2018年湖北省黄冈市中考真题数学

一、选择题(本题共6小题，每小题3分，共18分.每小题给出的4个选项中，有且只有一个案是正确的)

1. $-\frac{2}{3}$的相反数是(　　)

A. $-\frac{3}{2}$

B. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{2}$

解析：根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得一个数的相反数. $-\frac{2}{3}$的相反数是$\frac{2}{3}$.

答案：C

2.下列运算结果正确的是(　　)
A. $3a^3\cdot 2a^2=6a^6$
B. $(-2a)^2=-4a^2$

C. $\tan45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\cos30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$

解析：原式$=6a^5$，故本选项错误；
B、原式$=4a^2$，故本选项错误；
C、原式=1，故本选项错误；

D、原式$=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故本选项正确.

答案：D

3.函数$y=\frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$中自变量x的取值范围是(　　)

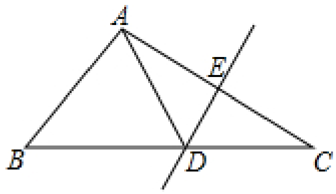
A. x≥-1且x≠1
B. x≥-1
C. x≠1

D. -1≤x<1

解析：根据题意得到：$\begin{cases} x+1\geq 0, \\ x-1\neq 0, \end{cases}$解得 x≥-1 且 x≠1.

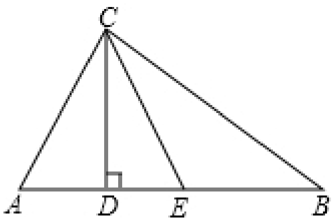
答案：A

4.如图，在△ABC 中，DE 是 AC 的垂直平分线，且分别交 BC，AC 于点 D 和 E，∠B=60°，∠C=25°，则∠BAD 为(　　)



A. 50°
B. 70°
C. 75°
D. 80°
解析：∵DE 是 AC 的垂直平分线，∴DA=DC，∴∠DAC=∠C=25°，
∵∠B=60°，∠C=25°，∴∠BAC=95°，∴∠BAD=∠BAC-∠DAC=70°.
答案：B

5.如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，CD 为 AB 边上的高，CE 为 AB 边上的中线，AD=2，CE=5，则 CD=(　　)



A. 2
B. 3
C. 4
D. $2\sqrt{3}$

解析：∵在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，CE 为 AB 边上的中线，CE=5，∴AE=CE=5，

∵AD=2，∴DE=3，∵CD 为 AB 边上的高，∴在 Rt△CDE 中，CD=$\sqrt{CE^2-DE^2}=\sqrt{5^2-3^2}$=4.

答案：C

6.当 a≤x≤a+1 时，函数 y=x^2-2x+1 的最小值为 1，则 a 的值为(　　)
A. -1
B. 2
C. 0 或 2
D. -1 或 2

解析：当 y=1 时，有 $x^2-2x+1=1$，解得：$x_1=0$，$x_2=2$.
∵当 a≤x≤a+1 时，函数有最小值 1，∴a=2 或 a+1=0，∴a=2 或 a=-1.
答案：D

二、填空题(本题共 8 小题，每题小 3 分，共 24 分)

7.实数 16800000 用科学记数法表示为________.
解析：用科学记数法表示较大的数时，一般形式为 $a\times10^n$，其中 $1\leq|a|<10$，n 为整数，据此判断即可.$16800000=1.68\times10^7$.
答案：1.68×10^7

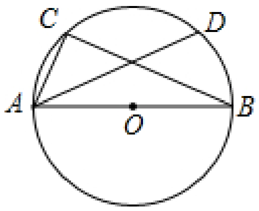
8.因式分解：$x^3-9x=$__________.
解析：$x^3-9x=x(x2-9)=x(x+3)(x-3)$.
答案：$x(x+3)(x-3)$

9.化简 $\left(\sqrt{2}-1\right)^0+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}-\sqrt{9}+\sqrt[3]{-27}=$_________.

