2016年河南省商丘市虞城县中考一模数学

一、选择题(每题3分，共24分，下列各小题均有四个答案，其中只有一个是正确的)

1.下列各数：①-1^2；②$-(-1)^2$；③-1^3；④$-(-1)^{-2}$，其中结果等于-1的是(　　)

A.①②③

B.①②④

C.②③④

D.①②③④

解析：①$-1^2=-1$，符合题意；②$-(-1)^2=-1$，符合题意；③$-1^3=-1$，符合题意；④$-(-1)^{-2}=-1$，符合题意.

答案：D.

2.下列剪纸图案中，属于中心对称图形的是(　　)

A.

B.

C.

D.

解析：A、不是中心对称图形，故此选项错误；

B、不是中心对称图形，故此选项错误；

C、是中心对称图形，故此选项正确；

D、不是中心对称图形，故此选项错误；

答案：C.

3.下列调查中，最适合用普查方式的是(　　)

A.调查某品牌牛奶质量合格率

B.调查某幼儿园一班学生的平均身高

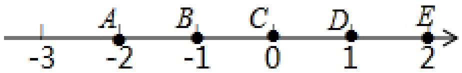
C.调查某市中小学生收看纪念抗日战争胜利70周年大阅兵的情况

D.调查某省九年级学生一周内网络自主学习的情况

解析：调查某品牌牛奶质量合格率，适合用抽样方式，A不合题意；

调查某幼儿园一班学生的平均身高，适合用普查方式，B 符合题意；
调查某市中小学生收看纪念抗日战争胜利 70 周年大阅兵的情况，适合用抽样方式，C 不合题意；
调查某省九年级学生一周内网络自主学习的情况，适合用抽样方式，D 不合题意；
答案：B.

4.如图所示，实数 a=$\sqrt{3}$，则在数轴上，表示-a 的点应落在(　　)



A.线段 AB 上
B.线段 BC 上
C.线段 CD 上
D.线段 DE 上

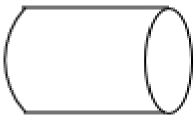
解析：a=$\sqrt{3}$，

-a=-$\sqrt{3}$，

-2<-$\sqrt{3}$<-1，

答案：A.

5.如图所示，将一个透明的圆柱形玻璃容器(不计壁厚)中装入体积为容器一半容积的水，当水平放置该容器时，水面的形状为(　　)



A.圆
B.椭圆
C.一般的平行四边形
D.矩形
解析：由水平面与圆柱的底面垂直，得水面的形状是矩形.
答案：D.

6.某校动漫社团有 20 名学生代表学校参加市级“动漫设计”比赛，他们的得分情况如表：

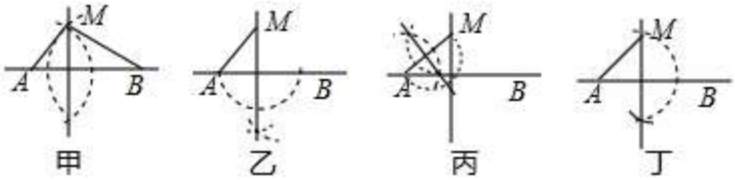
人数	4	6	8	2
分数	80	85	90	95

那么这 20 名学生所得分数的众数和中位数分别是(　　)
A.95 和 85
B.90 和 85
C.90 和 87.5
D.85 和 87.5
解析：90 分的有 8 人，人数最多，故众数为 90 分；
处于中间位置的数为第 10、11 两个数，

为 85 分，90 分，中位数为 87.5 分.
答案：C.

7.把抛物线 $y=x^2+1$ 向左平移 3 个单位，再向下平移 2 个单位，得到的抛物线表达式为(　　)
A.$y=(x-3)^2+2$
B.$y=(x-3)^2-1$
C.$y=(x+3)^2-1$
D.$y=(x-3)^2-2$
解析：将抛物线 $y=x^2+1$ 向左平移 3 个单位所得直线解析式为：$y=(x+3)^2+1$；
再向下平移 2 个单位为：$y=(x+3)^2+1-2$.
即：$y=(x+3)^2-1$.
答案：C.

