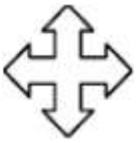
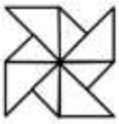
2015年黑龙江省牡丹江市中考真题数学

一、选择题(每小题3分，满分30分)

1.下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：A、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故A正确；
B、不是轴对称图形，是中心对称图形，故B错误；
C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故C错误；
D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故D错误.
答案：A

2. 函数 $y=\frac{\sqrt{x}}{2}$ 中，自变量x的取值范围是(　　)

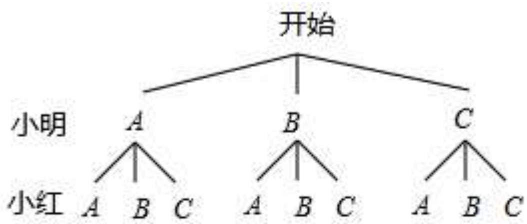
A. $x>0$
B. $x\geqslant 0$
C. $x<0$
D. $x\leqslant 0$
解析：根据被开方数大于等于0列式求解即可.由题意得，$x\geqslant 0$.
答案：B.

3.下列计算正确的是(　　)
A. $2a\cdot 3b=5ab$
B. $a^3\cdot a^4=a^{12}$
C. $(-3a^2b)^2=6a^4b^2$
D. $a^5\div a^3+a^2=2a^2$
解析： A、单项式乘单项式系数乘系数，同底数的幂相乘，故A错误；
B、同底数幂的乘法底数不变指数相加，故B错误；

C、积的乘方等于乘方的积，故C错误；
D、同底数幂的除法底数不变指数相减，故D正确.
答案：D

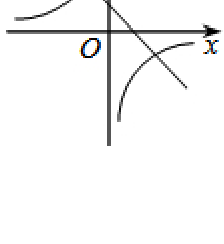
4.抛物线$y=3x^2+2x-1$向上平移4个单位长度后的函数解析式为(　　)
A.$y=3x^2+2x-5$
B.$y=3x^2+2x-4$
C.$y=3x^2+2x+3$
D.$y=3x^2+2x+4$
解析：抛物线$y=3x^2+2x-1$向上平移4个单位长度的函数解析式为$y=3x^2+2x-1+4=3x^2+2x+3$.
答案：C

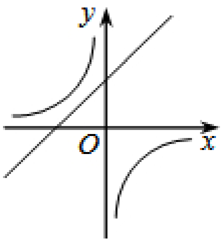
5.学校组织校外实践活动，安排给九年级三辆车，小明与小红都可以从这三辆车中任选一辆搭乘，小明与小红同车的概率是(　　)
A.$\frac{1}{9}$
B.$\frac{1}{6}$
C.$\frac{1}{3}$
D.$\frac{1}{2}$
解析：用A，B，C分别表示给九年级的三辆车，画树状图得：



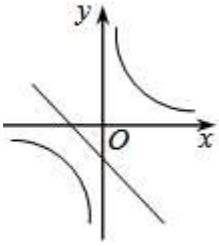
∵共有 9 种等可能的结果，小明与小红同车的有 3 种情况，∴小明与小红同车的概率是：$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.
答案：C

6.在同一直角坐标系中，函数$y=-\frac{a}{x}$与$y=ax+1(a\neq0)$的图象可能是(　　)

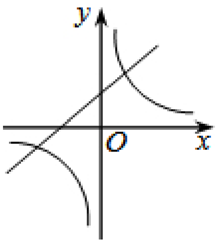
A.




B.



C.



D.

解析：∵a≠0，∴a＞0 或 a＜0.

当 a＞0 时，直线经过第一、二、三象限，双曲线经过第二、四象限，

当 a＜0 时，直线经过第一、二、四象限，双曲线经过第一、三象限.

A、图中直线经过直线经过第一、二、四象限，双曲线经过第二、四象限，故 A 选项错误；

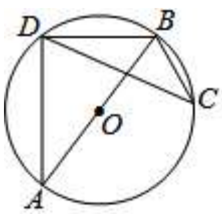
B、图中直线经过第第一、二、三象限，双曲线经过第二、四象限，故 B 选项正确；

C、图中直线经过第二、三、四象限，故 C 选项错误；

D、图中直线经过第一、二、三象限，双曲线经过第一、三象限，故 D 选项错误.

答案：B

7.如图，△ABD 的三个顶点在⊙O 上，AB 是直径，点 C 在⊙O 上，且∠ABD=52°，则∠BCD 等于(　　)



A.32°

B.38°

C.52°

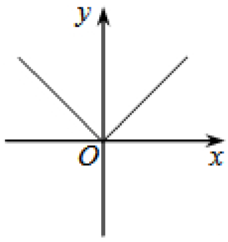
D.66°

解析：∵AB 是⊙O 的直径，∴∠ADB=90°，

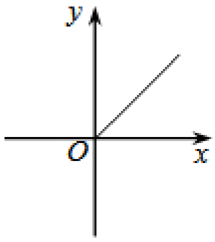
∵∠ABD=52°，∴∠A=90°－∠ABD=38°.∴∠BCD=∠A=38°.

答案：B

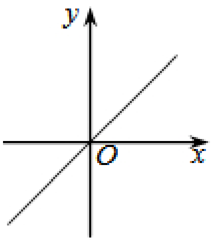
8. 在平面直角坐标系中，点 P(x，0)是 x 轴上一动点，它与坐标原点 O 的距离为 y，则 y 关于 x 的函数图象大致是(　　)



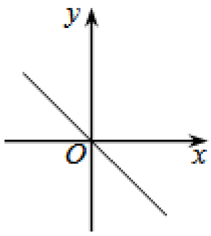
A.



B.



C.



D.

解析：根据 x 轴上的点到原点的距离是点的横坐标的绝对值，x＜0 时，y=-x，x＞0 时，y=x.