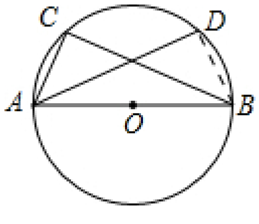
解析：原式=1+4-3-3=-1.
答案：-1

10.若 $a-\frac{1}{a}=\sqrt{6}$，则 $a^2+\frac{1}{a^2}$ 值为_________.
解析：∵ $a-\frac{1}{a}=\sqrt{6}$，∴$(a-\frac{1}{a})^2=6$，∴ $a^2-2+\frac{1}{a^2}=6$，∴ $a^2+\frac{1}{a^2}=8$.
答案：8

11.如图，△ABC 内接于⊙O，AB 为⊙O 的直径，∠CAB=60°，弦 AD 平分∠CAB，若 AD=6，则 AC=_________.



解析：连接 BD.



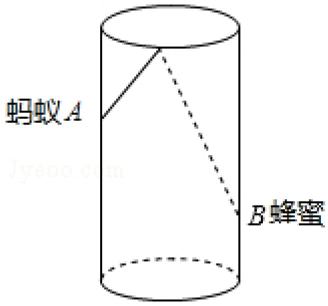
∵AB 是直径，∴∠C=∠D=90°，
∵∠CAB=60°，AD 平分∠CAB，

∴∠DAB=30°，∴AB=AD÷cos30°=$4\sqrt{3}$，∴AC=AB•cos60°=$2\sqrt{3}$.

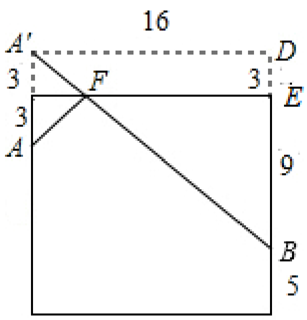
答案：$2\sqrt{3}$

12.一个三角形的两边长分别为 3 和 6，第三边长是方程 $x^2-10x+21=0$ 的根，则三角形的周长为________.
解析：解方程 $x^2-10x+21=0$ 得 $x_1=3$、$x_2=7$，
∵3＜第三边的边长＜9，∴第三边的边长为 7.∴这个三角形的周长是 3+6+7=16.
答案：16

13.如图，圆柱形玻璃杯高为 14cm，底面周长为 32cm，在杯内壁离杯底 5cm 的点 B 处有一滴蜂蜜，此时一只蚂蚁正好在杯外壁，离杯上沿 3cm 与蜂蜜相对的点 A 处，则蚂蚁从外壁 A 处到内壁 B 处的最短距离为________cm(杯壁厚度不计).



解析：如图：

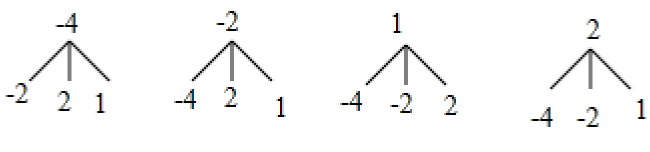


将杯子侧面展开，作 A 关于 EF 的对称点 A′，连接 A′B，则 A′B 即为最短距离，

$A'B=\sqrt{A'D^2+BD^2}=\sqrt{16^2+12^2}=20$ (cm).

答案：20

14.在-4、-2，1、2 四个数中、随机取两个数分别作为函数 $y=ax^2+bx+1$ 中 a，b 的值，则该二次函数图象恰好经过第一、二、四象限的概率为________.
解析：画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数，满足 a＜0，b＞0 的结果数为 4，

所以该二次函数图象恰好经过第一、二、四象限的概率$=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

答案：$\frac{1}{3}$

三、解答题(本题共10题，满分78分)

15.求满足不等式组$\begin{cases}x-3(x-2)\le 8,\\ \frac{1}{2}x-1<3-\frac{3}{2}\end{cases}$ x的所有整数解.

解析：先求出不等式组的解集，然后在解集中找出所有的整数即可.

答案：解不等式x-3(x-2)≤8，得：x≥-1，

解不等式$\frac{1}{2}x-1<3-\frac{3}{2}$x，得：x<2，

则不等式组的解集为-1≤x<2，

所以不等式组的整数解为-1、0、1.

16.在端午节来临之际，某商店订购了A型和B型两种粽子，A型粽子28元/千克，B型粽子24元/千克,若B型粽子的数量比A型粽子的2倍少20千克,购进两种粽子共用了2560元,求两种型号粽子各多少千克.

