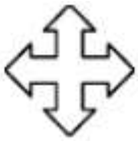
2015年福建省龙岩市中考真题数学

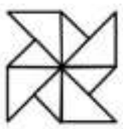
一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，每小题的四个选项中，只有一项符合题目要求)

1. -1 的倒数是(　　)
A.-1
B.0
C.1
D.±1
解析：-1 的倒数是-1.
答案：A

2.下列运算正确的是(　　)
A.$x^2\cdot x^3=x^6$
B.$(x^2)^3=x^6$
C.$x^3+x^2=x^5$
D.$x+x^2=x^3$
解析：A、$x^2\cdot x^3=x^5$，错误；
B、$(x^2)^3=x^6$，正确；
C、x^3与x^2不是同类项，不能合并，错误；
D、x 与x^2不是同类项，不能合并，错误.
答案：B

3.下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是(　　)

A.

B.

C.

D.

解析：A、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故 A 正确；
B、不是轴对称图形，是中心对称图形，故 B 错误；
C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 C 错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 D 错误.
答案：A

4.下列事件中，属于随机事件的是(　　)

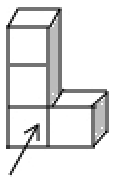
A. $\sqrt{63}$ 的值比 8 大

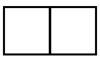
B.购买一张彩票，中奖
C.地球自转的同时也在绕日公转
D.袋中只有 5 个黄球，摸出一个球是白球

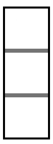
解析：A、$\sqrt{63}$ 的值比 8 大属于不可能事件，此选项错误；

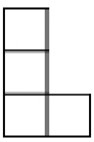
B、购买一张彩票，可能中奖，也可能不中奖，属于随机事件，此选项正确；
C、地球自转的同时也在绕日公转属于确定事件，此选项错误；
D、袋中只有 5 个黄球，摸出一个球是白球属于不可能事件，此选项错误.
答案：B.

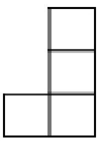
5.如图所示几何体的主视图是(　　)



A. 

B. 

C. 

D. 

解析：从正面看几何体即可确定出主视图.
答案：C

6.若甲、乙、丙、丁四位同学一学期 4 次数学测试的平均成绩恰好都是 85 分，方差分别为 $S_{甲}^2=0.80$，$S_{乙}^2=1.31$，$S_{丙}^2=1.72$，$S_{丁}^2=0.42$，则成绩最稳定的同学是(　　)
A.甲
B.乙
C.丙

D.丁

解析：∵$S_{甲}^2=0.80$，$S_{乙}^2=1.31$，$S_{丙}^2=1.72$，$S_{丁}^2=0.42$，

∴$S_{丁}^2<S_{甲}^2<S_{乙}^2<S_{丙}^2$，∴成绩最稳定的同学是丁.

答案：D

7.下列统计图能够显示数据变化趋势的是(　　)

A.条形图

B.扇形图

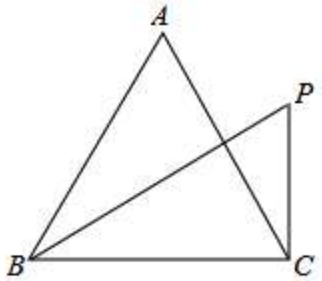
C.折线图

D.直方图

解析：易于显示数据的变化趋势和变化规律的统计图是折线统计图.

答案：C

8.如图，在边长为$\sqrt{3}$的等边三角形ABC中，过点C垂直于BC的直线交∠ABC的平分线于点P，则点P到边AB所在直线的距离为(　　)



A.$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

B.$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

C.$\sqrt{3}$

D.1

解析：∵△ABC为等边三角形，BP平分∠ABC，∴$\angle PBC=\dfrac{1}{2}\angle ABC=30°$，

∵PC⊥BC，∴∠PCB=90°，

在Rt△PCB中，$PC=BC\cdot\tan\angle PBC=\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=1$，∴点P到边AB所在直线的距离为1.