答案：A

9. 在△ABC 中，AB=$12\sqrt{2}$，AC=13，cos∠B=$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则 BC 边长为(　　)

A. 7

B. 8

C. 8 或 17

D. 7 或 17

解析：∵cos∠B=$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，∴∠B=45°，

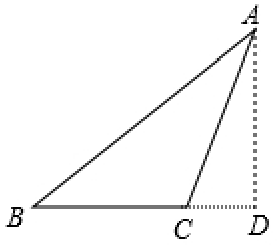


图1

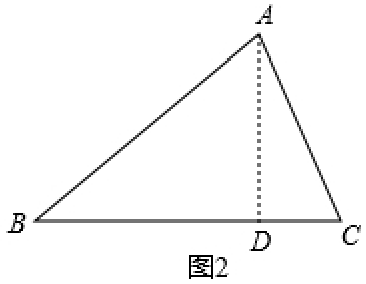


图2

当△ABC 为钝角三角形时，如图 1，

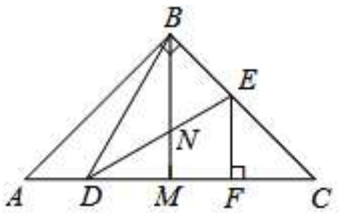
∵AB=12$\sqrt{2}$，∠B=45°，∴AD=BD=12，

∵AC=13，∴由勾股定理得 CD=5，∴BC=BD-CD=12-5=7；

当△ABC 为锐角三角形时，如图 2，BC=BD+CD=12+5=17.

答案：D.

10.如图，在△ABC 中，AB=BC，∠ABC=90°，BM 是 AC 边中线，点 D，E 分别在边 AC 和 BC 上，DB=DE，EF⊥AC 于点 F，以下结论：



(1)∠DBM=∠CDE；

(2)$S_{\triangle BDE}<S_{四边形BMFE}$；

(3)CD·EN=BN·BD；

(4)AC=2DF.

其中正确结论的个数是(　　)

A.1

B.2

C.3

D.4

解析：(1)设∠EDC=x，则∠DEF=90°-x，∴∠DBE=∠DEB=∠EDC+∠C=x+45°，

∵BD=DE，∴∠DBM=∠DBE-∠MBE=45°+x-45°=x.∴∠DBM=∠CDE，故(1)正确；

(2)在 Rt△BDM 和 Rt△DEF 中，$\begin{cases}\angle DBM=\angle CDE,\\ \angle DMB=\angle DFE,\\ BD=DE,\end{cases}$∴Rt△BDM≌Rt△DEF.

∴$S_{\triangle BDM}=S_{\triangle DEF}$.∴$S_{\triangle BDM}-S_{\triangle DMN}=S_{\triangle DEF}-S_{\triangle DMN}$，即 $S_{\triangle DBN}=S_{四边形MNEF}$.

∴$S_{\triangle DBN}+S_{\triangle BNE}=S_{四边形MNEF}+S_{\triangle BNE}$，∴$S_{\triangle BDE}=S_{四边形BMFE}$，故(2)错误；

(3)∵∠BNE=∠DBM+∠BDN，∠BDM=∠BDE+∠EDF，∠EDF=∠DBM，∴∠BNE=∠BDM.

又∵∠C=∠NBE=45°∴△DBC∽△NEB.∴$\frac{CD}{BD}=\frac{BN}{EN}$，∴CD·EN=BN·BD；故(3)正确；

(4)∵Rt△BDM≌Rt△DEF，∴BM=DF，

∵∠B=90°，M是AC的中点，∴BM=$\frac{1}{2}$AC.∴DF=$\frac{1}{2}$AC，故(4)正确.

答案：C.

二、填空题(每小题3分，满分30分)

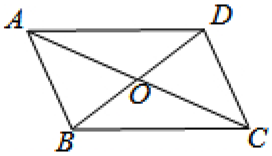
11.位于我国东海的台湾岛是我国第一大岛，面积约36000平方千米，数36000用科学记数法表示为_________.

解析：首先统一单位，再利用科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数.确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值>1时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数.

用科学记数法表示为3.6×10^4.

答案：3.6×10^4.

12.如图，四边形ABCD的对角线相交于点O，AO=CO，请添加一个条件________(只添一个即可)，使四边形ABCD是平行四边形.

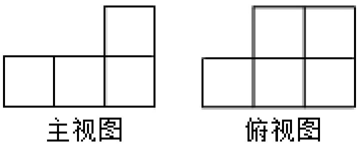


解析：根据题目条件结合平行四边形的判定方法：对角线互相平分的四边形是平行四边形分别进行分析即可.

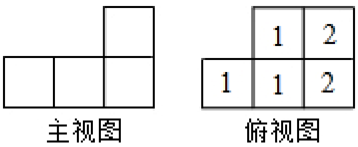
∵AO=CO，BO=DO，∴四边形ABCD是平行四边形.

答案：BO=DO.

13.由一些大小相同的小正方体搭成的几何体的主视图和俯视图，如图所示，则搭成该几何体的小正方体最多是________个.



解析：根据题意得：



则搭成该几何体的小正方体最多是1+1+1+2+2=7(个).

答案：7.

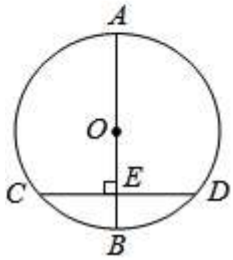
14.某商品每件标价为150元，若按标价打8折后，再降价10元销售，仍获利10%，则该商品每件的进价为________元.

解析：设该商品每件的进价为x元，则150×80%-10-x=x×10%，解得 x=100.

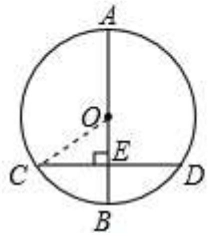
即该商品每件的进价为100元.

答案：100.