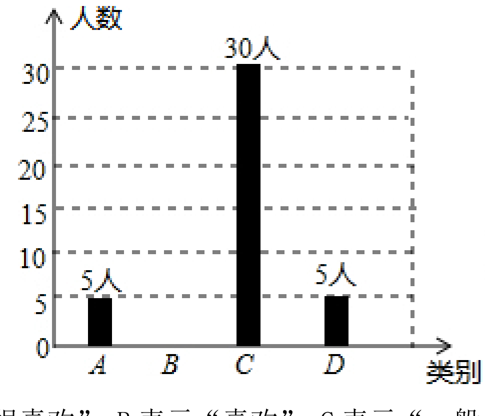
解析：订购了A型粽子x千克，B型粽子y千克.根据B型粽子的数量比A型粽子的2倍少20千克，购进两种粽子共用了2560元列出方程组，求解即可.

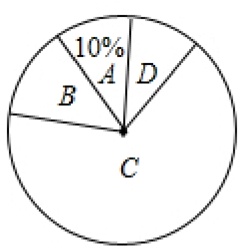
答案：设订购了A型粽子x千克，B型粽子y千克，

根据题意，得$\begin{cases}y=2x-20,\\ 28x+24y=2560,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=40,\\ y=60.\end{cases}$

答：订购了A型粽子40千克，B型粽子60千克.

17.央视“经典咏流传”开播以来受到社会广泛关注我市某校就“中华文化我传承--地方戏曲进校园”的喜爱情况进行了随机调查.对收集的信息进行统计，绘制了下面两副尚不完整的统计图.请你根据统计图所提供的信息解答下列问题：





图中A表示“很喜欢”，B表示“喜欢”、C表示“一般”，D表示“不喜欢”.

(1)被调查的总人数是______人，扇形统计图中C部分所对应的扇形圆心角的度数为______；

(2)补全条形统计图；

(3)若该校共有学生 1800 人，请根据上述调查结果，估计该校学生中 A 类有______人；

(4)在抽取的 A 类 5 人中，刚好有 3 个女生 2 个男生，从中随机抽取两个同学担任两角色，用树形图或列表法求出被抽到的两个学生性别相同的概率.

解析：(1)由 A 类别人数及其所占百分比可得总人数，用 360° 乘以 C 部分人数所占比例可得；

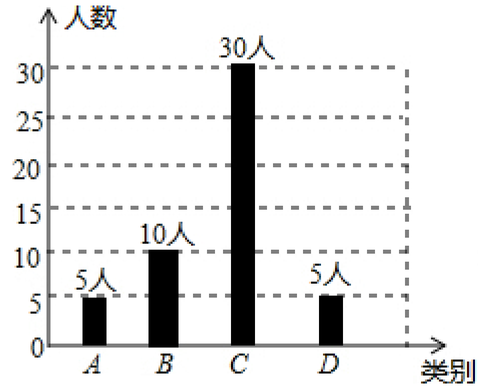
(2)总人数减去其他类别人数求得 B 的人数，据此即可补全条形图；

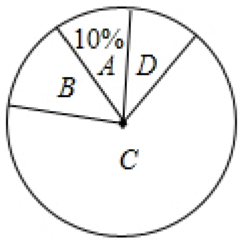
(3)用总人数乘以样本中 A 类别人数所占百分比可得；

(4)用树状图或列表法即可求出抽到性别相同的两个学生的概率.

答案：(1)被调查的总人数为 5÷10%=50 人，扇形统计图中 C 部分所对应的扇形圆心角的度数为 $360°\times\frac{30}{50}=216°$.

(2)B 类别人数为 50-(5+30+5)=10 人，补全图形如下：





(3)估计该校学生中 A 类有 1800×10%=180 人.

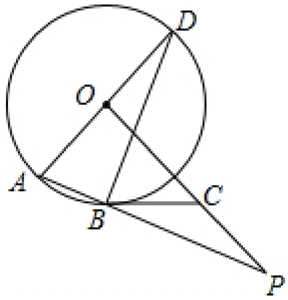
(4)列表如下：

	$女_1$	$女_2$	$女_3$	$男_1$	$男_2$
$女_1$	---	$女_2女_1$	$女_3女_1$	$男_1女_1$	$男_2女_1$
$女_2$	$女_1女_2$	---	$女_3女_2$	$男_1女_2$	$男_2女_2$
$女_3$	$女_1女_3$	$女_2女_3$	---	$男_1女_3$	$男_2女_3$
$男_1$	$女_1男_1$	$女_2男_1$	$女_3男_1$	---	$男_2男_1$
$男_2$	$女_1男_2$	$女_2男_2$	$女_3男_2$	$男_1男_2$	---

所有等可能的结果为 20 种，其中被抽到的两个学生性别相同的结果数为 8，∴被抽到的两个学生性别相同的概率为 $\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$.