答案：D

9.已知点P(a，b)是反比例函数$y=\dfrac{1}{x}$图象上异于点(-1，-1)的一个动点，则$\dfrac{1}{1+a}+\dfrac{1}{1+b}$=(　　)

A.2

B.1

C. $\dfrac{3}{2}$

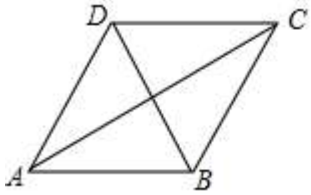
D. $\dfrac{1}{2}$

解析：∵点P(a，b)是反比例函数y=$\dfrac{1}{x}$图象上异于点(-1，-1)的一个动点，

∴ab=1，∴$\dfrac{1}{1+a}+\dfrac{1}{1+b}=\dfrac{1+b}{(1+a)(1+b)}+\dfrac{1+a}{(1+a)(1+b)}=\dfrac{2+a+b}{1+a+b+ab}=\dfrac{2+a+b}{2+a+b}$=1.

答案：B

10.如图，菱形ABCD的周长为16，∠ABC=120°，则AC的长为(　　)



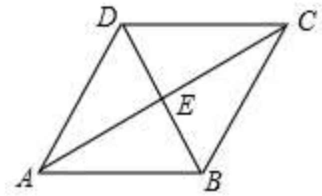
A.4$\sqrt{3}$

B.4

C.2$\sqrt{3}$

D.2

解析：在菱形ABCD中，



∵∠ABC=120°，∴∠BAE=60°，AC⊥BD，

∵菱形ABCD的周长为16，∴AB=4，

在RT△ABE中，AE=ABsin∠BAE=4×$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$=2$\sqrt{3}$，故可得AC=2AE=4$\sqrt{3}$.

答案：A

二、填空题(本大题共6小题，每小题3分，共18分)

11.　2015年6月14日是第12个“世界献血者日”，据国家相关部委公布，2014年全国献血人数达到约130 000 000人次，将数据130 000 000用科学记数法表示为__________.

解析：将130 000 000用科学记数法表示为1.3×10^8.

答案：1.3×10^8.

12. 分解因式：$a^2+2a=$__________.

解析：$a^2+2a=a(a+2)$.

答案：$a(a+2)$.

13. 若 $4a-2b=2\pi$，则 $2a-b+\pi=$__________.

解析：因为 $4a-2b=2\pi$，所以可得 $2a-b=\pi$，把 $2a-b=\pi$ 代入 $2a-b+\pi=2\pi$.

答案：2π

14. 圆锥的底面半径是 1，母线长是 4，则它的侧面展开图的圆心角是__________°.

解析：设圆锥侧面展开图的圆心角为 n. 根据题意得 $2\pi\times1=\frac{n\pi\times4}{180}$，解得 $n=90°$.

答案：90°

15. 抛物线 $y=2x^2-4x+3$ 绕坐标原点旋转 180° 所得的抛物线的解析式是__________.

解析：将 $y=2x^2-4x+3$ 化为顶点式，得 $y=2(x-1)^2+1$，

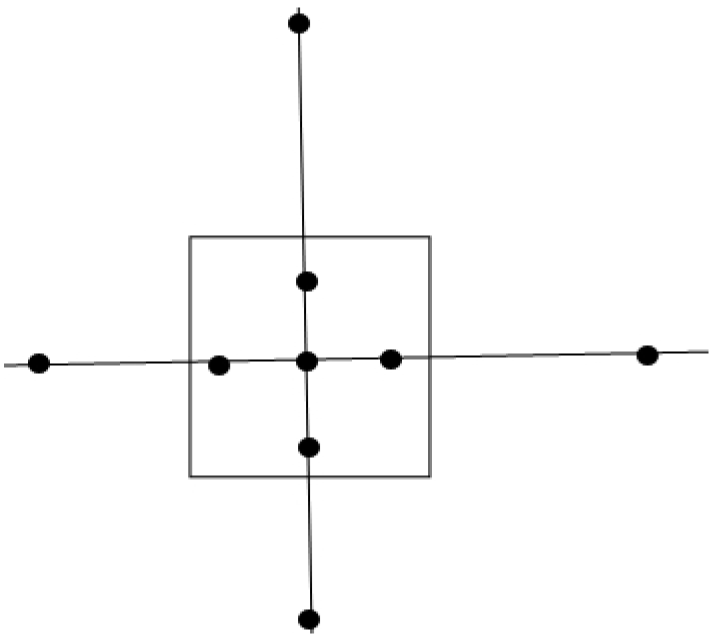
抛物线 $y=2x^2-4x+3$ 绕坐标原点旋转 180° 所得的抛物线的解析式是 $y=-2(x+1)^2-1$，

化为一般式，得 $y=-2x^2-4x-3$，

答案：$y=-2x^2-4x-3$.