8.某学习小组中有甲、乙、丙、丁四位同学，为解决尺规作图：“过直线 AB 外一点 M，作一直线垂直于直线 AB”，各自提供了如下四种方案，其中正确的是(　　)



A.甲、乙
B.乙、丙
C.丙、丁
D.甲、乙、丙
解析：甲作了 AB 垂直平分过点 M 的线段；乙作了线段 AB 的垂直平分线；丙作了以 AM 为直径的圆；丁的作法不明确.
答案：D.

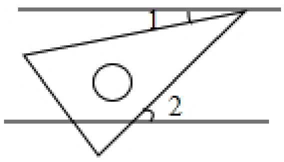
二、填空题(每题 3 分，共 21 分)
9.将一个长为 2，宽为 4 的长方形通过分割拼成一个等面积的正方形，则该正方形的边长为____.
解析：长方形的面积为：2×4=8，
则正方形的面积也为 8，
所以正方形的边长为：$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，

答案：$2\sqrt{2}$.

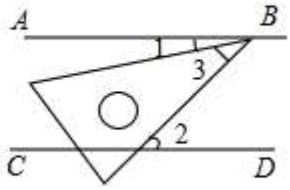
10.阿里巴巴 2015 年“双十一”全天交易额突破 912.17 亿元，将数字“912.17 亿”用科学记数法表示为____.
解析：将 912.17 亿用科学记数法表示为 9.1217×10^{10}.
答案：9.1217×10^{10}.

11.如图所示，将一个含 60°角的直角三角形按照如图放置在作业纸上，纸上横线是一组平

行线，若∠1=20°，则∠2=____.



解析：



∠3=180°-90°-60°=30°，

∵AB∥CD，

∴∠1+∠3=∠2=20°+30°=50°，

答案：50°.

12.小明手里有 6 张完全一样的卡片，其中 4 张正面画上记号“A”，另外 2 张卡片被画上记号“B”，先将其背面朝上洗匀，让小东从中随机抽取 2 张卡片，则他抽出的两张均有“A”记号的卡片的概率等于____.

解析：列表得：

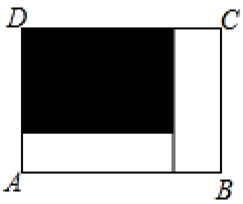
	A	A	A	A	B	B
A	–	AA	AA	AA	BA	BA
A	AA	–	AA	AA	BA	BA
A	AA	AA	–	AA	BA	BA
A	AA	AA	AA	–	BA	BA
B	AB	AB	AB	AB	-	BB
B	AB	AB	AB	AB	BB	-

∵共有 30 种等可能的结果，他抽出的两张均有“A”记号的卡片的有 12 种情况，

∴他抽出的两张均有“A”记号的卡片的概率为：$\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$.

答案：$\frac{2}{5}$.

13.如图所示，将一个矩形 ABCD 纸片，剪去两个完全相同的矩形后，剩余的阴影部分纸片面积大小为 24，且 AB=8，则被剪掉的矩形的长为____.

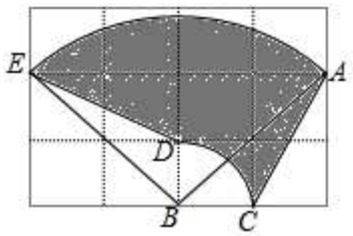


解析：设被剪掉的矩形的长为 x，则宽为(8-x)，

依题意得：x•[x-(8-x)]=24，

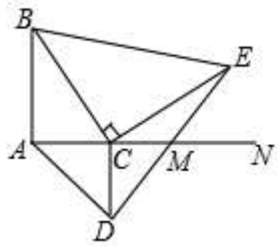
解得 x=6(舍去负值).
答案：6.