15.如图，AB是⊙O的直径，弦CD⊥AB于点E，若AB=8，CD=6，则BE=_______.



解析：如图，连接OC.



∵弦CD⊥AB于点E，CD=6，∴CE=ED=$\frac{1}{2}$CD=3.

∵在Rt△OEC中，∠OEC=90°，CE=3，OC=4，∴OE=$\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$，∴BE=OB−OE=4−$\sqrt{7}$.

答案：4−$\sqrt{7}$.

16.一组数据1，4，6，x的中位数和平均数相等，则x的值是_____________.

解析：根据题意得，$\frac{1+4+6+x}{4}=\frac{1+4}{2}$或$\frac{1+4+6+x}{4}=\frac{x+4}{2}$或$\frac{1+4+6+x}{4}=\frac{4+6}{2}$，

解得x=−1或3或9.

答案：−1或3或9.

17.抛物线$y=ax^2+bx+2$经过点(−2，3)，则3b−6a=_______.

解析：把点(−2，3)代入$y=ax^2+bx+2$得：4a−2b+2=3，2b−4a=−1，

$\frac{3}{2}$×(2b−4a)=−1×$\frac{3}{2}$，3b−6a=−$\frac{3}{2}$，

答案：−$\frac{3}{2}$.

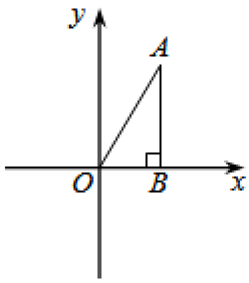
18.一列单项式：$-x^2$，$3x^3$，$-5x^4$，$7x^5$，…，按此规律排列，则第7个单项式为_______.

解析：第7个单项式的系数为−(2×7−1)=−13，x的指数为8，所以，第7个单项式为$-13x^8$.

答案：$-13x^8$.

19.如图，△ABO中，AB⊥OB，AB=$\sqrt{3}$，OB=1，把△ABO绕点O旋转120°后，得到$△A_1B_1O$，

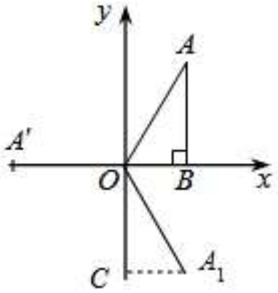
则点A_1的坐标为____________________.



解析：在 Rt△OAB 中，∵AB=$\sqrt{3}$，OB=1，∴OA=$\sqrt{OB^2+AB^2}$=2，∴∠A=30°，∴∠AOB=60°，

当△ABO 绕点 O 逆时针旋转 120°后，点 A 的对应点 A′落在 x 轴的负半轴上，如图，OA′=OA=2，此时 A′的坐标为(-2，0)；

当△ABO 绕点 O 顺时针旋转 120°后，点 A 的对应点 A_1 落在第三象限，如图，则 OA_1=OA=2，∠AOA_1=120°，作 OA_1⊥y 轴于 C，



∴∠COA_1=30°，

在 Rt△COA_1 中，CA_1=$\frac{1}{2}$$OA_1$=1，OC=$\sqrt{3}$$CA_1$=$\sqrt{3}$，∴$A_1$(1，-$\sqrt{3}$)，

综上所述，A_1 的坐标为(-2，0)或(1，-$\sqrt{3}$).

答案：(-2，0)或(1，-$\sqrt{3}$).

20. 矩形纸片 ABCD，AB=9，BC=6，在矩形边上有一点 P，且 DP=3.将矩形纸片折叠，使点 B 与点 P 重合，折痕所在直线交矩形两边于点 E，F，则 EF 长为____________.

解析：如图 1，当点 P 在 CD 上时，

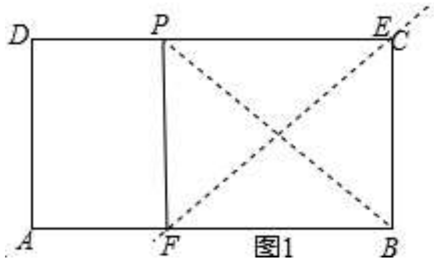


图1

∵PD=3，CD=AB=9，∴CP=6，∵EF 垂直平分 PB，

∴四边形 PFBE 是正方形，EF 过点 C，∴EF=6$\sqrt{2}$，

如图 2，当点 P 在 AD 上时，过 E 作 EQ⊥AB 于 Q，

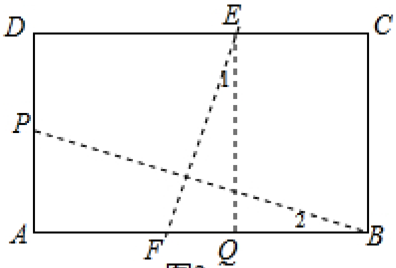


图2

∵PD=3，AD=6，∴AP=3，∴PB=$\sqrt{AP^2+AB^2}=\sqrt{3^2+9^2}$=3$\sqrt{10}$，

∵EF 垂直平分 PB，∴∠1=∠2，

∵∠A=∠EQF，∴△ABP∽△EFQ，∴$\frac{EF}{PB}=\frac{EQ}{AB}$，∴$\frac{EF}{3\sqrt{10}}=\frac{6}{9}$，∴EF=2$\sqrt{10}$.

综上所述：EF 长为 6$\sqrt{2}$ 或 2$\sqrt{10}$.

答案：6$\sqrt{2}$ 或 2$\sqrt{10}$.

三、解答题(满分 60 分)

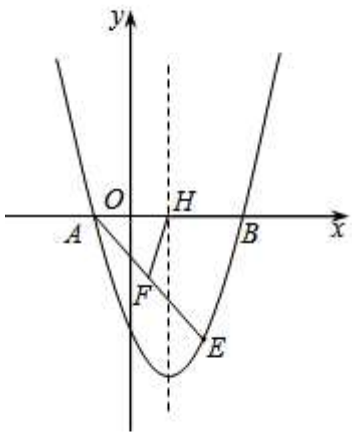
21.先化简：$(x-\frac{4-x}{x-1})\div\frac{x^2-4x+4}{x-1}$，其中的 x 选一个适当的数代入求值.