16. 我们把平面内与四边形各边端点构成的三角形都是等腰三角形的点叫做这个四边形的腰点(如矩形的对角线交点是矩形的一个腰点)，则正方形的腰点共有__________个.

解析：如图，



正方形一共有 9 个腰点，除了正方形的中心外，两条与边平行的对称轴上各有四个腰点.

答案：9.

三、解答题(本大题共 9 小题，共 92 分)

17. 计算：$|-\sqrt{2}|+2015^0-2\sqrt{2}\sin30°+\sqrt[3]{8}-9\times\frac{1}{3}$.

解析：原式第一项利用绝对值的代数意义化简，第二项利用零指数幂法则计算，第三项利用特殊角的三角函数值计算，第四项利用立方根定义计算，最后一项利用乘法法则计算即可得到结果.

解析：原式$=\sqrt{2}+1-2\sqrt{2}\times\frac{1}{2}+2-3=0$.

18. 先化简，再求值：$(x+1)(x-1)+x(2-x)+(x-1)^2$，其中 $x=2\sqrt{3}$.

解析：先化简，再代入求值即可.

答案：$(x+1)(x-1)+x(2-x)+(x-1)^2=x^2-1+2x-x^2+x^2-2x+1=x^2$，

把 $x=2\sqrt{3}$ 代入原式$=(2\sqrt{3})^2=12$.

19. 解方程：$1+\frac{3x}{x-2}=\frac{6}{x-2}$.

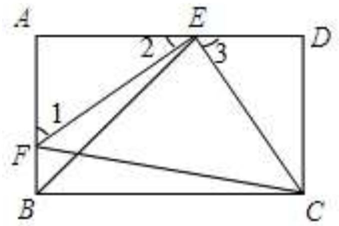
解析：根据解分式方程的步骤进行解答，注意进行检验.

答案：方程两边同乘以 $(x-2)$ 得，$(x-2)+3x=6$，解得；$x=2$，

检验：当 $x=2$ 时，$x-2=0$，

∴$x=2$ 不是原分式方程的解，∴原分式方程无解.

20. 如图，E，F 分别是矩形 ABCD 的边 AD，AB 上的点，若 EF=EC，且 EF⊥EC.



(1) 求证：AE=DC；

(2) 已知 $DC=\sqrt{2}$，求 BE 的长.

解析：(1) 根据矩形的性质和已知条件可证明△AEF≌△DCE，可证得 AE=DC；

(2) 由(1)可知 AE=DC，在 Rt△ABE 中由勾股定理可求得 BE 的长.

答案：(1) 在矩形 ABCD 中，∠A=∠D=90°，∴∠1+∠2=90°，

∵EF⊥EC，∴∠FEC=90°，∴∠2+∠3=90°，∴∠1=∠3，

在△AEF 和△DCE 中，$\begin{cases}\angle A=\angle D,\\ \angle 1=\angle 3,\\ EF=EC,\end{cases}$ ∴△AEF≌△DCE(AAS)，∴AE=DC；

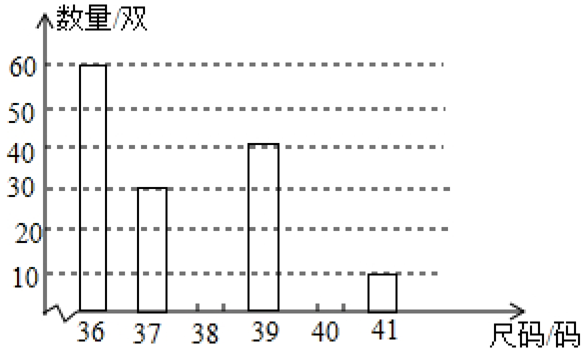
(2) 由(1)得 AE=DC，∴$AE=DC=\sqrt{2}$，

在矩形 ABCD 中，$AB=CD=\sqrt{2}$，

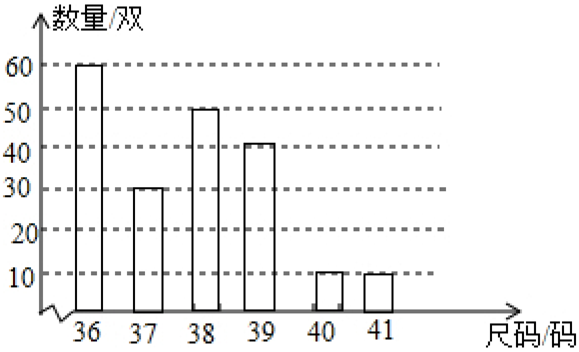
在 Rt△ABE 中，$AB^2+AE^2=BE^2$，即$(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2=BE^2$，∴BE=2.

