的两根, 则  $x_1^2 + x_2^2 =$  ( )

A. 6

B. 8

C. 10

D. 12

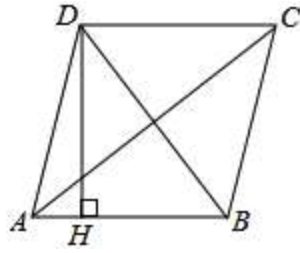
解析： $\because$ 一元二次方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  的两根是  $x_1, x_2$ ,

$$\therefore x_1 + x_2 = 2, x_1 \cdot x_2 = -3,$$

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 2^2 - 2 \times (-3) = 10.$$

答案：C.

6. 如图, 四边形 ABCD 是菱形,  $AC=8, DB=6, DH \perp AB$  于 H, 则  $DH=$  ( )



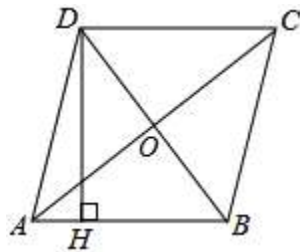
A.  $\frac{24}{5}$

B.  $\frac{12}{5}$

C. 12

D. 24

解析：如图，设对角线相交于点 O，



$\because AC=8, DB=6,$

$\therefore AO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$

$BO = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$

由勾股定理的,  $AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$

$\because DH \perp AB,$

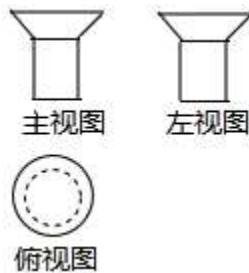
$\therefore S_{\text{菱形} ABCD} = AB \cdot DH = \frac{1}{2} AC \cdot BD,$

即  $5DH = \frac{1}{2} \times 8 \times 6,$

解得  $DH = \frac{24}{5}.$

答案：A.

7. 一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的形状可能是( )





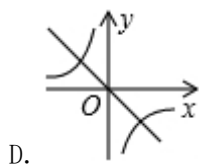
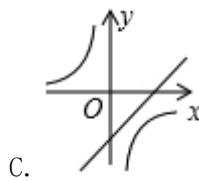
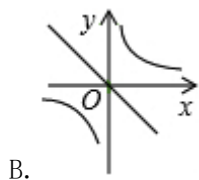
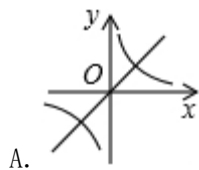
解析：由主视图和左视图可得此几何体上面为台，下面为柱体，由俯视图为圆环可得几何体为：



答案：D.

8. 若  $ab < 0$ ，则正比例函数  $y = ax$  与反比例函数  $y = \frac{b}{x}$  在同一坐标系中的大致图象可能是

( )



解析：∵  $ab < 0$ ，∴ 分两种情况：

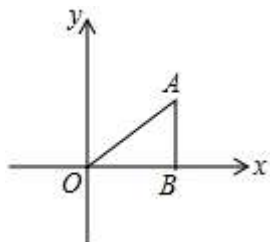
(1) 当  $a > 0$ ， $b < 0$  时，正比例函数  $y = ax$  的图象过原点、第一、三象限，反比例函数图象在第二、四象限，无此选项；

(2) 当  $a < 0$ ， $b > 0$  时，正比例函数的图象过原点、第二、四象限，反比例函数图象在第一、

三象限，选项 B 符合.

答案: B.

9. 如图，在 $\triangle ABO$ 中， $AB \perp OB$ ， $OB = \sqrt{3}$ ， $AB = 1$ . 将 $\triangle ABO$ 绕 $O$ 点旋转 $90^\circ$ 后得到 $\triangle A_1B_1O$ ，则点 $A_1$ 的坐标为( )



A.  $(-1, \sqrt{3})$

B.  $(-1, \sqrt{3})$  或  $(1, -\sqrt{3})$

C.  $(-1, -\sqrt{3})$

D.  $(-1, -\sqrt{3})$  或  $(-\sqrt{3}, -1)$

解析:  $\because \triangle ABO$  中,  $AB \perp OB$ ,  $OB = \sqrt{3}$ ,  $AB = 1$ ,