解析：原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，把 x=-1 代入计算即可求出值.

答案：原式=$\frac{x(x-1)-4+x}{x-1}\cdot\frac{x-1}{(x-2)^2}=\frac{(x+2)(x-2)}{x-1}\cdot\frac{x-1}{(x-2)^2}=\frac{x+2}{x-2}$，

当 x=-1 时，原式=-$\frac{1}{3}$.

22.如图，抛物线 y=x^2+bx+c 经过点 A(-1，0)，B(3，0).请解答下列问题：



(1)求抛物线的解析式；

(2)点 E(2，m)在抛物线上，抛物线的对称轴与 x 轴交于点 H，点 F 是 AE 中点，连接 FH，求线段 FH 的长.

注：抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的对称轴是 $x=-\dfrac{b}{2a}$.

解析：(1)由于抛物线 y=x2+bx+c 经过 A(-1，0)，B(3，0)两点，根据待定系数法可求抛物线的解析式；

(2)先得到点 E(2，-3)，根据勾股定理可求 BE，再根据直角三角形的性质可求线段 HF 的长；

答案：(1)∵抛物线 y=x2+bx+c 经过点 A(-1，0)，B(3，0)，

∴$\begin{cases}1-b+c=0,\\9+3b+c=0,\end{cases}$ 解得：$\begin{cases}b=-2,\\c=-3,\end{cases}$ ∴抛物线的解析式为：$y=x^2-2x-3$.

(2)∵点 E(2，m)在抛物线上，

∴m=4-4-3=-3，∴E(2，-3)，∴BE=$\sqrt{(3-2)^2+(0+3)^2}=\sqrt{10}$，

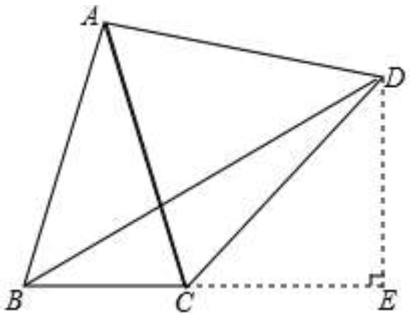
∵点 F 是 AE 中点，抛物线的对称轴与 x 轴交于点 H，即 H 为 AB 的中点，

∴FH 是三角形 ABE 的中位线，∴FH=$\dfrac{1}{2}$BE=$\dfrac{1}{2}\times\sqrt{10}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

23.在△ABC 中，AB=AC=4，∠BAC=30°，以 AC 为一边作等边△ACD，连接 BD.请画出图形，并直接写出△BCD 的面积.

解析：根据题意画出图形，进而利用勾股定理以及锐角三角函数关系求出 BC 的长，进而求出答案.

答案：如图所示：过点 D 作 DE⊥BC 延长线于点 E，



∵AB=AC=4，∠BAC=30°，以 AC 为一边作等边△ACD，

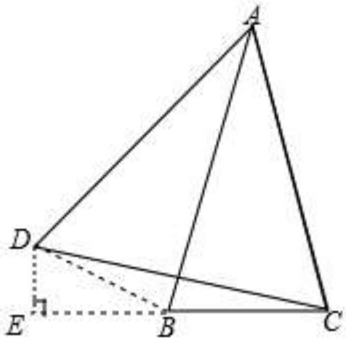
∴∠BAD=90°，∠ABC=∠ACB=75°，AB=AD=DC=4，

∴∠ABD=∠ADB=45°，∠DBE=30°，∠DCE=45°，

∴DB=$4\sqrt{2}$，则 DE=EC=$2\sqrt{2}$，BE=BDcos30°=$2\sqrt{6}$，则 BC=BE-EC=$2\sqrt{6}-2\sqrt{2}$，

则△BCD 的面积为：$\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}(2\sqrt{6}-2\sqrt{2})=4\sqrt{3}-4$.

如图所示：过点 D 作 DE⊥BC 延长线于点 E，

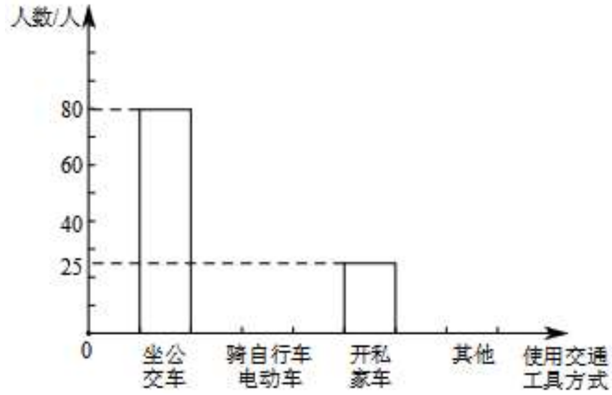


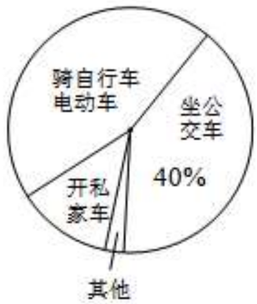
∵∠BAC=30°，△ACD 是等边三角形，∴∠DAB=30°，

∴AB 垂直平分 DC，∴∠DBA=∠ABC=75°，BD=BC，∴∠DBE=30°，∴DE=$\frac{1}{2}$BD，

∴由(1)得：△BCD 的面积为：$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}(2\sqrt{6}-2\sqrt{2})(2\sqrt{6}-2\sqrt{2})=8-4\sqrt{3}$.

24. 为倡导“低碳出行”，环保部门对某城市居民日常出行使用交通方式的情况进行了问卷调查，将调查结果整理后，绘制了如下不完整的统计图，其中“骑自行车、电动车”所在扇形的圆心角是 162°.