21.某商场经理对某一品牌旅游鞋近一个月的销售情况进行统计后，绘制了如下统计表与条形图：

尺码（码）	数量（双）	百分比（%）
36	60	30
37	30	15
38	a	b
39	40	20
40	c	5
41	10	5

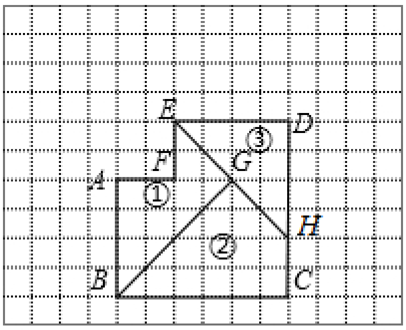


(1)写出表中 a，b，c 的值；
(2)补全条形图；
(3)商场经理准备购进同一品牌的旅游鞋 1500 双，请根据市场实际情况估计他应该购进 38 码的鞋多少双？
解析：(1)根据 36 码鞋的双数除以占的百分比求出总双数，进而求出 c 的值，得出 a 的值，即可求出 b 的值；
(2)补全条形统计图，如图所示；
(3)根据(1)中的结果得出 38 码鞋占的百分比，乘以 1500 即可得到结果.
答案：(1)根据题意得：60÷30%=200，c=200×5%=10，a=200-60-30-40-10-10=50；$\frac{50}{200}\times100\%=25\%$，即 b=25；
(2)补全条形统计图，如图所示：

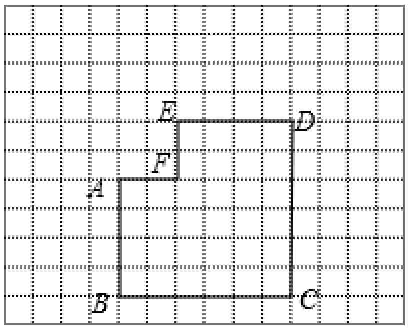


(3)由(1)可得 38 码的旅游鞋大约占 25%，故购进 1500 双旅游鞋中应购进 38 码鞋 375 双.

22.下列网格中的六边形 ABCDEF 是由边长为 6 的正方形左上角剪去边长为 2 的正方形所得，该六边形按一定的方法可剪拼成一个正方形.



图甲

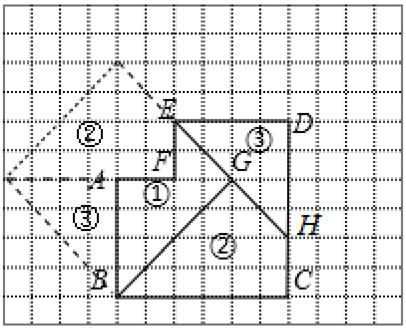


图乙

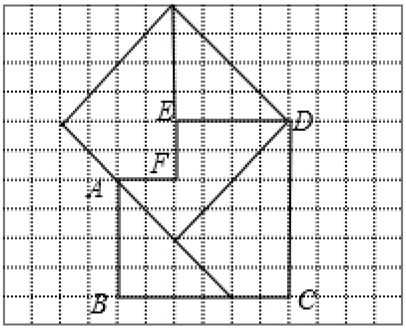
(1)根据剪拼前后图形的面积关系求出拼成的正方形的边长；
(2)如图甲，把六边形 ABCDEF 沿 EH，BG 剪成①②③三部分，请在图甲中画出将②③与①拼成的正方形，然后标出②③变动后的位置，并指出②③属于旋转、平移和轴对称中的哪一种变换；
(3)在图乙中画出一种与图甲不同位置的两条裁剪线，并在图乙中画出将此六边形剪拼成的正方形.
解析：(1)利用剪拼前后图形的面积相等，得出拼成的正方形的边长；
(2)利用平移拼出正方形；
(3)在六边形图形上剪拼成的正方形即可.