$\therefore \angle AOB = 30^\circ$ ,

当 $\triangle ABO$ 绕点 $O$ 顺时针旋转 $90^\circ$ 后得到 $\triangle A_1B_1O$ ,

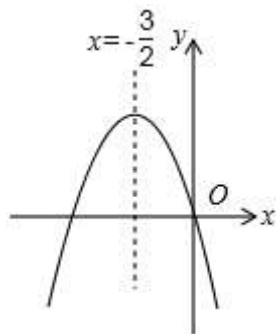
则易求 $A_1(1, -\sqrt{3})$ ;

当 $\triangle ABO$ 绕点 $O$ 逆时针旋转 $90^\circ$ 后得到 $\triangle A_1B_1O$ ,

则易求 $A_1(-1, \sqrt{3})$ .

答案: B.

10. 如图，已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )的图象如图所示，给出以下四个结论: ① $abc = 0$ , ② $a + b + c > 0$ , ③ $a > b$ , ④ $4ac - b^2 < 0$ ; 其中正确的结论有( )



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

解析：∵二次函数  $y=ax^2+bx+c$  图象经过原点，

$$\therefore c=0,$$

$$\therefore abc=0$$

∴①正确；

$$\because x=1 \text{ 时, } y < 0,$$

$$\therefore a+b+c < 0,$$

∴②不正确；

∵抛物线开口向下，

$$\therefore a < 0,$$

$$\because \text{抛物线的对称轴是 } x = -\frac{3}{2},$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2}, \quad b < 0,$$

$$\therefore b=3a,$$

又∵ $a < 0, b < 0,$

$$\therefore a > b,$$

∴③正确；

∵二次函数  $y=ax^2+bx+c$  图象与  $x$  轴有两个交点，

$$\therefore \Delta > 0,$$

$$\therefore b^2-4ac > 0, \quad 4ac-b^2 < 0,$$

∴④正确；

综上，可得

正确结论有 3 个：①③④.

答案：C.

## 二、填空题(每小题 4 分，共 24 分)

11.  $a^6 \div a^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

解析：根据同底数幂的除法，可得答案.

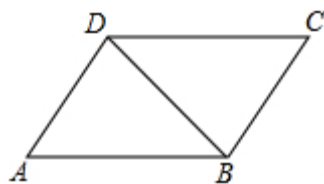
答案： $a^6 \div a^2 = a^4$ .

12. 将 2015000000 用科学记数法表示为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

解析：科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数. 确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时， $n$  是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负数.

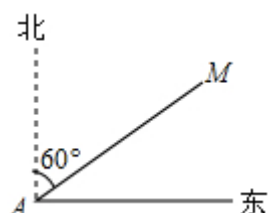
答案： $2.015 \times 10^9$ .

13. 如图，在四边形 ABCD 中， $AB \parallel CD$ ，连接 BD. 请添加一个适当的条件  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，使  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ . (只需写一个)

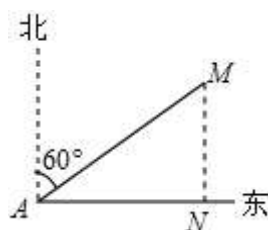


解析：∵ $AB \parallel CD$ ，  
 $\therefore \angle ABD = \angle CDB$ ，  
 而  $BD = DB$ ，  
 $\therefore$  当添加  $AB = CD$  时，可根据“SAS”判断  $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ 。  
 答案： $AB = CD$ 。

14. 如图，某渔船在海面上朝正东方向匀速航行，在 A 处观测到灯塔 M 在北偏东  $60^\circ$  方向上，且  $AM = 100$  海里。那么该船继续航行 \_\_\_\_\_ 海里可使渔船到达离灯塔距离最近的位置。



解析：如图，过 M 作东西方向的垂线，设垂足为 N。



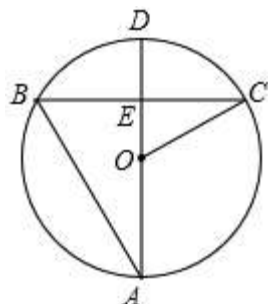
易知： $\angle MAN = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ 。  
 在  $Rt\triangle AMN$  中， $\because \angle ANM = 90^\circ$ ， $\angle MAN = 30^\circ$ ， $AM = 100$  海里，

$$\therefore AN = AM \cdot \cos \angle MAN = 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} \text{ 海里}.$$