请根据以上信息解答下列问题：

(1)本次调查共收回多少张问卷？

(2)补全条形统计图，在扇形统计图中，“其他”对应扇形的圆心角是_______度；

(3)若该城市有 32 万居民，通过计算估计该城市日常出行“骑自行车、电动车”和“坐公交车”的共有多少人？

解析：(1)根据坐公交车的人数是 80 人，占总人数的 40%，即可求得总人数；

(2)先算出骑自行车、电动车和开私家车所占的比例，然后求其他所占的圆心角的度数，补全条形统计图；

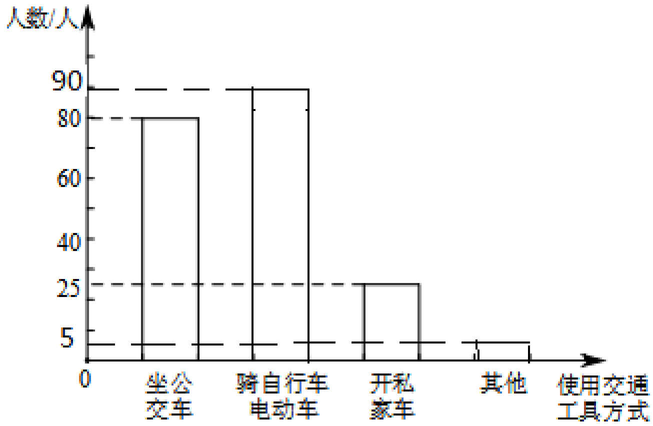
(3)求出“骑自行车、电动车”和“坐公交车”所占的百分比，计算即可.

答案：(1)本次调查的学生数是：80÷40%=200(人)，即本次调查共收回 200 张问卷；

(2)$\frac{25}{80}=\frac{1}{8}$=12.5%，

162÷360=45%，200×45%=90，

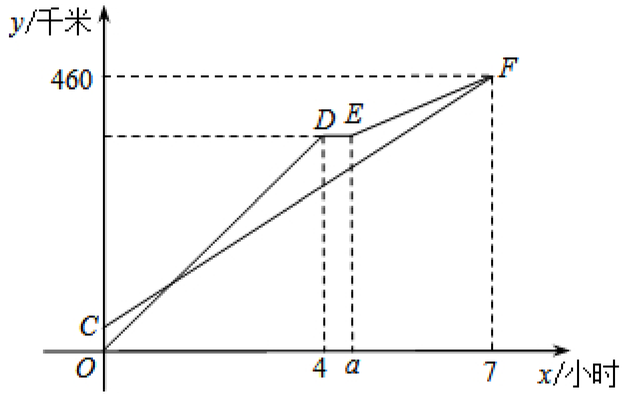
1-40%-45%-12.5%=2.5%，200×2.5%=5，360°×2.5%=9°，如图.



(3)32 万×(40%+45%)=27.2 万.

25.甲、乙两车从 A 地出发沿同一路线驶向 B 地，甲车先出发匀速驶向 B 地.40 分钟后，乙车出发，匀速行驶一段时间后，在途中的货站装货耗时半小时，由于满载货物，为了行驶安全，速度减少了 50 千米/时，结果与甲车同时到达 B 地.甲乙两车距 A 地的路程 y(千米)与乙车行驶时间 x(小时)之间的函数图象如图所示.

请结合图象信息解答下列问题：



(1)直接写出 a 的值，并求甲车的速度；

(2)求图中线段 EF 所表示的 y 与 x 的函数关系式，并直接写出自变量 x 的取值范围；

(3)乙车出发多少小时与甲车相距 15 千米？直接写出答案.

解析：(1)由乙在途中的货站装货耗时半小时易得 a=4.5，甲从 A 到 B 共用了($\frac{2}{3}$+7)小时，然后利用速度公式计算甲的速度；

(2)设乙开始的速度为 v 千米/小时，利用乙两段时间内的路程和为 460 列方程 4v+(7-4.5)(v-50)=460,解得 v=90(千米/小时),计算出 4v=360,则可得到 D(4,360),E(4.5,360)，然后利用待定系数法求出线段 EF 所表示的 y 与 x 的函数关系式为 y=40x+180(4.5≤x≤7)；

(3)先计算 60×$\frac{2}{3}$=40，则可得到 C(0，40)，再利用待定系数法求出直线 CF 的解析式为 y=60x+40，和直线 OD 的解析式为 y=90x(0≤x≤4)，然后利用函数值相差 15 列方程：当 60x+40-90x=15，解得 x=$\frac{5}{6}$；当 90x-(60x+40)=15，解得 x=$\frac{11}{6}$；当 40x+180-(60x+40)=15，

解得 x=$\frac{23}{4}$.

答案：(1)a=4.5，

甲车的速度=$\frac{460}{\frac{2}{3}+7}$=60(千米/小时)；

(2)设乙开始的速度为v千米/小时，

则4v+(7-4.5)(v-50)=460，解得v=90(千米/小时)，4v=360，

则D(4，360)，E(4.5，360)，

设直线EF的解析式为y=kx+b，

把E(4.5，360)，F(7，460)代入得$\begin{cases}4.5k+b=360,\\7k+b=460,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=40,\\b=180.\end{cases}$

所以线段EF所表示的y与x的函数关系式为y=40x+180(4.5≤x≤7)；

(3)甲车前40分钟的路程为60×$\frac{2}{3}$=40千米，则C(0，40)，

设直线CF的解析式为y=mx+n，

把C(0，40)，F(7，460)代入得$\begin{cases}n=40,\\7m+n=460,\end{cases}$解得$\begin{cases}m=60,\\n=40,\end{cases}$