答案：(1)根据剪拼前后图形的面积相等，得出拼成的正方形的边长= $\sqrt{6^2-2^2}$ =4 $\sqrt{2}$ ，

(2)如图，②③都属于平移，



(3)如图：



23.某公交公司有A，B型两种客车，它们的载客量和租金如下表：

	A	B
载客量（人/辆）	45	30
租金（元/辆）	400	280

红星中学根据实际情况，计划租用A，B型客车共5辆，同时送七年级师生到基地校参加社会实践活动，设租用A型客车x辆，根据要求回答下列问题：

(1)用含x的式子填写下表：

	车辆数（辆）	载客量	租金（元）
A	x	45x	400x
B	5-x		

(2)若要保证租车费用不超过1900元，求x的最大值；

(3)在(2)的条件下，若七年级师生共有195人，写出所有可能的租车方案，并确定最省钱的租车方案.

解析：(1)根据题意，载客量=汽车辆数×单车载客量，租金=汽车辆数×单车租金，列出代数表达式即可；

(2)根据题意，表示出租车总费用，列出不等式即可解决；

(3)由(2)得出x的取值范围，一一列举计算，排除不合题意方案即可.

答案：(1)∵载客量=汽车辆数×单车载客量，租金=汽车辆数×单车租金，

∴B型客车载客量=30(5-x)；B型客车租金=280(5-x)；

故填：30(5-x)；280(5-x).

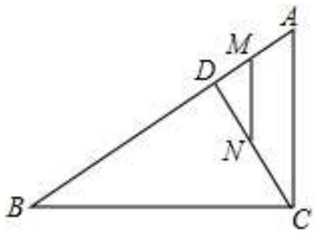
(2)根据题意，400x+280(5-x)≤1900，解得：$x\leq 4\frac{1}{6}$，

∴x的最大值为4；

(3)由(2)可知，$x\leq 4\frac{1}{6}$，故x可能取值为0、1、2、3、4，

①A 型 0 辆，B 型 5 辆，租车费用为 $400\times0+280\times5=1400$ 元，但载客量为 $45\times0+30\times5=150<195$，故不合题意舍去；
②A 型 1 辆，B 型 4 辆，租车费用为 $400\times1+280\times4=1520$ 元，但载客量为 $45\times1+30\times4=165<195$，故不合题意舍去；
③A 型 2 辆，B 型 3 辆，租车费用为 $400\times2+280\times3=1640$ 元，但载客量为 $45\times2+30\times3=180<195$，故不合题意舍去；
④A 型 3 辆，B 型 2 辆，租车费用为 $400\times3+280\times2=1760$ 元，但载客量为 $45\times3+30\times2=195=195$，符合题意；
⑤A 型 4 辆，B 型 1 辆，租车费用为 $400\times4+280\times1=1880$ 元，但载客量为 $45\times4+30\times1=210$，符合题意；
故符合题意的方案有④⑤两种，最省钱的方案是 A 型 3 辆，B 型 2 辆.

24.如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，AC=6，BC=8，点 D 以每秒 1 个单位长度的速度由点 A 向点 B 匀速运动，到达 B 点即停止运动，M，N 分别是 AD，CD 的中点，连接 MN，设点 D 运动的时间为 t.



(1)判断 MN 与 AC 的位置关系；
(2)求点 D 由点 A 向点 B 匀速运动的过程中，线段 MN 所扫过区域的面积；
(3)若△DMN 是等腰三角形，求 t 的值.
解析：(1)利用三角形中位线证明即可；
(2)分别取△ABC 三边 AC，AB，BC 的中点 E，F，G，并连接 EG，FG，根据题意可得线段 MN 扫过区域的面积就是▱AFGE 的面积求解即可；
(3)分三种情况：①当 MD=MN=3 时，②当 MD=DN，③当 DN=MN 时，分别求解△DMN 为等腰三角形即可.
答案：(1)∵在△ADC 中，M 是 AD 的中点，N 是 DC 的中点，∴MN∥AC；
(2)如图 1，分别取△ABC 三边 AC，AB，BC 的中点 E，F，G，并连接 EG，FG，

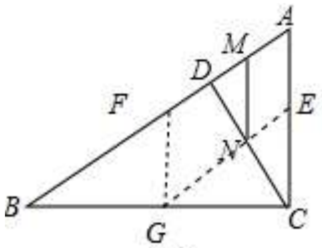


图1

根据题意可得线段 MN 扫过区域的面积就是?AFGE 的面积，
∵AC=6，BC=8，∴AE=3，GC=4，
∵∠ACB=90°，∴$S_{四边形AFGE}$=AE•GC=3×4=12，∴线段 MN 所扫过区域的面积为 12.
(3)据题意可知：MD=$\frac{1}{2}$AD，DN=$\frac{1}{2}$DC，MN=$\frac{1}{2}$AC=3，
①当 MD=MN=3 时，△DMN 为等腰三角形，此时 AD=AC=6，∴t=6，