14.如图所示，格点△ABC 绕点 B 逆时针旋转得到△EBD，图中每个小正方形的边长是 1，则图中阴影部分的面积为____.

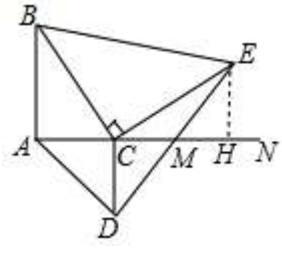


解析：∵由图可知∠ABC=45°，
∴∠ABE=90°.
$\because AB=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}$，
∴S $_{阴影}$=S $_{扇形ABE}$+S $_{△ABC}$-S $_{△BDE}$-S $_{扇形DBC}$
=S $_{扇形ABE}$-S $_{扇形DBC}$
$=\dfrac{90\pi\times\left(\sqrt{8}\right)^2}{360}-\dfrac{90\pi\times1^2}{360}$
$=2\pi-\dfrac{\pi}{4}$
$=\dfrac{7\pi}{4}$.
答案：$\dfrac{7\pi}{4}$.

15.如图所示，线段 AB=8cm，射线 AN⊥AB 于点 A，点 C 是射线上一动点，分别以 AC、BC 为直角边作等腰直角三角形，得△ACD 与△BCE 中，连接 DE 交射线 AN 于点 M，则 CM 的长为____.



解析：如图作 EH⊥AN 于 H，



∵BA⊥AN，EH⊥AN，
∴∠BAC=∠EHC=90°，
∵∠ABC+∠ACB=90°，∠ACB+∠ECH=90°，
∴∠ABC=∠ECH，
∵△BCE 和△ACD 都是等腰三角形，
∴BC=CE，AC=DC，∠BCE=∠ACD=90°
在△ABC 和△HCE 中，

$$\begin{cases}\angle BAC=\angle EHC\\ \angle ABC=\angle HCE\\ BC=CE\end{cases}$$

∴△ABC≌△HCE，
∴AC=EH=CD=EH，AB=CH，
在△DCM 和△EHM 中，

$$\begin{cases}CD=EH\\ \angle DCM=\angle EHM\\ \angle CMD=\angle EMH\end{cases},$$

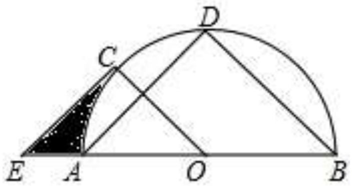
∴△DCM≌△EHM.
∴CM=HM，
$\therefore CM=\frac{1}{2}CH=\frac{1}{2}AB=4$.
答案：4.

三、解答题(本大题 8 个小题，共 75 分)

16.先化简，再求值：$\frac{4a}{a^2-4a+4}\div\frac{a^2+2a}{a^2-4}-\frac{1}{a-2}$，其中 a=$\sqrt{3}$+2.
解析：先根据分式混合运算的法则把原式进行化简，再把 a 的值代入进行计算即可.
答案：原式=$\frac{4a}{\left(a-2\right)^2}\cdot\frac{a-2}{a}-\frac{1}{a-2}$

=$\frac{4}{a-2}-\frac{1}{a-2}$
=$\frac{3}{a-2}$,
当 a=$\sqrt{3}$+2 时，原式=$\frac{3}{\sqrt{3}+2-2}$=$\sqrt{3}$.

17.如图所示，AB 为半圆 O 的直径，点 D 是半圆弧的中点，半径 OC∥BD，过点 C 作 AD 的平行线交 BA 延长线于点 E.
(1)判断 CE 与半圆 OD 的位置关系，并证明你的结论.
(2)若 BD=4，求阴影部分面积.

