2015年广西省贺州市中考真题数学

一、选择题(本大题共12小题，每小题3分，共36分，给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1.下列各数是负数的是(　　)

A.0

B. $\frac{1}{3}$

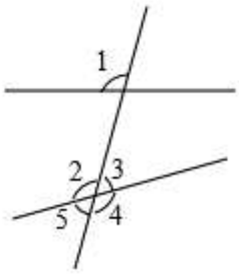
C.2.5

D.-1

解析：在正数的前面加上一个负号就表示一个负数. -1是一个负数.

答案：D

2.如图，下列各组角中，是对顶角的一组是(　　)



A.∠1和∠2

B.∠3和∠5

C.∠3和∠4

D.∠1和∠5

解析：由对顶角的定义可知：∠3和∠5是一对对顶角.

答案：B

3.下列实数是无理数的是(　　)

A.5

B.0

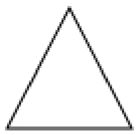
C. $\frac{1}{3}$

D.2

解析：5，0，$\frac{1}{3}$是有理数，只有$\sqrt{2}$是无理数.

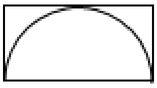
答案：D

4.下面的图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：A、是轴对称图形，但不是中心对称图形，故 A 错误；
B、是中心对称图形，但不是轴对称图形，故 B 错误；
C、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故 C 正确；
D、是轴对称图形，但不是中心对称图形，故 D 错误.
答案：C

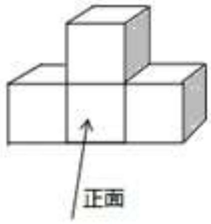
5.一组数据 3，2，x，1，2 的平均数是 2，则这组数据的中位数和众数分别是(　　)
A.3，2
B.2，1
C.2，2.5
D.2，2
解析：∵这组数据 3，2，x，1，2 的平均数是 2，∴$(3+2+x+1+2)\div 5=2$，解得：$x=2$，把这组数据从小到大排列为 1，2，2，2，3，∴这组数据的中位数是 2，
∵2 出现的次数最多，∴这组数据的众数是 2.
答案：D

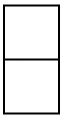
6.下列运算正确的是(　　)
A.$(x^2)^3+(x^3)^2=2x^6$
B.$(x^2)^3\cdot(x^2)^3=2x^{12}$
C.$x^4\cdot(2x)^2=2x^6$
D.$(2x)^3\cdot(-x)^2=-8x^5$
解析：A、原式$=x^6+x^6=2x^6$，故 A 正确；
B、原式$=x^6\cdot x^6=x^{12}$，故 B 错误；
C、原式$=x^4\cdot 4x^2=4x^6$，故 C 错误；
D、原式$=8x^3\cdot x^2=8x^5$，故 D 错误.
答案：A.

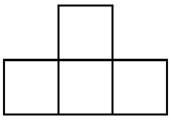
7.把多项式 $4x^2y-4xy^2-x^3$ 分解因式的结果是(　　)
A.$4xy(x-y)-x^3$
B.$-x(x-2y)^2$
C.$x(4xy-4y^2-x^2)$
D.$-x(-4xy+4y^2+x^2)$
解析：$4x^2y-4xy^2-x^3=-x(x^2-4xy+4y^2)=-x(x-2y)^2$.

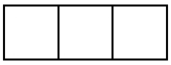
答案：B

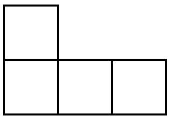
8.如图是由四个小正方体叠成的一个几何体，它的左视图是(　　)



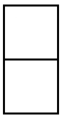
A.

B.

C.

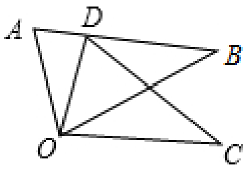
D.

解析：题图是由四个小正方体叠成的一个几何体，它的左视图如下.