所以直线CF的解析式为y=60x+40，

易得直线OD的解析式为y=90x(0≤x≤4)，

设甲乙两车中途相遇点为G，由60x+40=90x，解得x=$\frac{4}{3}$小时，即乙车出发$\frac{4}{3}$小时后，甲乙两车相遇，

当乙车在CG段时，由60x+40-90x=15，解得x=$\frac{5}{6}$，介于0～$\frac{4}{3}$小时之间，符合题意；

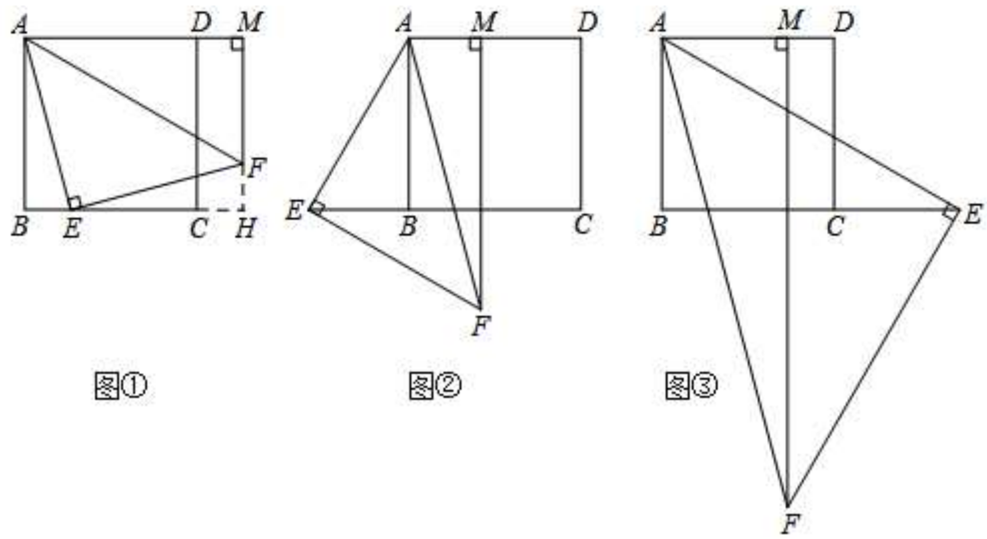
当乙车在GD段时，由90x-(60x+40)=15，解得x=$\frac{11}{6}$，介于$\frac{4}{3}$～4小时之间，符合题意；

当乙车在DE段时，由360-(60x+40)=15，解得x=$\frac{61}{12}$，不介于4～4.5之间，不符合题意；

当乙车在EF段时，由40x+180-(60x+40)=15，解得x=$\frac{25}{4}$，介于4.5～7之间，符合题意.

所以乙车出发$\frac{5}{6}$小时或$\frac{11}{6}$小时或$\frac{25}{4}$小时，乙与甲车相距15千米.

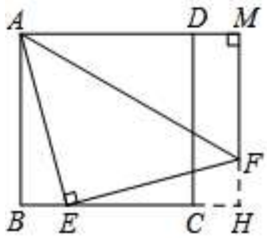
26.已知四边形ABCD是正方形，等腰直角△AEF的直角顶点E在直线BC上(不与点B，C重合)，FM⊥AD，交射线AD于点M.



(1)当点 E 在边 BC 上，点 M 在边 AD 的延长线上时，如图①，求证：AB+BE=AM；
(提示：延长 MF，交边 BC 的延长线于点 H.)
(2)当点 E 在边 CB 的延长线上，点 M 在边 AD 上时，如图②；当点 E 在边 BC 的延长线上，点 M 在边 AD 上时，如图③.请分别写出线段 AB，BE，AM 之间的数量关系，不需要证明；

(3)在(1)，(2)的条件下，若 BE=$\sqrt{3}$，∠AFM=15°，则 AM=_______.

解析：(1)首先利用等腰直角三角形的性质和正方形的性质得 AE=EF，∠ABE=∠EHF=90°，利用全等三角形的判定定理证明△ABE≌△EHF，再利用全等三角形的性质定理可得结论；
(2)同(1)首先证明△ABE≌△EHF，再利用全等三角形的性质定理可得结论；
(3)利用分类讨论的思想，首先由∠AFM=15°，易得∠EFH，由△ABE≌△EHF，根据全等三角形的性质易得∠AEB，利用锐角三角函数易得 AB，利用(1)(2)的结论，易得 AM.
答案：(1)如图，延长 MF，交边 BC 的延长线于点 H，

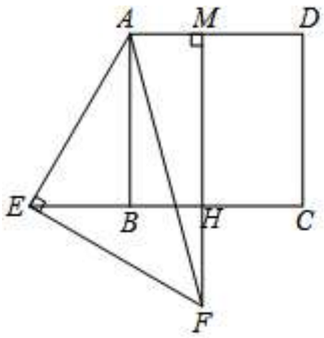


∵四边形 ABCD 是正方形，FM⊥AD，
∴∠ABE=90°，∠EHF=90°，四边形 ABHM 为矩形，∴AM=BH=BE+EH，
∵△AEF 为等腰直角三角形，∴AE=AF，∠AEB+∠FEH=90°，
∵∠EFH+∠FEH=90°，∴∠AEB=∠EFH，
在△ABE 与△EHF 中，

$$\begin{cases}\angle ABE=\angle EHF=90,\\ \angle AEB=\angle EFH,\\ AE=EF,\end{cases}$$ ∴△ABE≌△EHF(AAS)，∴AB=EH，

∵AM=BH=BE+EH，∴AM=BE+AB，即 AB+BE=AM.