18.如图，AD 是⊙O 的直径，AB 为⊙O 的弦，OP⊥AD，OP 与 AB 的延长线交于点 P，过 B 点的

切线交 OP 于点 C.



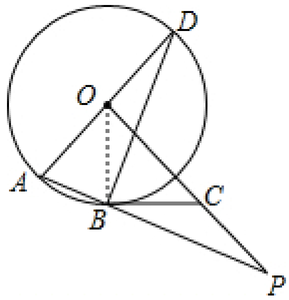
(1)求证：∠CBP=∠ADB.

(2)若 OA=2，AB=1，求线段 BP 的长.

解析：(1)连接 OB，如图，根据圆周角定理得到∠ABD=90°，再根据切线的性质得到∠OBC=90°，然后利用等量代换进行证明；

(2)证明△AOP∽△ABD，然后利用相似比求 BP 的长.

答案：(1)连接 OB，如图，



∵AD 是⊙O 的直径，∴∠ABD=90°，∴∠A+∠ADB=90°，

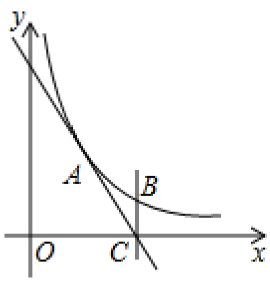
∵BC 为切线，∴OB⊥BC，∴∠OBC=90°，∴∠OBA+∠CBP=90°，而 OA=OB，∴∠A=∠OBA，

∴∠CBP=∠ADB；

(2)∵OP⊥AD，∴∠POA=90°，∴∠P+∠A=90°，

∴∠P=∠A，∴△AOP∽△ABD，∴$\frac{AP}{AD}=\frac{AO}{AB}$，即$\frac{1+BP}{4}=\frac{2}{1}$，∴BP=7.

19.如图，反比例函数 y=$\frac{k}{x}$(x＞0)过点 A(3，4)，直线 AC 与 x 轴交于点 C(6，0)，过点 C 作 x 轴的垂线 BC 交反比例函数图象于点 B.



(1)求 k 的值与 B 点的坐标；

(2)在平面内有点 D，使得以 A，B，C，D 四点为顶点的四边形为平行四边形，试写出符合条件的所有 D 点的坐标.

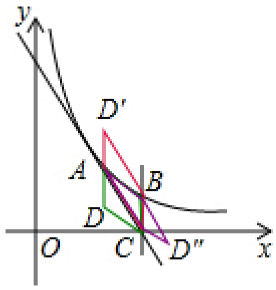
解析：(1)将 A 点的坐标代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 求得 k 的值，然后将 x=6 代入反比例函数解析式求得相应的 y 的值，即得点 B 的坐标；

(2)使得以 A、B、C、D 为顶点的四边形为平行四边形，如图所示，找出满足题意 D 的坐标即可.

答案：(1)把点 A(3，4)代入 $y=\frac{k}{x}$ (x＞0)，得 k=xy=3×4=12，故该反比例函数解析式为：$y=\frac{12}{x}$. ∵点 C(6，0)，BC⊥x 轴，∴把 x=6 代入反比例函数 $y=\frac{12}{x}$，得 $y=\frac{12}{2}=6$. 则 B(6，2).

综上所述，k 的值是 12，B 点的坐标是(6，2).

(2)①如图，当四边形 ABCD 为平行四边形时，AD∥BC 且 AD=BC.



∵A(3，4)、B(6，2)、C(6，0)，∴点 D 的横坐标为 3，$y_A-y_D=y_B-y_C$ 即 $4-y_D=2-0$，故 $y_D=2$. 所以 D(3，2).

②如图，当四边形 ACBD′ 为平行四边形时，AD′∥CB 且 AD′=CB.