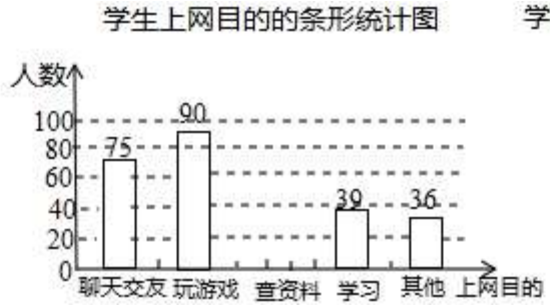


解析：(1)直接利用圆周角定理结合平行线的性质得出 CO⊥EC，即可得出答案；
(2)利用已知得出△ADB 为等腰直角三角形，进而得出△ECO 为等腰直角三角形，由 $S_{阴影部分}=S_{\triangle ECD}-S_{扇形AOC}$ 求出答案.

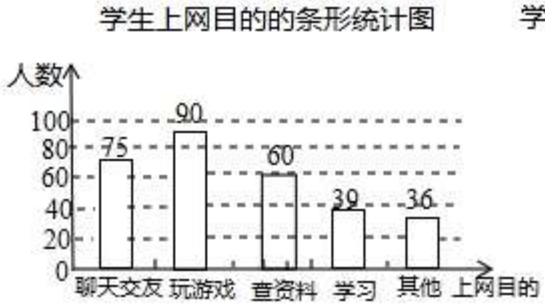
答案：(1)CE 与半圆 OD 相切，
理由：∵AB 为直径，
∴∠ADB=90°，
∴AD⊥DB，
∵CO∥DB，
∴CO⊥AD，
∵EC∥AD，
∴CO⊥EC，
∴CE 与半圆 OD 相切；

(2)∵点 D 平分半圆弧，
∴∠B=45°，
∴△ADB 为等腰直角三角形，
∵BD=4，
∴AB=$4\sqrt{2}$，
∴CO=$2\sqrt{2}$，
∵CO∥DB，
∴∠AOC=∠ABD=45°，
由(1)知 CO⊥EC，
∴△ECO 为等腰直角三角形，
∴ $S_{阴影部分}=S_{\triangle ECD}-S_{扇形AOC}=\frac{1}{2}(2\sqrt{2})^2-\frac{45}{360}\pi(2\sqrt{2})^2=4-\pi$.

18.某课外活动小组为了了解本校学生上网目的，随机调查了本校的部分学生，根据调查结果，统计整理并制作了如下尚不完整的统计图：根据以上信息解答下列问题：



(1)参与本次调查的学生共有____人；
(2)在扇形统计图中，m 的值为____；
(3)补全条形统计图；
(4)中学生上网玩游戏、聊天交友已经对正常的学习产生较多负面影响，为此学校计划开展一次“合理上网”专题讲座，每班随机抽取 15 名学生参加，小明所在的班级有 50 名学生，他被抽到听讲座的概率是多少？
解析：(1)根据：玩游戏人数÷玩游戏的百分比=总人数，计算可得；
(2)根据：聊天交友人数÷总人数×100 可得 m 的值；
(3)总人数×查资料的百分比可得人数，补全条形图即可；
(4)用抽取人数除以班级总人数可得概率.
答案：(1)90÷30%=300(人)；
(2) $m=\frac{75}{300}\times 100=25$；
(3)300×20%=60(人)，补全图形如下：



(4)小明被抽到听讲座的概率是 $\frac{15}{50}=\frac{3}{10}$.
答案：(1)300，(2)25.

19.某商店前后两次从外地购进热销精品玩具 80 件，前后两次玩具进价分别为 20 元/件、30 元/件，且后一次比前一次多花了 900 元钱.
(1)求前后两次分别购进玩具的件数.
(2)该商店对这批玩具第一次以 50 元/件的价格卖出一部分，第二次又以 40 元/件的价格将剩余部分售完，若该商店要想赚取不低于 1500 元的利润，求第一次应卖出件的范围.
解析：(1)设前一次购进玩具 x 件，第二次购进玩具 y 件，根据进货钱数=单价×数量及二次共进货 80 件，得出关于 x、y 的二元一次方程组，解方程组即可得出结论；
(2)设第一次卖出 a 件，则第二次卖出 80-a 件，根据利润=出售总钱数-进货钱数得出关于 a 的一元一次不等式，解不等式即可得出结论.
答案：(1)设前一次购进玩具 x 件，第二次购进玩具 y 件，

由题意得：$\begin{cases} x+y=80 \\ 30y-20x=900 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=30 \\ y=50 \end{cases}$.