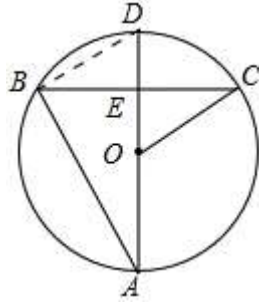
故该船继续航行  $50\sqrt{3}$  海里可使渔船到达离灯塔距离最近的位置。

答案： $50\sqrt{3}$ 。

15. 如图，AD 是  $\odot O$  的直径，弦  $BC \perp AD$  于 E， $AB = BC = 12$ ，则  $OC =$  \_\_\_\_\_。



解析：如图，连接 BD；



∵直径  $AD \perp BC$ ,

$$\therefore BE=CE=\frac{1}{2}BC=6;$$

由勾股定理得:

$$AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=6\sqrt{3};$$

∵AD 为  $\odot O$  的直径,

$$\therefore \angle ABD=90^\circ;$$

由射影定理得:

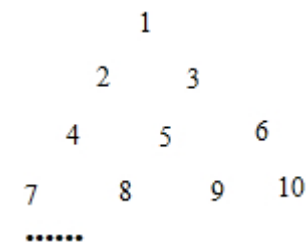
$$AB^2=AE \cdot AD$$

$$\therefore AD=\frac{12^2}{6\sqrt{3}}=8\sqrt{3},$$

$$\therefore OC=\frac{1}{2}AD=4\sqrt{3},$$

答案:  $4\sqrt{3}$ .

16. 将全体正整数排成一个三角形数阵, 根据上述排列规律, 数阵中第 10 行从左至右的第 5 个数是\_\_\_\_\_.



解析: 由排列的规律可得, 第  $n-1$  行结束的时候排了  $1+2+3+\dots+n-1=\frac{1}{2}n(n-1)$  个数.

所以第  $n$  行从左向右的第 5 个数  $\frac{1}{2}n(n-1)+5$ .

所以  $n=10$  时, 第 10 行从左向右的第 5 个数为 50.

答案: 50.

### 三、解答题(8 个小题, 共 86 分)

17. 计算:  $(-\frac{1}{3})^{-1}+(2015-\sqrt{3})^0-4\sin 60^\circ + |-\sqrt{12}|$



解析：本题涉及负整数指数幂、零指数幂、特殊角的三角函数值、绝对值、二次根式化简几个考点. 针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

$$\text{答案：} \left(-\frac{1}{3}\right)^{-1} + (2015 - \sqrt{3})^0 - 4\sin 60^\circ + |-\sqrt{12}|$$

$$= -3 + 1 - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3}$$

$$= -3 + 1 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

$$= -2.$$

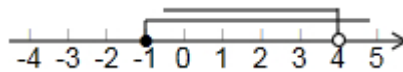
18. 解不等式组  $\begin{cases} 2(x+2) > 3x \\ \frac{3x-1}{2} \geq -2 \end{cases}$ ，并将它的解集在数轴上表示出来.

解析：分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，并在数轴上表示出来即可.

$$\text{答案：} \begin{cases} 2(x+2) > 3x \text{ ①} \\ \frac{3x-1}{2} \geq -2 \text{ ②} \end{cases}, \text{ 由①得, } x < 4; \text{ 由②得, } x \geq -1.$$

故不等式组的解集为： $-1 \leq x < 4$ .

在数轴上表示为：



19. 先化简，再求值： $\frac{m-3}{3m^2-6m} \div \left(m+2-\frac{5}{m-2}\right)$ ，其中  $m$  是方程  $x^2+2x-3=0$  的根.

解析：首先根据运算顺序和分式的化简方法，化简  $\frac{m-3}{3m^2-6m} \div \left(m+2-\frac{5}{m-2}\right)$ ，然后应

用因式分解法解一元二次方程，求出  $m$  的值是多少；最后把求出的  $m$  的值代入化简后的算式，

求出算式  $\frac{m-3}{3m^2-6m} \div \left(m+2-\frac{5}{m-2}\right)$  的值是多少即可.