∵A(3，4)、B(6，2)、C(6，0)，∴点 D 的横坐标为 3，$y_{D'}-y_A=y_B-y_C$ 即 $y_D-4=2-0$，故 $y_{D'}=6$. 所以 D′(3，6).

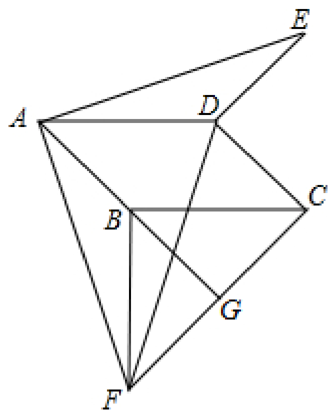
③如图，当四边形 ACD″B 为平行四边形时，AC=BD″ 且 AC=BD″.

∵A(3，4)、B(6，2)、C(6，0)，∴$x_{D''}-x_B=x_C-x_A$ 即 $x_{D''}-6=6-3$，故 $x_{D''}=9$.

$y_{D''}-yB=y_C-y_A$ 即 $y_{D''}-2=0-4$，故 $y_{D''}=-2$. 所以 D″(9，-2).

综上所述，符合条件的点 D 的坐标是：(3，2)或(3，6)或(9，-2).

20.如图，在平行四边形 ABCD 中，分别以边 BC，CD 作等腰△BCF，△CDE，使 BC=BF，CD=DE，∠CBF=∠CDE，连接 AF，AE.



(1)求证△ABF≌△EDA；

(2)延长 AB 与 CF 相交于 G. 若 AF⊥AE，求证 BF⊥BC.

解析：(1)想办法证明：AB=DE，FB=AD，∠ABF=∠ADE 即可解决问题；

(2)只要证明FB⊥AD即可解决问题；

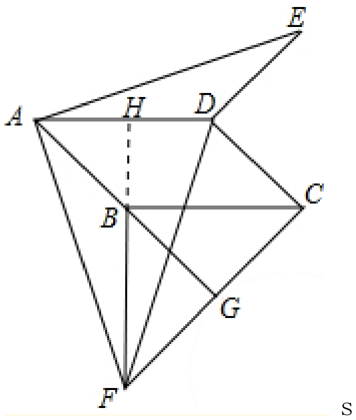
答案：(1)∵四边形ABCD是平行四边形，∴AB=CD，AD=BC，∠ABC=∠ADC，

∵BC=BF，CD=DE，∴BF=AD，AB=DE，

∵∠ADE+∠ADC+∠EDC=360°，∠ABF+∠ABC+∠CBF=360°，∠EDC=∠CBF，∴∠ADE=∠ABF，

∴△ABF≌△EDA.

(2)延长FB交AD于H.



∵AE⊥AF，∴∠EAF=90°，

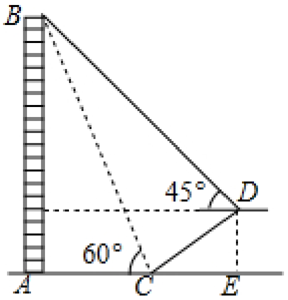
∵△ABF≌△EDA，∴∠EAD=∠AFB，

∵∠EAD+∠FAH=90°，∴∠FAH+∠AFB=90°，

∴∠AHF=90°，即FB⊥AD，

∵AD∥BC，∴FB⊥BC.

21.如图，在大楼AB正前方有一斜坡CD，坡角∠DCE=30°，楼高AB=60米，在斜坡下的点C处测得楼顶B的仰角为60°，在斜坡上的D处测得楼顶B的仰角为45°，其中点A，C，E在同一直线上.



(1)求坡底C点到大楼距离AC的值；

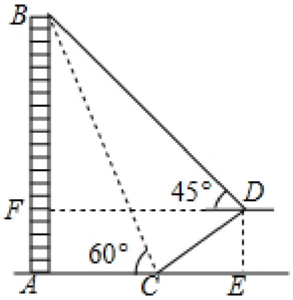
(2)求斜坡CD的长度.

解析：(1)在直角三角形ABC中，利用锐角三角函数定义求出AC的长即可；

(2)由相似三角形△ABC∽△ECD的对应边成比例解答.