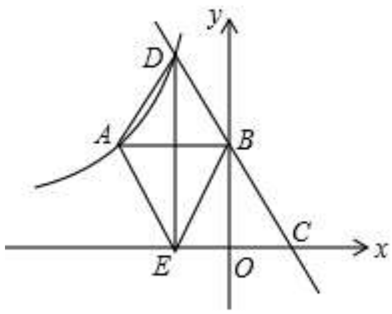
答：前后两次分别购进玩具的件数为 30 件和 50 件.
(2)设第一次卖出 a 件，则第二次卖出 80-a 件，

根据题意得：50a+40(80-a)-(20×30+30×50)≥1500，
解得：a≥40，
又∵a≤80，
∴40≤a≤80.
则第一次卖出玩具件数范围为40≤a≤80.

20.如图所示，在平面直角坐标系中，双曲线$y=\frac{k}{x}$（$x<0$）上有一点 A(-2，2)，AB⊥y 轴于点 B，点 C 是 x 轴正半轴上一动点，直线 CB 交双曲线于点 D，DE⊥x 轴于点 E，连接 AE，AD，BE.

(1)当点 C 运动时，四边形 ADBE 的形状能变成菱形吗？如果能，求出此时点 C 的位置，若不能，说明理由.

(2)小明经过探究发现：点 C 运动会影响四边形 ADBE 形状，但是 AD 与 BE 的位置关系始终不变，请你帮他解释其中的原因.



解析：(1)若四边形 ADBE 为菱形，则 AB 与 DE 互相垂直平分，则 B 和 D 的坐标可求得，然后利用待定系数法求得直线 BC 的解析式，进而求得 C 的坐标；

(2)设 D 的坐标是（$a,-\frac{4}{a}$），利用利用待定系数法即可求利用 a 表示出 AD 和 BE 的解析式，根据直线平行的条件即可判断.

答案：(1)若四边形 ADBE 为菱形，则 AB 与 DE 互相垂直平分，
由题意得，A(-2，2)，B(0，2).
则反比例函数的解析式是$y=-\frac{4}{x}$，E(-1，0)D(-1，4).
设直线 BD 的解析式是 y=kx+b，
将 B(0，2)，D(-1，4)代入 y=kx+b，可得：$\begin{cases}2=b\\4=-k+b\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=-2\\b=2\end{cases}$，

则直线 BD 的解析式是 y=-2x+2，
所以 C 的坐标是(1，0)；

(2)设 D 的坐标是（$a,-\frac{4}{a}$），直线 AD 的解析式是 y=kx+b，则 E(a，0).

将 A(-2，2)，D（$a,-\frac{4}{a}$）代入可得：$\begin{cases}-\frac{4}{a}=ka+b\\2=-2k+b\end{cases}$，

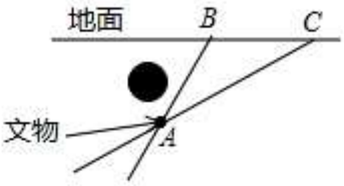
解得：$\begin{cases}k=-\frac{2}{a}\\b=2-\frac{4}{a}\end{cases}$，

则直线 AD 的解析式是 $y=-\frac{2}{a}x+(2-\frac{4}{a})$.

同理可得直线 BE 的解析式是 $y=-\frac{2}{a}x+2$，

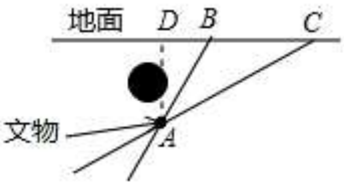
∴AD 和 BE 始终平行.