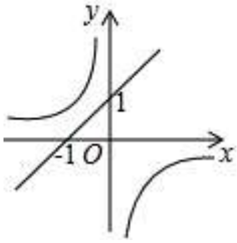
答案：A

9.如图，△ODC 是由△OAB 绕点 O 顺时针旋转 31°后得到的图形，若点 D 恰好落在 AB 上，且∠AOC 的度数为 100°，则∠DOB 的度数是(　　)

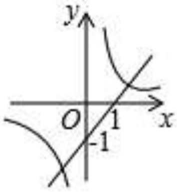


A.34°
B.36°
C.38°
D.40°
解析：由题意得，∠AOD=31°，∠BOC=31°，又∠AOC=100°，∴∠DOB=100°-31°-31°=38°.
答案：C

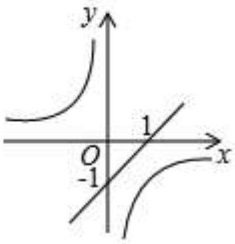
10. 已知 $k_1<0<k_2$，则函数 $y=\frac{k_1}{x}$ 和 $y=k_2x-1$ 的图象大致是(　　)



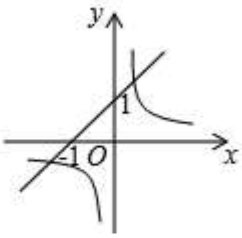
A.



B.



C.

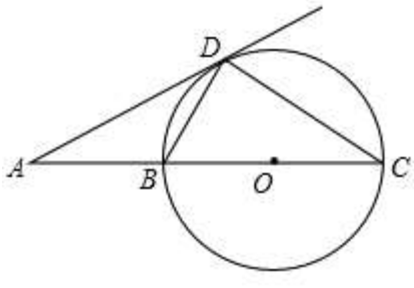


D.

解析：∵$k_1<0<k_2$，$b=-1<0$，∴直线过一、三、四象限；双曲线位于二、四象限.

答案：C

11. 如图,BC 是⊙O 的直径,AD 是⊙O 的切线,切点为 D,AD 与 CB 的延长线交于点 A,∠C=30°，给出下面四个结论：①AD=DC；②AB=BD；③AB=$\frac{1}{2}$BC；④BD=CD，其中正确的个数为(　　)



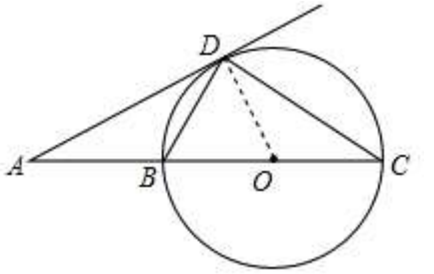
A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

解析：连接 DO,



∵BC 是⊙O 的直径，AD 是⊙O 的切线，切点为 D，∴∠BDC=∠ADO=90°，
∵DO=CO，∴∠C=∠CDO=30°，∴∠A=30°，∠DBC=60°，∠ADB=30°，∴AD=DC，故①正确；
∵∠A=30°，∠DBC=60°，∴∠ADB=30°，∴AB=BD，故②正确；
∵∠C=30°，∠BDC=90°，∴BD=$\frac{1}{2}$BC，
∵AB=BD，∴AB=$\frac{1}{2}$BC，故③正确；无法得到 BD=CD，故④错误.
答案：B

12.观察下列等式：$2^1=2$，$2^2=4$，$2^3=8$，$2^4=16$，$2^5=32$，$2^6=64$，$2^7=128$，…，解答下面问题：$2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{2015}-1$ 的末位数字是(　　)
A.0
B.3
C.4
D.8
解析：$2^1=2$，$2^2=4$，$2^3=8$，$2^4=16$，$2^5=32$，$2^6=64$，$2^7=128$，$2^8=256$，…，
末位数字以 2，4，8，6 循环，
原式=$2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{2015}-1=\frac{2\left(1-2^{2015}\right)}{1-2}-1=2^{2016}-3$，
∵2016÷4=504，∴2^{2016}末位数字为 6，
则 $2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{2015}-1$ 的末位数字是 3.
答案：B

二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

13.函数 y=$\sqrt{x+1}$的自变量 x 的取值范围为___________.
解析：由题意得，x+1≥0，解得 x≥-1.
答案：x≥-1.