$$\text{答案：} \frac{m-3}{3m^2-6m} \div \left(m+2-\frac{5}{m-2}\right)$$

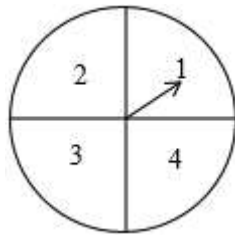
$$= \frac{m-3}{3m(m-2)} \div \frac{(m+3)(m-3)}{m-2}$$

$$= \frac{1}{3m(m+3)}$$

$\because x^2+2x-3=0,$   
 $\therefore (x+3)(x-1)=0,$   
 解得  $x_1=-3, x_2=1,$   
 $\because m$  是方程  $x^2+2x-3=0$  的根,  
 $\therefore m_1=-3, m_2=1,$   
 $\because m+3 \neq 0,$   
 $\therefore m \neq -3,$   
 $\therefore m=1,$

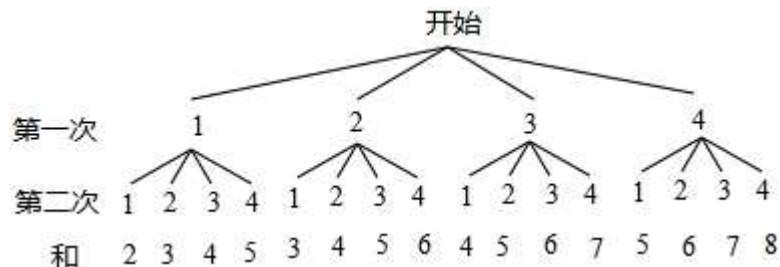
$$\begin{aligned} \text{所以原式} &= \frac{1}{3m(m+3)} \\ &= \frac{1}{3 \times 1 \times (1+3)} \\ &= \frac{1}{12} \end{aligned}$$

20. 某超市计划在“十周年”庆典当天开展购物抽奖活动，凡当天在该超市购物的顾客，均有一次抽奖的机会，抽奖规则如下：将如图所示的圆形转盘平均分成四个扇形，分别标上 1，2，3，4 四个数字，抽奖者连续转动转盘两次，当每次转盘停止后指针所指扇形内的数为每次所得的数（若指针指在分界线时重转）；当两次所得数字之和为 8 时，返现金 20 元；当两次所得数字之和为 7 时，返现金 15 元；当两次所得数字之和为 6 时返现金 10 元。



- (1) 试用树状图或列表的方法表示出一次抽奖所有可能出现的结果；  
 (2) 某顾客参加一次抽奖，能获得返还现金的概率是多少？

解析：(1) 首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果；  
 (2) 首先求得某顾客参加一次抽奖，能获得返还现金的情况，再利用概率公式即可求得答案。  
 答案：(1) 画树状图得：

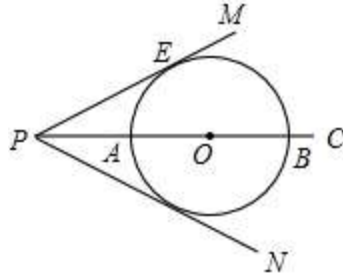


则共有 16 种等可能的结果；

- (2)  $\because$  某顾客参加一次抽奖，能获得返还现金的有 6 种情况，

∴某顾客参加一次抽奖，能获得返还现金的概率是： $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ .

21. 如图，已知 PC 平分  $\angle MPN$ ，点 O 是 PC 上任意一点，PM 与  $\odot O$  相切于点 E，交 PC 于 A、B 两点.



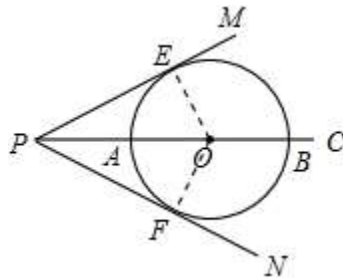
(1) 求证：PN 与  $\odot O$  相切；

(2) 如果  $\angle MPC=30^\circ$ ， $PE=2\sqrt{3}$ ，求劣弧  $\widehat{BE}$  的长.

解析：(1) 连接 OE，过 O 作  $OF \perp PN$ ，如图所示，利用 AAS 得到三角形 PEO 与三角形 PFO 全等，利用全等三角形对应边相等得到  $OF=OE$ ，即可确定出 PN 与圆 O 相切；

(2) 在直角三角形 POE 中，利用 30 度所对的直角边等于斜边的一半求出 OE 的长， $\angle EOB$  度数，利用弧长公式即可求出劣弧  $\widehat{BE}$  的长.