答案:(1)在直角△ABC中，∠BAC=90°，∠BCA=60°，AB=60米，则AC=$\frac{AB}{\tan 60°}=\frac{60}{\sqrt{3}}=20\sqrt{3}$

(米).



答：坡底 C 点到大楼距离 AC 的值是 $20\sqrt{3}$ 米.

(2)设 CD=2x，则 DE=x，CE=$\sqrt{3}$ x，

在 Rt△ABC 中，∠ABC=30°，则 BC=$\dfrac{AB}{\sin 60°}=\dfrac{60}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=60\sqrt{3}$（米），

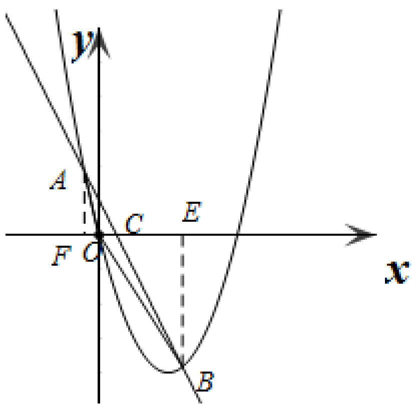
在 Rt△BDF 中，∵∠BDF=45°，∴BF=DF，

∴60-x=$20\sqrt{3}+\sqrt{3}$ x，∴x=$40\sqrt{3}$-60. ∴CD 的长为($40\sqrt{3}$-60)米.

22.已知直线 l：y=kx+1 与抛物线 y=x^2-4x.
(1)求证：直线 l 与该抛物线总有两个交点；
(2)设直线 l 与该抛物线两交点为 A，B，O 为原点，当 k=-2 时，求△OAB 的面积.
解析：(1)联立两解析式，根据判别式即可求证；
(2)画出图象，求出 A、B 的坐标，再求出直线 y=-2x+1 与 x 轴的交点 C，然后利用三角形的面积公式即可求出答案.

答案：(1)联立$\begin{cases} y=kx+1, \\ y=x^2-4x, \end{cases}$化简可得：$x^2-(4+k)x-1=0$，∴△=$(4+k)^2+4>0$，

故直线 l 与该抛物线总有两个交点；
(2)当 k=-2 时，∴y=-2x+1，过点 A 作 AF⊥x 轴于 F，过点 B 作 BE⊥x 轴于 E，



∴联立$\begin{cases} y=x^2-4x, \\ y=-2x+1, \end{cases}$解得：$\begin{cases} x=1+\sqrt{2}, \\ y=-1-2\sqrt{2} \end{cases}$或$\begin{cases} x=1-\sqrt{2}, \\ y=2\sqrt{2}-1, \end{cases}$

∴ $A(1-\sqrt{2},2\sqrt{2}-1)$，$B(1+\sqrt{2},-1-2\sqrt{2})$，∴ $AF=2\sqrt{2}-1$，$BE=1+2\sqrt{2}$．

易求得：直线 y=-2x+1 与 x 轴的交点 C 为($\frac{1}{2}$，0)，∴OC=1，

∴ $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}=$ $\frac{1}{2}OC\cdot AF+\frac{1}{2}OC\cdot BE=\frac{1}{2}OC\left(AF+BE\right)=\frac{1}{2}\times\left(2\sqrt{2}-1+1+2\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}$．

23.我市某乡镇在“精准扶贫”活动中销售一农产品，经分析发现月销售量 y(万件)与月份 x(月)的关系为：y=$\begin{cases}x+4(1\le x\le 8，x为整数)，\\-x+20(9\le x\le 12，x为整数)\end{cases}$，每件产品的利润 z(元)与月份 x(月)的关系如下表：

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
z	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	10	10

(1)请你根据表格求出每件产品利润 z(元)与月份 x(月)的关系式；
(2)若月利润 w(万元)=当月销售量 y(万件)×当月每件产品的利润 z(元)，求月利润 w(万元)与月份 x(月)的关系式；
(3)当 x 为何值时，月利润 w 有最大值，最大值为多少？
解析：(1)根据表格中的数据可以求得各段对应的函数解析式，本题得以解决；
(2)根据题目中的解析式和(1)中的解析式可以解答本题；
(3)根据(2)中的解析式可以求得各段的最大值，从而可以解答本题.
答案：(1)当 1≤x≤9 时，设每件产品利润 z(元)与月份 x(月)的关系式为 z=kx+b，