14.中国的陆地面积约为 9600000km²，这个面积用科学记数法表示为___________km².
解析：9600000km² 用科学记数法表示为 9.6×10^6.
答案：9.6×10^6

15.某校在一次期末考试中，随机抽取八年级 30 名学生的数学成绩进行分析，其中 3 名学生

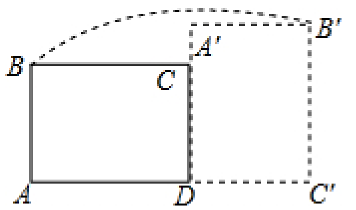
的数学成绩达 108 分以上，据此估计该校八年级 630 名学生中期末考试数学成绩达 108 分以上的学生约有__________名.

解析：∵随机抽取 30 名学生的数学成绩进行分析，有 3 名学生的成绩达 108 分以上，

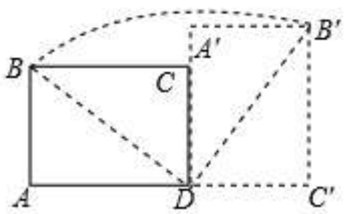
∴八年级 630 名学生中期末考试数学成绩达 108 分以上的学生约有 $630\times\frac{3}{30}=63$(名).

答案：63

16. 如图，在矩形 ABCD 中，AB=3，AD=4，将矩形 ABCD 绕点 D 顺时针旋转 90° 得到矩形 A′B′C′D′，则点 B 经过的路径与 BA，AC′，C′B′ 所围成封闭图形的面积是__________(结果保留 π).



解析：如图，连接 BD 与 B′D，

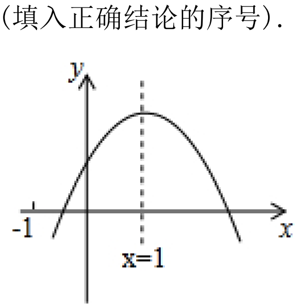


点 B 经过的路径与 BA，AC′，C′B′ 所围成封闭图形的面积是：

$S_{扇形BDB'}+S_{矩形ABCD}=\frac{1}{4}\pi\times5^2+3\times4=\frac{25\pi}{4}+12$.

答案：$\frac{25\pi}{4}+12$

17. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，有以下结论：①$abc>0$，②$a-b+c<0$，③$2a=b$，④$4a+2b+c>0$，⑤若点 $(-2，y_1)$ 和 $(-\frac{1}{3}，y_2)$ 在该图象上，则 $y_1>y_2$. 其中正确的结论是(填入正确结论的序号).



解析：∵二次函数开口向下，且与 y 轴的交点在 x 轴上方，∴$a<0$，$c>0$，

∵对称轴为 x=1，∴$-\frac{b}{2a}=1$，∴$b=-2a>0$，∴$abc<0$，故①、③都不正确；

∵当 x=-1 时，$y<0$，∴$a-b+c<0$，故②正确；

由抛物线的对称性可知抛物线与 x 轴的另一交点在 2 和 3 之间，

∴当 $x=2$ 时，$y>0$，∴$4a+2b+c>0$，故④正确；

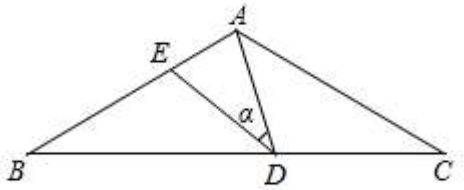
∵抛物线开口向下，对称轴为 $x=1$，∴当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而增大，

∵$-2<-\frac{1}{3}$，∴$y_1<y_2$，故⑤不正确；

综上可知正确的为②④.

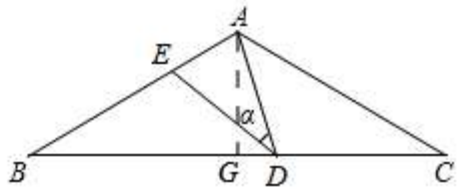
答案：②④.