答案：(1) 证明：连接 OE，过 O 作  $OF \perp PN$ ，如图所示，



∵ PM 与圆 O 相切，

∴  $OE \perp PM$ ，

∴  $\angle OEP = \angle OFP = 90^\circ$ ，

∵ PC 平分  $\angle MPN$ ，

∴  $\angle EPO = \angle FPO$ ，

在  $\triangle PEO$  和  $\triangle PFO$  中，

$$\begin{cases} \angle EPO = \angle FPO \\ \angle OEP = \angle OFP, \\ OP = OP \end{cases}$$

∴  $\triangle PEO \cong \triangle PFO$  (AAS)，

∴  $OF = OE$ ，

则 PN 与圆 O 相切；

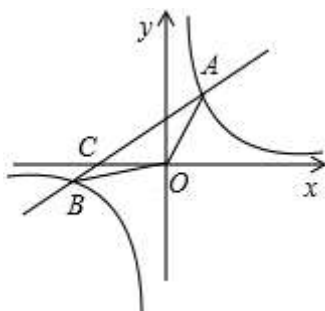
(2) 在  $\text{Rt} \triangle PEO$  中， $\angle MPC = 30^\circ$ ， $PE = 2\sqrt{3}$ ，

∴  $\angle EOP = 60^\circ$ ， $OE = 2$ ，

$\therefore \angle EOB = 120^\circ$ ,

则  $\widehat{BE}$  的长  $l = \frac{120\pi \times 2}{180} = \frac{4\pi}{3}$ .

22. 如图, 已知反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  与一次函数  $y = x + b$  的图象在第一象限相交于点  $A(1, -k+4)$ .



(1) 试确定这两个函数的表达式;

(2) 求出这两个函数图象的另一个交点  $B$  的坐标, 并求  $\triangle AOB$  的面积.

解析: (1) 首先把点  $A$  坐标代入反比例函数的解析式中求出  $k$  的值, 然后再把  $A$  点坐标代入一次函数解析式中求出  $b$  的值;

(2) 两个解析式联立列出方程组, 求得点  $B$  坐标即可, 在求出点  $C$  坐标, 把  $\triangle AOB$  的面积转化成  $\triangle AOC$  的面积 +  $\triangle COB$  的面积即可.

答案: (1)  $\because$  已知反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  与一次函数  $y = x + b$  的图象在第一象限相交于点  $A(1, -k+4)$ ,

$\therefore -k+4 = k$ ,

解得  $k = 2$ ,

故反比例函数的解析式为  $y = \frac{2}{x}$ ,

又知  $A(1, 2)$  在一次函数  $y = x + b$  的图象上,

故  $2 = 1 + b$ ,

解得  $b = 1$ ,

故一次函数的解析式为  $y = x + 1$ ;

(2) 由题意得: 
$$\begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = x + 1 \end{cases}$$

解得  $x = -2$  或  $1$ ,

$\therefore B(-2, -1)$ ,

令  $y = 0$ , 得  $x + 1 = 0$ , 解得  $x = -1$ ,

$\therefore C(-1, 0)$ ,

$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle COB}$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 1$$

$$= 1 + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{2}.$$

23. 去冬今春, 我市部分地区遭受了罕见的旱灾, “旱灾无情人有情”. 某单位给某乡中小学捐献一批饮用水和蔬菜共 320 件, 其中饮用水比蔬菜多 80 件.

(1) 求饮用水和蔬菜各有多少件?

(2) 现计划租用甲、乙两种货车共 8 辆, 一次性将这批饮用水和蔬菜全部运往该乡中小学. 已知每辆甲种货车最多可装饮用水 40 件和蔬菜 10 件, 每辆乙种货车最多可装饮用水和蔬菜各 20 件. 则运输部门安排甲、乙两种货车时有几种方案? 请你帮助设计出来;

(3) 在(2)的条件下, 如果甲种货车每辆需付运费 400 元, 乙种货车每辆需付运费 360 元. 运输部门应选择哪种方案可使运费最少? 最少运费是多少元?

解析: (1) 关系式为: 饮用水件数+蔬菜件数=320;

(2) 关系式为:  $40 \times \text{甲货车车辆数} + 20 \times \text{乙货车车辆数} \geq 200$ ;  $10 \times \text{甲货车车辆数} + 20 \times \text{乙货车车辆数} \geq 120$ ;

(3) 分别计算出相应方案, 比较即可.