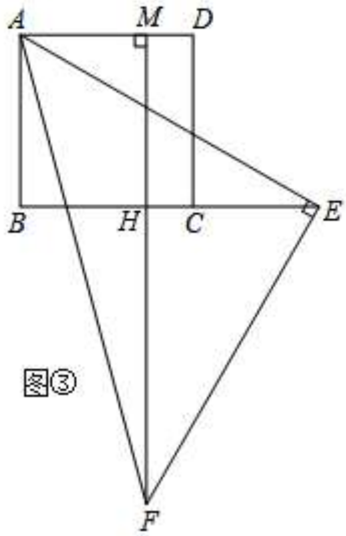
(2)如图，∵∠AEB+∠FEH=90°，∠AEB+∠EAB=90°，



∴∠FEH=∠EAB，

在△ABE 与△EHF 中，$\begin{cases}\angle ABE=\angle EHF,\\ \angle EAB=\angle FEH,\\ AE=FE,\end{cases}$∴△ABE≌△EHF(AAS)，∴AB=EH=EB+AM；

如图③，∠BAE+∠AEB=90°，∠AEB+∠HEF=90°，



图③

∴∠BAE=∠HEF，

在△ABE 与△EHF 中，$\begin{cases}\angle ABE=\angle EHF,\\ \angle BAE=\angle HEF,\\ AE=FE,\end{cases}$∴△ABE≌△EHF(AAS)，

∴AB=EH，∴BE=BH+EH=AM+AB.

(3)如图①，∵∠AFM=15°，∠AFE=45°，∴∠EFM=60°，∴∠EFH=120°，

在△EFH 中，∵∠FHE=90°，∠EFH=120°，∴此情况不存在;

如图②，∵∠AFM=15°，∠AFE=45°，∴∠EFH=60°，

∵△ABE≌△EHF，∴∠EAB=∠EFH=60°，

∵BE=$\sqrt{3}$，∴AB=BE·tan60°=$\sqrt{3}\times\sqrt{3}$=3，

∵AB=EB+AM，∴AM=AB-EB=3-$\sqrt{3}$；

如图③，∵∠AFM=15°，∠AFE=45°，∴∠EFH=45°-15°=30°，∴∠AEB=30°，

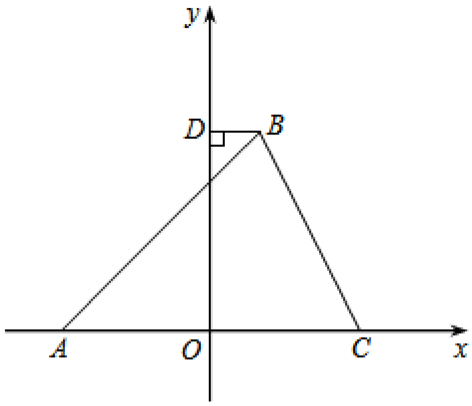
∵BE=$\sqrt{3}$，∴AB=BE·tan30°$=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}$=1，

∵BE=AM+AB，AM=BE-AB=$\sqrt{3}$-1，

故答案为：3-$\sqrt{3}$或$\sqrt{3}$-1.

27.夏季来临，商场准备购进甲、乙两种空调.已知甲种空调每台进价比乙种空调多500元，用40000元购进甲种空调的数量与用30000元购进乙种空调的数量相同.请解答下列问题：
(1)求甲、乙两种空调每台的进价；
(2)若甲种空调每台售价2500元，乙种空调每台售价1800元，商场欲同时购进两种空调20台，且全部售出，请写出所获利润y(元)与甲种空调x(台)之间的函数关系式；
(3)在(2)的条件下，若商场计划用不超过36000元购进空调，且甲种空调至少购进10台，并将所获得的最大利润全部用于为某敬老院购买1100元/台的A型按摩器和700元/台的B型按摩器.直接写出购买按摩器的方案.
解析：(1)设乙种空调每台进价为 x 元，则甲种空调每台进价为(x+500)元，根据用 40000元购进甲种空调的数量与用30000元购进乙种空调的数量相同列出方程,求出方程的解即可得到结果；
(2)根据甲种空调x台，得到乙中空调(20-x)台，由售价-进价=利润表示出y与x的函数解析式即可；
(3)设购买甲种空调n台，则购买乙种空调(20-n)台，根据商场计划用不超过36000元购进空调，且甲种空调至少购进10台，求出n的范围，求出最大利润，即可确定出购买方案.
答案：(1)设乙种空调每台进价为x元，则甲种空调每台进价为(x+500)元，
根据题意得：$\frac{40000}{x+500}=\frac{30000}{x}$，
去分母得：40000x=30000x+15000000，
解得：x=1500，
经检验x=1500是分式方程的解，且x+500=2000，
则甲、乙两种空调每台进价分别为2000元，1500元；
(2)根据题意得：y=(2500-2000)x+(1800-1500)(20-x)=200x+6000；
(3)设购买甲种空调n台，则购买乙种空调(20-n)台，
根据题意得：2000n+1500(20-n)≤36000，且n≥10，
解得：10≤n≤12，
当n=12时，最大利润为8400元，
设购买A型按摩器a台，购买B型按摩器b台，则1100a+700b=8400，
有两种购买方案：①A型0台，B型12台；②A型7台，B型1台.

28. 如图,在平面直角坐标系中,△ABC的顶点A在x轴负半轴上,顶点C在x轴正半轴上,顶点B在第一象限,过点B作BD⊥y轴于点D,线段OA,OC的长是一元二次方程x^2-12x+36=0的两根，BC=4$\sqrt{5}$，∠BAC=45°.



(1)求点 A，C 的坐标；

(2)反比例函数 y=$\dfrac{k}{x}$的图象经过点 B，求 k 的值；

(3)在 y 轴上是否存在点 P，使以 P，B，D 为顶点的三角形与以 P，O，A 为顶点的三角形相似？若存在，请写出满足条件的点 P 的个数，并直接写出其中两个点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

解析：(1)解一元二次方程 $x^2-12x+36=0$，求出两根即可得到点 A，C 的坐标；

(2)过点 B 作 BE⊥AC，垂足为 E，由∠BAC=45°可知 AE=BE，设 BE=x，用勾股定理可得 CE=$\sqrt{80-x^2}$，根据 AE+CE=OA+OC，解方程求出 BE，再由 AE-OA=OE，即可求出点 B 的坐标，然后求出 k 的值；

(3)分类讨论，根据相似三角形对应边成比例求出点 P 的坐标.