18.如图，在△ABC 中，AB=AC=15，点 D 是 BC 边上的一动点(不与 B，C 重合)，∠ADE=∠B=∠α，DE 交 AB 于点 E，且 $\tan\angle\alpha=\frac{3}{4}$，有以下的结论：①△ADE∽△ACD；②当 CD=9 时，△ACD 与△DBE 全等；③△BDE 为直角三角形时，BD 为 12 或 $\frac{21}{4}$；④$0<BE\leq\frac{25}{5}$，其中正确的结论是__________(填入正确结论的序号)



解析：①∵∠ADE=∠B，∠DAE=∠BAD，∴△ADE∽△ABD；故①错误；

②作 AG⊥BC 于 G，



∵∠ADE=∠B=α，$\tan\angle\alpha=\frac{3}{4}$，∴$\frac{AG}{BG}=\frac{3}{4}$，∴$\frac{BG}{AB}=\frac{4}{5}$，∴cos α =45，

∵AB=AC=15，∴BG=12，∴BC=24，

∵CD=9，∴BD=15，∴AC=BD.

∵∠ADE+∠BDE=∠C+∠DAC，∠ADE=∠C=α，∴∠EDB=∠DAC，

在△ACD 与△DBE 中，$\begin{cases}\angle DAC=\angle EDB,\\ \angle B=\angle C,\\ AC=BD,\end{cases}$ ∴△ACD≌△BDE(ASA).故②正确；

③当∠BED=90°时，由①可知：△ADE∽△ABD，∴∠ADB=∠AED，

∵∠BED=90°，∴∠ADB=90°，即 AD⊥BC，

∵AB=AC，∴BD=CD，∴∠ADE=∠B=α 且 $\tan\angle\alpha=\frac{3}{4}$，AB=15，

∴$\frac{BD}{AB}=\frac{4}{5}$，∴BD=12.

当∠BDE=90°时，易证△BDE∽△CAD，

∵∠BDE=90°，∴∠CAD=90°，

∵∠C=α且cosα=$\frac{4}{5}$，AC=15，∴cosC=$\frac{AC}{CD}$=$\frac{4}{5}$，∴CD=$\frac{75}{4}$.

∵BC=24，∴BD=24-$\frac{75}{4}$=$\frac{21}{4}$.即当△DCE为直角三角形时，BD=12或$\frac{21}{4}$.故③正确；

④易证得△BDE∽△CAD，由②可知BC=24，

设CD=y，BE=x，$\therefore \frac{AC}{BD}=\frac{DC}{BE}$，$\therefore \frac{15}{24-y}=\frac{y}{x}$，

整理得：y^2-24y+144=144-15x，即$(y-12)^2$=144-15x，∴0＜x≤$\frac{48}{5}$，∴0＜BE≤$\frac{48}{5}$.故④错误.

故正确的结论为：②③.

答案：②③

三、解答题(本大题共8题，满分66分，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19.计算：$(4-\pi)^0+(-\frac{1}{2})^{-1}-2\cos60°+|-3|$

解析：根据零整数指数幂、负整数指数幂、绝对值和三角函数计算即可.

答案：原式=1-2-2×$\frac{1}{2}$+3=1-2-1+3=1.

20.解分式方程：$\frac{x+1}{4x^2-1}=\frac{3}{2x+1}-\frac{4}{4x-2}$.

解析：方程两边同时乘以(2x+1)(2x-1)，即可化成整式方程，解方程求得x的值，然后进行检验，确定方程的解.

答案：原方程即$\frac{x+1}{(2x+1)(2x-1)}=\frac{3}{2x+1}-\frac{2}{2x-1}$，

两边同时乘以(2x+1)(2x-1)得：x+1=3(2x-1)-2(2x+1)，x+1=6x-3-4x-2，解得：x=6.

经检验：x=6是原分式方程的解.∴原方程的解是x=6.

21.在甲口袋中有三张完全相同的卡片，分别标有-1，1，2，乙口袋中有完全相同的卡片，分别标有-2，3，4，从这两个口袋中各随机取出一张卡片.

(1)用树状图或列表表示所有可能出现的结果；

(2)求两次取出卡片的数字之积为正数的概率.

解析：(1)根据甲口袋中的-1，1，2，乙口袋分别标有-2，3，4，列表即可得到所有可能出现的结果；

(2)利用(1)中的表格求出两次取出卡片的数字之积为正数的概率即可.