21.如图所示，某古代文物被探明埋于地下的 A 处，由于点 A 上方有一些管道，考古人员不能垂直向下挖掘，他们被允许从 B 处或 C 处挖掘，从 B 处挖掘时，最短路线 BA 与地面所成的锐角是 56°，从 C 处挖掘时，最短路线 CA 与地面所成的锐角是 30°，且 BC=20m，若考古人员最终从 B 处挖掘，求挖掘的最短距离.(参考数据：sin56°=0.83，tan56°≈1.48，$\sqrt{3}$≈1.73，结果保留整数)



解析：作 AD⊥BC 交 CB 延长线于点 D，执行额 AD 即为文物在地面下的深度.设 AD=x.通过解直角△ABD 求得 $BD=\frac{x}{tan56°}$；通过解直角△ACD 求得 CD=$\sqrt{3}$x，由此列出关于 x 的方程，通过方程求得 AD 的长度.最后通过解直角三角形 ABD 来求 AB 的长度即可.

答案：作 AD⊥BC 交 CB 延长线于点 D，执行额 AD 即为文物在地面下的深度.



根据题意得∠CAD=30°，∠ABD=56°.

设 AD=x.

在直角△ABD 中，∵∠ABD=56°，

$\therefore BD=\frac{AD}{tan\angle ABD}=\frac{x}{tan56°}$.

在直角△ACD 中，∵∠ACB=30°，

$\therefore CD=\sqrt{3}AD=\sqrt{3}x$，

$\therefore \sqrt{3}x=\frac{x}{tan56^{\circ}}+20$.

解得 x≈18.97，

$\therefore AB=\frac{AD}{sin56^{\circ}}\approx\frac{18.97}{0.83}\approx 23$.

答：从 B 处挖掘的最短距离为 23 米.

22.问题背景：△AOB、△COD 是两个等腰直角三角形，现将直角顶点以及两直角边都重合在一起，如图 1 所示，点 P 是 CD 中点，连接 BP 并延长到 E 使 PE=BP，连接 EC，作平行四边形 ACEF，小林针对平行四边形 ACEF 形状进行了如下探究：

观察操作：(1)小林先假设小等腰直角三角形的直角边非常小，这时三角形可以看作一个点，如图 2 所示，并提出猜想四边形 ACEF 是____；

猜想证明：(2)小林对比图 1 和图 2 的情形，完成了(1)中的猜想，请借助图 1 帮他证明这个猜想.

拓展延伸：(3)如图 3 所示，现将等腰直角三角形 COD 绕点 O 逆时针旋转一定角度，其它条件都不改变，原来结论是否仍然成立？请说明理由.

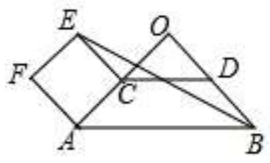


图1

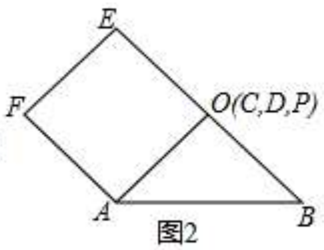


图2

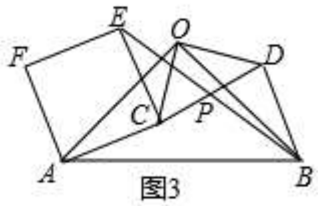


图3

解析：(1)根据已知直接证明有一个直角且邻边相等即可；

(2)通过证明三角形 CEP 和三角形 DBP 全等，结合等量代换即可证明；

(3)与(2)同理可证 EC=DB，EC∥DB，进一步证明△AOC≌△BOD，结合等量代换和平行线的性质即可解答.