答案: (1) 设饮用水有  $x$  件, 则蔬菜有  $(x-80)$  件.

$$x + (x-80) = 320,$$

解这个方程, 得  $x=200$ .

$$\therefore x-80=120.$$

答: 饮用水和蔬菜分别为 200 件和 120 件;

(2) 设租用甲种货车  $m$  辆, 则租用乙种货车  $(8-m)$  辆.

$$\text{得: } \begin{cases} 40m + 20(8-m) \geq 200 \\ 10m + 20(8-m) \geq 120 \end{cases},$$

解这个不等式组, 得  $2 \leq m \leq 4$ .

$\therefore m$  为正整数,

$\therefore m=2$  或  $3$  或  $4$ , 安排甲、乙两种货车时有 3 种方案.

设计方案分别为:

①甲车 2 辆, 乙车 6 辆; ②甲车 3 辆, 乙车 5 辆; ③甲车 4 辆, 乙车 4 辆;

(3) 3 种方案的运费分别为:

$$\text{① } 2 \times 400 + 6 \times 360 = 2960 \text{ (元);}$$

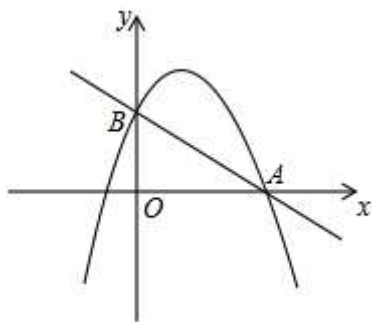
$$\text{② } 3 \times 400 + 5 \times 360 = 3000 \text{ (元);}$$

$$\text{③ } 4 \times 400 + 4 \times 360 = 3040 \text{ (元);}$$

$\therefore$  方案①运费最少, 最少运费是 2960 元.

答: 运输部门应选择甲车 2 辆, 乙车 6 辆, 可使运费最少, 最少运费是 2960 元.

24. 如图, 已知二次函数  $y_1 = -x^2 + \frac{13}{4}x + c$  的图象与  $x$  轴的一个交点为  $A(4, 0)$ , 与  $y$  轴的交点为  $B$ , 过  $A$ 、 $B$  的直线为  $y_2 = kx + b$ .



- (1) 求二次函数  $y_1$  的解析式及点 B 的坐标；  
 (2) 由图象写出满足  $y_1 < y_2$  的自变量  $x$  的取值范围；  
 (3) 在两坐标轴上是否存在点 P，使得  $\triangle ABP$  是以 AB 为底边的等腰三角形？若存在，求出 P 的坐标；若不存在，说明理由。

解析：(1) 根据待定系数法，可得函数解析式，根据自变量为零，可得 B 点坐标；

(2) 根据一次函数图象在上方的部分是不等式的解集，可得答案；

(3) 根据线段垂直平分线上的点到线段两点间的距离相等，可得 P 在线段的垂直平分线上，根据直线 AB，可得 AB 的垂直平分线，根据自变量为零，可得 P 在 y 轴上，根据函数值为零，可得 P 在 x 轴上。

答案：(1) 将 A 点坐标代入  $y_1$ ，得

$$-16+13+c=0.$$

解得  $c=3$ ，

$$\text{二次函数 } y_1 \text{ 的解析式为 } y=-x^2+\frac{13}{4}x+3,$$

B 点坐标为  $(0, 3)$ ；

(2) 由图象得直线在抛物线上方的部分，是  $x < 0$  或  $x > 4$ ，

$\therefore x < 0$  或  $x > 4$  时， $y_1 < y_2$ ；

$$(3) \text{ 直线 AB 的解析式为 } y=-\frac{13}{4}x+3,$$

AB 的中点为  $(2, \frac{3}{2})$

$$\text{AB 的垂直平分线为 } y=\frac{13}{4}x-\frac{7}{6}$$

$$\text{当 } x=0 \text{ 时, } y=-\frac{7}{6}, P_1(0, -\frac{7}{6}),$$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } x=\frac{9}{4}, P_2(\frac{9}{4}, 0),$$

综上所述： $P_1(0, -\frac{7}{6})$ ， $P_2(\frac{9}{4}, 0)$ ，使得  $\triangle ABP$  是以 AB 为底边的等腰三角形。