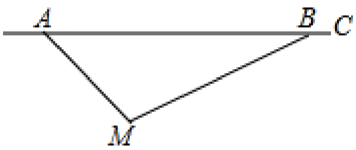
答案：(1)根据题意列表如下：

	-1	1	2
-2	-1，-2	1，-2	2，-2
3	-1，3	3，1	2，3
4	-1，4	1，4	2，4

由表可知共 9 种情况.

(2)由(1)可知两次取出卡片的数字之积为正数有 5 种情况，所以其概率=$\frac{5}{9}$.

22.根据道路管理规定，在贺州某段笔直公路上行驶的车辆，限速 40 千米/时，已知交警测速点 M 到该公路 A 点的距离为 10$\sqrt{2}$米，∠MAB=45°，∠MBA=30°（如图所示），现有一辆汽车由 A 往 B 方向匀速行驶，测得此车从 A 点行驶到 B 点所用的时间为 3 秒.



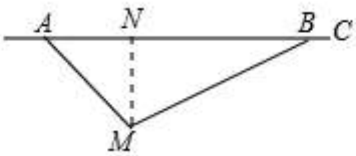
(1)求测速点 M 到该公路的距离；

(2)通过计算判断此车是否超速.(参考数据：$\sqrt{2}$≈1.41，$\sqrt{3}$≈1.73，$\sqrt{5}$≈2.24)

解析：(1)过 M 作 MN 垂直于 AB，在直角三角形 AMN 中，利用锐角三角函数定义及特殊角的三角函数值求出 MN 的长，即可得到结果；

(2)由三角形 AMN 为等腰直角三角形得到 AN=MN=10 米，在直角三角形 BMN 中，利用锐角三角函数定义求出 BN 的长，由 AN+NB 求出 AB 的长，根据路程除以时间得到速度，即可做出判断.

答案：(1)过 M 作 MN⊥AB，



在 Rt△AMN 中，AM=10$\sqrt{2}$，∠MAN=45°，∴sin∠MAN=$\frac{MN}{AM}$，即$\frac{MN}{10\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，解得：MN=10，

则测速点 M 到该公路的距离为 10 米.

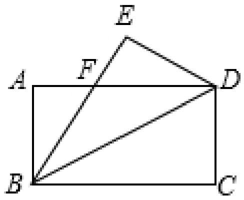
(2)由(1)知：AN=MN=10 米，在 Rt△MNB 中，∠MBN=30°，

由 tan∠MBN=$\frac{MN}{BN}$，得：$\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{10}{BN}$，解得：BN=10$\sqrt{3}$(米)，

∴AB=AN+NB=10+10$\sqrt{3}$≈27.3(米)，

∴汽车从 A 到 B 的平均速度为 27.3÷3=9.1(米/秒)，
∵9.1 米/秒=32.76 千米/时＜40 千米/时，∴此车没有超速.

23.如图,将矩形 ABCD 沿对角线 BD 对折,点 C 落在 E 处,BE 与 AD 相交于点 F.若 DE=4,BD=8.



(1)求证：AF=EF；
(2)求证：BF 平分∠ABD.
解析：(1)先根据翻折变换的性质得出 ED=CD，∠E=∠C，故 ED=AB，∠E=∠A.由 AAS 定理得出△ABF≌△EDF，故可得出结论；
(2)在 Rt△BCD 中根据 sin∠CBD=$\dfrac{DC}{DB}=\dfrac{1}{2}$可得出∠CBD=30°，∠EBD=∠CBD=30°，由直角三角形的性质可知∠ABF=90°-30°×2=30°，所以∠ABF=∠DBF，BF 平分∠ABD.
答案(1)在矩形 ABCD 中，AB=CD，∠A=∠C=90°，
∵△BED 是△BCD 翻折而成，∴ED=CD，∠E=∠C，∴ED=AB，∠E=∠A.
在△ABF 与△EDF 中，

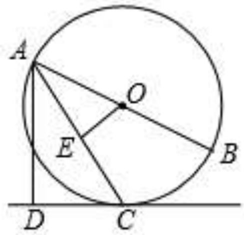
∵$\begin{cases}\angle E=\angle A,\\ \angle AFB=\angle EFD,\\ ED=AB,\end{cases}$∴△ABF≌△EDF(AAS)，∴AF=EF.