答案：(1)正方形；

如图 2，

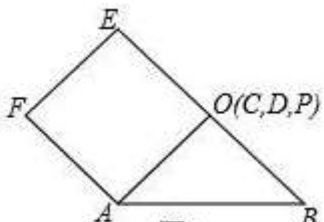


图2

∵△AOB 是等腰直角三角形，

∴∠AOE=90°，AO=BO，

∵OE=BO，

∴AO=OE，

∴平行四边形 ACEF 是正方形；

(2)如图 1，

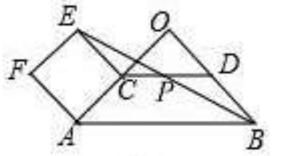


图1

∵P 是 CD 的中点，
∴PC=PD，
在△CPE 和△BPD 中，

$$\begin{cases} PC=PE \\ \angle CPE=\angle DPB \\ PE=PB \end{cases},$$

∴△CPE≌△BPD，
∴EC=DB，
∵OA=OB，OC=OD，
∴AC=DB，
∴EC=AC，
∴平行四边形 ACEF 是菱形，
∵△CPE≌△BPD，
∴∠CEP=∠DBP，
∴EC∥OB，
∵∠O=90°，
∴∠ACE=90°，
∴菱形 ACEF 是正方形；
(3)如图 3，

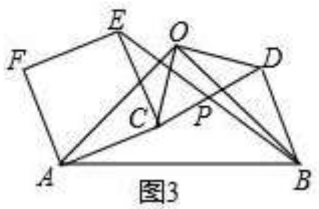


图3

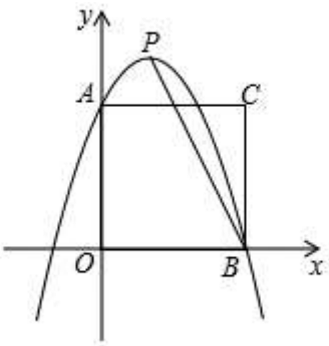
与(2)同理可证△CPE≌△BPD，
∴EC=DB，EC∥DB，
∵∠AOC+∠COB=∠COB+∠DOB=90°，
∴∠AOC=∠DOB，
在△AOC 和△BOD 中，

$$\begin{cases} OA=OB \\ \angle AOC=\angle BOD \\ OC=OD \end{cases},$$

∴△AOC≌△BOD，
∵∠COD=90°，
∴△AOC 可以看作△BOD 顺时针绕点 O 旋转 90°得到，

∴AC⊥DB，AC=DB，
∴EC=AC，
∴平行四边形 ACEF 是菱形，
∵EC∥DB，
∴AC⊥EC，
∴菱形 ACEF 是正方形.

23.如图所示，将一边长为 3 的正方形放置到平面直角坐标系中，其顶点 A、B 均落在坐标轴上，一抛物线过点 A、B，且顶点为 P(1，4)
(1)求抛物线的解析式；
(2)点 M 为抛物线上一点，恰使△MOA≌△MOB，求点 M 的坐标；
(3)y 轴上是否存在一点 N，恰好使得△PNB 为直角三角形？若存在，直接写出满足条件的所有点 N 的坐标；若不存在，请说明理由.



解析：(1)由正方形的性质可知 OA=OB=3，从而得到点 A 的坐标，设抛物线的解析式为 $y=a(x-1)^2+4$，把 A(0，3)代入可求得 a 的值，从而得到抛物线的解析式；
(2)由全等三角形对应边相等可知 MA=BM，从而可知点 M 在 AB 的垂直平分线上，故此点 M 为直线 OC 与抛物线的交点，然后求得直线 OC 与抛物线的交点坐标即可；
(3)设 N(0，t).分为∠PNB=90、∠NPB=90°、∠PBN=90°三种情况画出图形，然后依据相似三角形对应边成比例列出关于 t 的方程求解即可.
答案：(1)∵正方形的边长为 3，
∴A(0，3)，B(3，0).
设抛物线的解析式为 $y=a(x-1)^2+4$.
∵把 A(0，3)代入得：a+4=3，解得 a=-1，
∴抛物线的解析式为 $y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$.
(2)如图 1 所示：