②当 MD=DN 时，AD=DC，如图 2，过点 D 作 DH⊥AC 交 AC 于 H，则 AH=$\frac{1}{2}$AC=3，

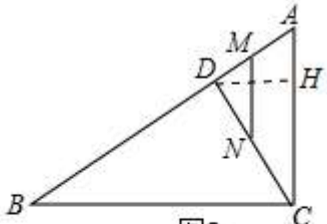


图2

∵cosA=$\frac{AH}{AD}=\frac{AC}{AB}$，∴$\frac{3}{AD}=\frac{6}{10}$，解得 AD=5，∴AD=t=5.

③如图 3，当 DN=MN=3 时，AC=DC，连接 MC，则 CM⊥AD，

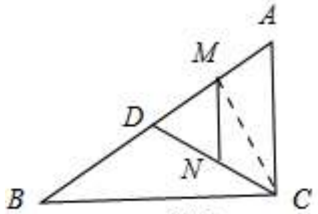
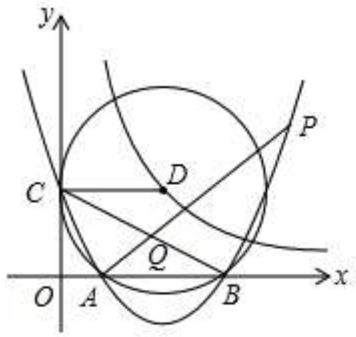


图3

∵cosA=$\frac{AM}{AC}=\frac{AC}{AB}$，即$\frac{AM}{6}=\frac{6}{10}$，∴AM=$\frac{18}{5}$，∴AD=t=2AM=$\frac{36}{5}$，

综上所述，当 t=5 或 6 或$\frac{36}{5}$时，△DMN 为等腰三角形.

25.如图,已知点 D 在双曲线 y=$\frac{20}{x}$ (x＞0)的图象上,以 D 为圆心的⊙D 与 y 轴相切于点 C(0，4)，与 x 轴交于 A，B 两点，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 A，B，C 三点，点 P 是抛物线上的动点，且线段 AP 与 BC 所在直线有交点 Q.



(1)写出点 D 的坐标并求出抛物线的解析式;

(2)证明∠ACO=∠OBC;

(3)探究是否存在点 P,使点 Q 为线段 AP 的四等分点？若存在,求出点 P 的坐标;若不存在,请说明理由.

解析：(1)根据切线的性质得到点 D 的纵坐标是 4，所以由反比例函数图象上点的坐标特征可以求得点 D 的坐标；过点 D 作 DE⊥x 轴，垂足为 E，连接 AD，BD，易得出 A，B 的坐标，即可求出抛物线的解析式;

(2)连接 AC，tan∠ACO=$\frac{OA}{CO}=\frac{1}{2}$，tan∠CBO=$\frac{CO}{OB}=\frac{1}{2}$，即可得出∠ACO=∠CBO.

(3)分别过点Q，P作QF⊥x轴，PG⊥x轴，垂足分别为F，G，设P(t，$\frac{1}{4}t^2-\frac{5}{2}t+4$)，分三种情况①AQ：AP=1：4，②AQ：AP=2：4，③AQ：AP=3：4，分别求解即可.

答案：(1)∵以D为圆心的⊙D与y轴相切于点C(0，4)，∴点D的纵坐标是4，

又∵点D在双曲线$y=\frac{20}{x}$(x＞0)的图象上，∴$4=\frac{20}{x}$，解得x=5，故点D的坐标是(5，4).

如图1，过点D作DE⊥x轴，垂足为E，连接AD，BD，

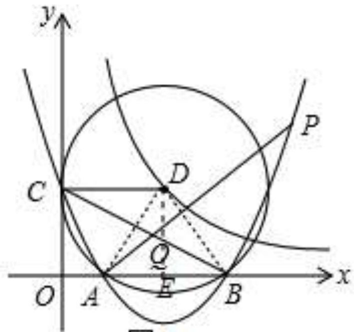


图1

在RT△DAE中，DA=5，DE=4，∴$AE=\sqrt{AD^2-DE^2}=3$，

∴OA=OE-AE=2，OB=OA+2AE=8，∴A(2，0)，B(8，0)，

设抛物线的解析式为y=a(x-2)(x-8)，由于它过点C(0，4)，

∴a(0-2)(0-8)=4，解得$a=\frac{1}{4}$，∴抛物线的解析式为$y=\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{2}x+4$.