(2)在 Rt△BCD 中，
∵DC=DE=4，DB=8，∴sin∠CBD=$\dfrac{DC}{DB}=\dfrac{1}{2}$，∴∠CBD=30°，∴∠EBD=∠CBD=30°，
∴∠ABF=90°-30°×2=30°，∴∠ABF=∠DBF，∴BF 平分∠ABD.

24.某商场销售一批同型号的彩电，第一个月售出 50 台，为了减少库存，第二个月每台降价 500 元将这批彩电全部售出，已知第一个月的销售额与第二个月的销售额相等，这两个月销售总额超过 40 万元.
(1)求第一个月每台彩电销售价格；
(2)这批彩电最少有多少台？
解析：(1)可设第一个月每台彩电售价为 x 元，则第二个月每台彩电售价为(x-500)元，根据等量关系：第一个月的销售额与第二个月的销售额相等，列出方程求解即可；
(2)设这批彩电有 y 台，根据不等关系：这两个月销售总额超过 40 万元，列出不等式求解即可.
答案：(1)设第一个月每台彩电售价为 x 元，则第二个月每台彩电售价为(x-500)元，依题意有 9x=10(x-500)，解得 x=5000.
答：第一个月每台彩电售价为 5000 元.
(2)设这批彩电有 y 台，依题意有 5000×50+(5000-500)(y-50)＞400000，
解得 y＞$83\dfrac{1}{3}$，

∵y 为整数，∴y≥84.
答：这批彩电最少有 84 台.

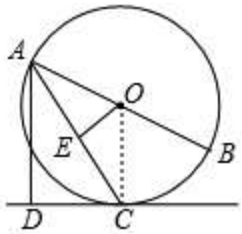
25.如图，AB 是⊙O 的直径，C 为⊙O 上一点，AC 平分∠BAD，AD⊥DC，垂足为 D，OE⊥AC，垂足为 E.



(1)求证：DC 是⊙O 的切线；

(2)若 OE=$\sqrt{3}$ cm，AC=2$\sqrt{13}$ cm，求 DC 的长(结果保留根号).

解析：(1)连接 OC，推出∠DAC=∠OCA=∠CAO，推出 OC∥AD，推出 OC⊥DC，根据切线判定推出即可；
(2)首先求得线段 AO 的长，然后证△AOE∽△ACD，得出比例式，代入求出即可.
答案：(1)连接 OC，



∵OA=OC，∴∠OAC=∠OCA，
∵AC 平分∠BAD，∴∠DAC=∠OAC，∴∠DAC=∠OCA，∴AD∥OC，∴∠ADC=∠OCF，
∵AD⊥DC，∴∠ADC=90°，∴∠OCF=90°，∴OC⊥CD，
∵OC 为半径，∴CD 是⊙O 的切线.

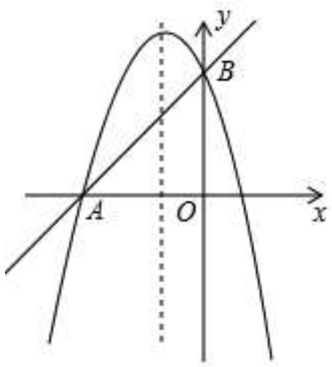
(2)∵OE⊥AC，∴AE=$\frac{1}{2}$AC=$\sqrt{13}$ cm，

在 Rt△AOE 中，AO=$\sqrt{AE^2+OE^2}=\sqrt{\left(\sqrt{13}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}$=4cm，

由(1)得∠OAC=∠CAD，∠ADC=∠AEO=90°，

∴△AOE∽△ACD，∴$\frac{OE}{DC}=\frac{AO}{AC}$，即$\frac{\sqrt{3}}{DC}=\frac{4}{2\sqrt{13}}$，∴DC=$\frac{\sqrt{39}}{2}$cm.

26.如图，已知抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与直线 AB 相交于 A(-3，0)，B(0，3)两点.