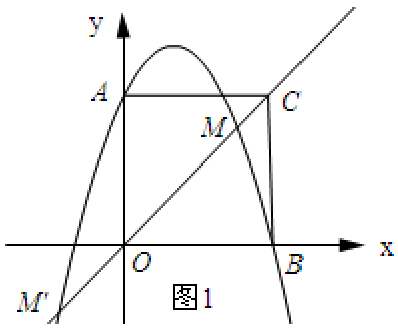


图1

∵△MOA≌△MOB，

∴AM=BM.
∴点 M 在 AB 的垂直平分线上.
∵OACB 为正方形，
∴OC 为 AB 的垂直平分线.
设 OC 的解析式为 y=kx，
∵将 C(3，3)代入得：3k=3，解得：k=1，
∴直线 OC 的解析式为 y=x.

由 y=x 与 $y=-x^2+2x+3$ 得：$x=-x^2+2x+3$，解得：$x_1=\frac{1+\sqrt{13}}{2}$，$x_2=\frac{1-\sqrt{13}}{2}$.

∴$M(\frac{1+\sqrt{13}}{2},\frac{1+\sqrt{13}}{2})$，$M'(\frac{1-\sqrt{13}}{2},\frac{1-\sqrt{13}}{2})$.

∴点 M 的坐标为$(\frac{1+\sqrt{13}}{2},\frac{1+\sqrt{13}}{2})$ 或 $(\frac{1-\sqrt{13}}{2},\frac{1-\sqrt{13}}{2})$.

(3)设 N(0，t).
①当∠PNB=90 时，如图 2 所示.连接 PN、BN，过点 P 作 PM⊥y 轴，垂足为 M.

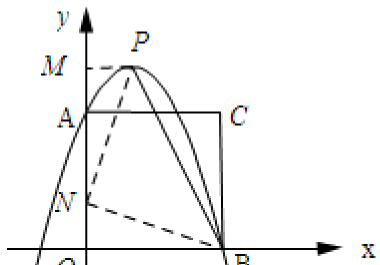


图2

由△PMN∽△NOB，得：$\frac{1}{t}=\frac{4-t}{3}$，解得：$t_1=1$，$t_2=3$.

②当∠NPB=90°时.
如图 3 所示；连接 PN、BN，过点 P 作 x 轴的平行线，交 BC 延长线与点 M.

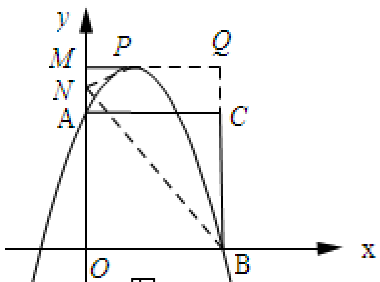


图3

由△PMN∽△NOB，得：$\frac{1}{4}=\frac{4-t}{2}$，解得：$t=\frac{7}{2}$.

③当∠PBN=90°时，如图 4 所示，过点 P 作 x 轴的平行线，交 BC 延长线与点 M.

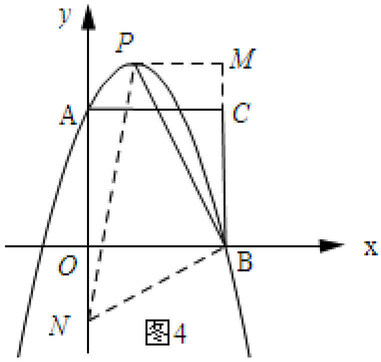


图4

由△PMB∽△NOB 得：$\frac{2}{-t}=\frac{4}{3}$，解得：$t=-\frac{3}{2}$.

综上所述，点 N 的坐标为(0，1)、(0，3)、(0，$\frac{7}{2}$)、(0，-$\frac{3}{2}$).