答案：(1)解一元二次方程 $x^2-12x+36=0$，解得：$x_1=x_2=6$，

∴OA=OC=6，∴A(-6，0)，C(6，0)；

(2)如图 1，过点 B 作 BE⊥AC，垂足为 E，

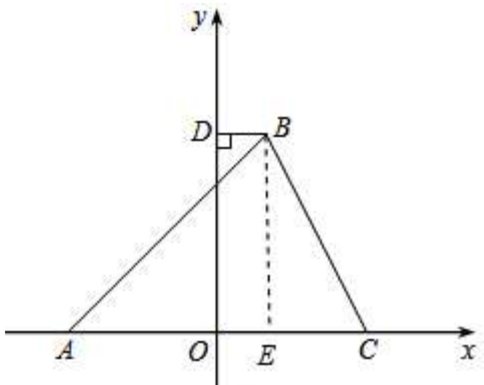


图1

∵∠BAC=45°，∴AE=BE，

设 BE=x，∵BC=$4\sqrt{5}$，∴CE=$\sqrt{80-x^2}$，

∵AE+CE=OA+OC，∴x+$\sqrt{80-x^2}$=12，整理得：$x^2-12x+32=0$，

解得：$x_1=4$(不合题意舍去)，$x_2=8$，

∴BE=8，OE=8-6=2，∴B(2，8)，

把 B(2，8)代入 $y=\dfrac{k}{x}$，得 k=16.

(3)存在.

如图 2，若点 P 在 OD 上，若△PDB∽△AOP，

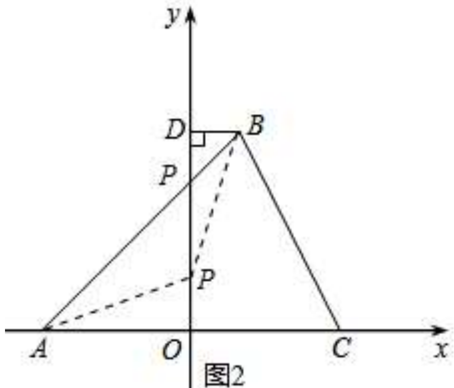


图2

则 $\dfrac{OA}{DP}=\dfrac{OP}{DB}$，即 $\dfrac{6}{8-OP}=\dfrac{OP}{2}$ 解得：OP=2 或 OP=6

∴P(0，2)或 P(0，6)；

如图 3，若点 P 在 OD 上方，△PDB∽△AOP，

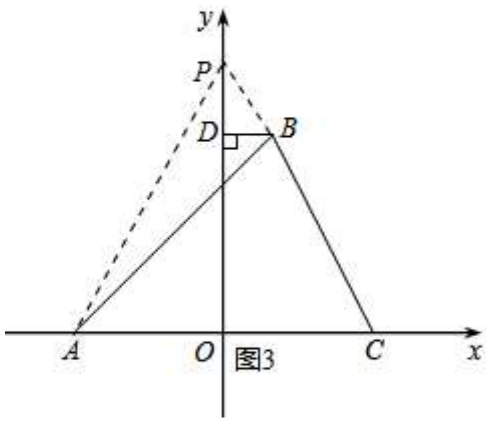


图3

则 $\dfrac{PD}{PO}=\dfrac{DB}{OA}$，即 $\dfrac{OP-8}{OP}=\dfrac{2}{6}$，解得：OP=12，∴P(0，12)；

如图 4，若点 P 在 OD 上方，△BDP∽△AOP，

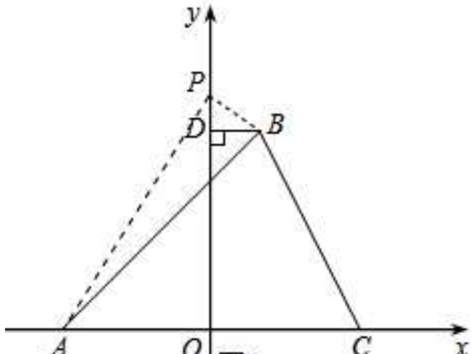


图4

则$\dfrac{PD}{OA}=\dfrac{DB}{OP}$，即$\dfrac{OP-8}{6}=\dfrac{2}{OP}$，

解得：OP=4+2$\sqrt{7}$或OP=4-2$\sqrt{7}$(不合题意舍去)，∴P(0，4+2$\sqrt{7}$)；

如图5，若点P在y轴负半轴，△PDB∽△AOP，

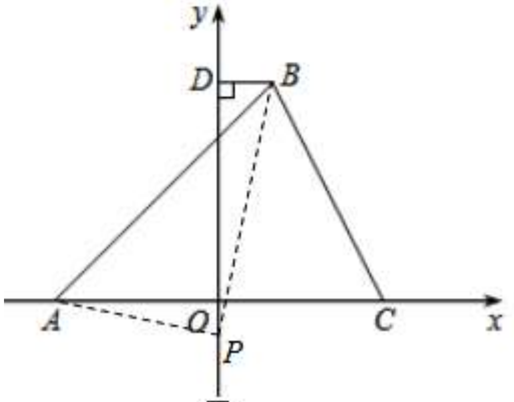


图5

则$\dfrac{PD}{OA}=\dfrac{DB}{OP}$，即$\dfrac{OP+8}{6}=\dfrac{2}{OP}$，解得：OP=-4+2$\sqrt{7}$或-4-2$\sqrt{7}$，则P点坐标为(0，-2$\sqrt{7}$-4)或(0，4+2$\sqrt{7}$)(不合题意舍去).

∴点P的坐标为：(0，2)或(0，6)或(0，12)或(0，4+2$\sqrt{7}$)或(0，-2$\sqrt{7}$-4).