(1)求这条抛物线的解析式；

(2)设C是抛物线对称轴上的一动点，求使∠CBA=90°的点C的坐标；

(3)探究在抛物线上是否存在点P，使得△APB的面积等于3？若存在，求出点P的坐标；若不存在，请说明理由.

解析(1)把点A(-3，0)，B(0，3)两点的坐标分别代入抛物线解析式求出b和c的值即可；

(2)过点B作CB⊥AB，交抛物线的对称轴于点C，过点C作CE⊥y轴，垂足为点E，易求点C的横坐标，再求出OE的长，即可得到点C的纵坐标；

(3)假设在在抛物线上存在点P，使得△APB的面积等于3，连接PA，PB，过P作PD⊥AB于点D，作PF∥y轴交AB于点F，在Rt△OAB中，易求AB=$\sqrt{OB^2+AO^2}=3\sqrt{2}$，设点P的坐标为(m，$-m^2-2m+3$)，设点F的坐标为(m，m+3)，再分两种情况①当点P在直线AB上方时，②当点P在直线AB下方时分别讨论求出符合条件点P的坐标即可.

答案：(1)把点A(-3，0)，B(0，3)代入$y=-x^2+bx+c$得：$\begin{cases}-9-3b+c=0,\\ c=3,\end{cases}$解得：$\begin{cases}b=-2,\\ c=3.\end{cases}$

∴抛物线的解析式是$y=-x^2-2x+3$.

(2)如图1：过点B作CB⊥AB，交抛物线的对称轴于点C，过点C作CE⊥y轴，垂足为点E，

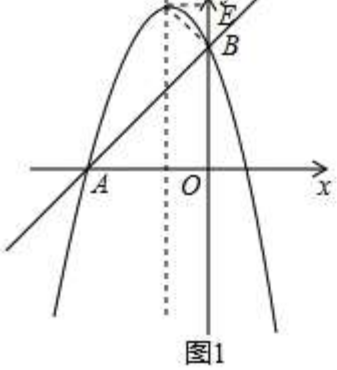


图1

∵$y=-x^2-2x+3$，∴抛物线对称轴为直线x=-1，∴CE=1，

∵AO=BO=3，∴∠ABO=45°，∴∠CBE=45°，

∴BE=CE=1，∴OE=OB+BE=4，∴点C的坐标为(-1，4).

(3)假设在在抛物线上存在点P，使得△APB的面积等于3，如图2：

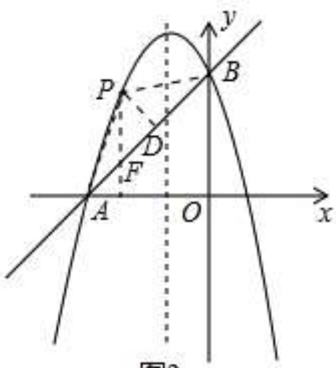


图2

连接PA，PB，过P作PD⊥AB于点D，作PF∥y轴交AB于点F，在Rt△OAB中，易求AB=$\sqrt{OB^2+AO^2}=3\sqrt{2}$，

∵$S_{\triangle APB}=3$，∴PD=$\sqrt{2}$.

∵∠PFD=∠ABO=45°，∴PF=2，
设点P的坐标为(m，$-m^2-2m+3$)，
∵A(-3，0)，B(0，3)，∴直线AB的解析式为y=x+3，∴可设点F的坐标为(m，m+3)，
①当点P在直线AB上方时，
可得：$-m^2-2m+3=m+3+2$，解得：m=-1或-2，∴符合条件的点P坐标为(-1，4)或(-2，3)，
②当点P在直线AB下方时，可得：$-m^2-2m+3=m+3-2$，

解得：m=$\frac{-3+\sqrt{17}}{2}$或$\frac{-3-\sqrt{17}}{2}$，

∴符合条件的点P坐标为($\frac{-3+\sqrt{17}}{2}$，$\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$)或($\frac{-3-\sqrt{17}}{2}$，$\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$).

综上可知符合条件的点P有4个，坐标分别为：(-1，4)或(-2，3)或($\frac{-3+\sqrt{17}}{2}$，$\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$)或($\frac{-3-\sqrt{17}}{2}$，$\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$).