(2)如图2，连接AC，

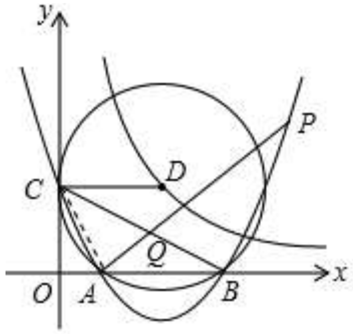


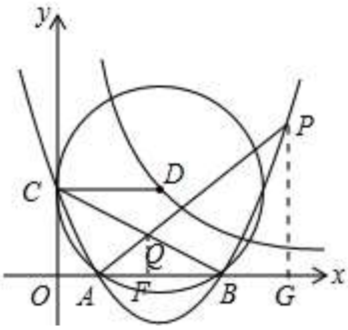
图2

在RT△AOC中，OA=2，CO=4，∴$\tan\angle ACO=\frac{OA}{CO}=\frac{1}{2}$，

在RT△BOC中，OB=8，CO=4，∴$\tan\angle CBO=\frac{CO}{OB}=\frac{1}{2}$，∴∠ACO=∠CBO.

(3)∵B(8，0)，C(0，4)，∴直线BC的解析式为$y=-\frac{1}{2}x+4$，

如图，分别过点Q，P作QF⊥x轴，PG⊥x轴，垂足分别为F，G，



设 P(t，$\frac{1}{4}t^2-\frac{5}{2}t+4$)，

①AQ：AP=1：4，则易得 Q($\frac{t+6}{4}$，$\frac{t^2-10t+16}{16}$)，

∵点 Q 在直线 $y=-\frac{1}{2}x+4$ 上，

∴$-\frac{1}{2}\cdot\frac{t+6}{4}+4=\frac{t^2-10t+16}{16}$，整理得 $t^2-8t-36=0$，

解得 $t_1=4+2\sqrt{13}$，$t_2=4-2\sqrt{13}$，

∴$P_1(4+2\sqrt{13}$，$11-\sqrt{13})$，$P_2(4-2\sqrt{13}$，$11+\sqrt{13})$，

②AQ：AP=2：4，则易得 Q($\frac{t+2}{2}$，$\frac{t^2-10t+16}{8}$)，

∵点 Q 在直线 $y=-\frac{1}{2}x+4$ 上，

∴$-\frac{1}{2}\cdot\frac{t+2}{2}+4=\frac{t^2-10t+16}{8}$，

整理得 $t^2-8t-12=0$，解得 $P_3=4+2\sqrt{7}$，$P_4=4-2\sqrt{7}$，

∴$P_3(4+2\sqrt{7}$，$5-\sqrt{7})$，$P_4(4-2\sqrt{7}$，$5+\sqrt{7})$；

③AQ：AP=3：4，则易得 Q($\frac{3t+2}{4}$，$\frac{3t^2-30t+48}{16}$)，

∵点 Q 在直线 $y=-\frac{1}{2}x+4$ 上，

∴$-\frac{1}{2}\cdot\frac{3t+2}{4}+4=\frac{3t^2-30t+48}{16}$，整理得 $t^2-8t-4=0$，解得 $t_5=4+2\sqrt{5}$，$t_6=4-2\sqrt{5}$，

∴$P_5(4+2\sqrt{5}$，$3-\sqrt{5})$，$P_6(4-2\sqrt{5}$，$3+\sqrt{5})$，

综上所述，抛物线上存在六个点P，使Q为线段AP的四等分点，其坐标分别为$P_1(4+2\sqrt{13}$，$11-\sqrt{13})$，$P_2(4-2\sqrt{13}$，$11+\sqrt{13})$，$P_3(4+2\sqrt{7}$，$5-\sqrt{7})$，$P_4(4-2\sqrt{7}$，$5+\sqrt{7})$；$P_5(4+2\sqrt{5}$，$3-\sqrt{5})$，$P_6(4-2\sqrt{5}$，$3+\sqrt{5})$.