$\begin{cases}k+b=19，\\2k+b=18，\end{cases}$得$\begin{cases}k=-1，\\b=20，\end{cases}$即当 1≤x≤9 时，每件产品利润 z(元)与月份 x(月)的关系式为 z=-x+20，

当 10≤x≤12 时，z=10，由上可得，z=$\begin{cases}-x+20(1\le x\le 9，x取整数)\\10(10\le x\le 12，x取整数)；\end{cases}$

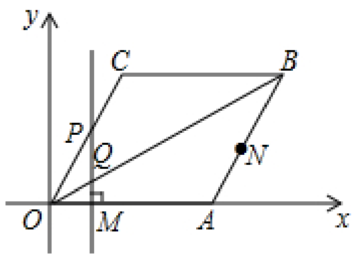
(2)当 1≤x≤8 时，w=(x+4)(-x+20)=-x^2+16x+80，
当 x=9 时，w=(-9+20)×(-9+20)=121，
当 10≤x≤12 时，w=(-x+20)×10=-10x+200，

由上可得，w=$\begin{cases}-x^2+16x+80(1\le x\le 8，x取整数)，\\121\left(x=9\right)，\\-10x+200(10\le x\le 12，x取整数)；\end{cases}$

(3)当 1≤x≤8 时，w=-x^2+16x+80=-(x-8)^2+144，
∴当 x=8 时，w 取得最大值，此时 w=144；
当 x=9 时，w=121，
当 10≤x≤12 时，w=-10x+200，

则当 x=10 时，w 取得最大值，此时 w=100，
由上可得，当 x 为 8 时，月利润 w 有最大值，最大值 144 万元.

24.如图，在直角坐标系 xOy 中，菱形 OABC 的边 OA 在 x 轴正半轴上，点 B，C 在第一象限，∠C=120°，边长 OA=8.点 M 从原点 O 出发沿 x 轴正半轴以每秒 1 个单位长的速度作匀速运动，点 N 从 A 出发沿边 AB-BC-CO 以每秒 2 个单位长的速度作匀速运动，过点 M 作直线 MP 垂直于 x 轴并交折线 OCB 于 P，交对角线 OB 于 Q，点 M 和点 N 同时出发，分别沿各自路线运动，点 N 运动到原点 O 时，M 和 N 两点同时停止运动.



(1)当 t=2 时，求线段 PQ 的长；
(2)求 t 为何值时，点 P 与 N 重合；
(3)设△APN 的面积为 S，求 S 与 t 的函数关系式及 t 的取值范围.
解析：(1)解直角三角形求出 PM，QM 即可解决问题；
(2)根据点 P、N 的路程之和=24，构建方程即可解决问题；
(3)分三种情形考虑问题即可解决问题.
答案：(1)当 t=2 时，OM=2，

在 Rt△OPM 中，∠POM=60°，∴PM=OM·tan60°=$2\sqrt{3}$，

在 Rt△OMQ 中，∠QOM=30°，∴QM=OM·tan30°=$\frac{2\sqrt{3}}{3}$，∴PQ=CN-QM=$2\sqrt{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

(2)由题意：8+(t-4)+2t=24，解得 t=$\frac{20}{3}$.

(3)①当 0＜x＜4 时，S=$\frac{1}{2}\cdot 2t\cdot 4\sqrt{3}=4\sqrt{3}t$.

②当 4⩽x＜$\frac{20}{3}$时，S=$\frac{1}{2}\times\left[8-(t-4)-(2t-8)\right]\times 4\sqrt{3}=40\sqrt{3}-6\sqrt{3}t$.

③当$\frac{20}{3}$⩽x＜8 时.S=$\frac{1}{2}\times\left[(t-4)+(2t-8)-8\right]\times 4\sqrt{3}=6\sqrt{3}t-40\sqrt{3}$.

④当 8⩽x⩽12 时，$S=S_{菱形ABCO}-S_{\triangle AON}-S_{\triangle ABP}=$
$32\sqrt{3}-\frac{1}{2}\cdot(24-2t)\cdot 4\sqrt{3}-\frac{1}{2}\cdot\left[8-(t-4)\right]\cdot 4\sqrt{3}=6\sqrt{3}t-40\sqrt{3}$.