2018年上海市浦东新区中考一模数学

一、选择题：(本大题共6题，每题4分，满分24分)【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.如果把一个锐角三角形三边的长都扩大为原来的两倍，那么锐角A的余切值(　　)

A.扩大为原来的两倍

B.缩小为原来的$\frac{1}{2}$

C.不变

D.不能确定

解析：因为△ABC三边的长度都扩大为原来的两倍所得的三角形与原三角形相似，
所以锐角A的大小没改变，所以锐角A的余切值也不变.

答案：C

2.下列函数中，二次函数是(　　)

A.y=－4x+5

B.y=x(2x－3)

C.$y=(x+4)^2-x^2$

D.$y=\frac{1}{x^2}$

解析：A、y=－4x+5为一次函数；

B、$y=x(2x-3)=2x^2-3x$为二次函数；

C、$y=(x+4)^2-x^2=8x+16$为一次函数；

D、$y=\frac{1}{x^2}$不是二次函数.

答案：B

3.已知在Rt△ABC中，∠C=90°，AB=7，BC=5，那么下列式子中正确的是(　　)

A.sinA=$\frac{5}{7}$

B.cosA=$\frac{5}{7}$

C.tanA=$\frac{5}{7}$

D.cotA=$\frac{5}{7}$

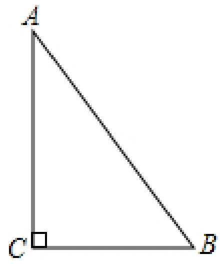
解析：$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$，

A、$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{5}{7}$.故本选项正确；

B、$\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{7}{12}$，故本选项错误；

C、$\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{5}{12}$，故本选项错误；

D、$\cot A=\frac{AC}{BC}=\frac{12}{5}$，故本选项错误.



答案：A

4.已知非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，下列条件中，不能判定向量$\vec{a}$与向量$\vec{b}$平行的是(　　)

A. $\vec{a}\parallel\vec{c}$ ，$\vec{b}\parallel\vec{c}$

B. $\left|\vec{a}\right|=3\left|\vec{b}\right|$

C. $\vec{a}=\vec{c},\vec{b}=2\vec{c}$

D. $\vec{a}+\vec{b}=0$

解析：A、由$\vec{a}\parallel\vec{c}$ ，$\vec{b}\parallel\vec{c}$推知非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$的方向相同，则$\vec{a}\parallel\vec{b}$，故本选项错误；

B、由$\left|\vec{a}\right|=3\left|\vec{b}\right|$|不能确定非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$的方向，故不能判定其位置关系，故本选项正确.

C、由$\vec{a}=\vec{c},\vec{b}=2\vec{c}$推知非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$的方向相同，则$\vec{a}\parallel\vec{b}$，故本选项错误；

D、由$\vec{a}+\vec{b}=0$推知非零向量$\vec{a}$、$\vec{b}$的方向相同，则$\vec{a}\parallel\vec{b}$，故本选项错误.

答案：B

5.如果二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象全部在 x 轴的下方，那么下列判断中正确的是(　　)

A. a＜0，b＜0

B. a＞0，b＜0

C. a＜0，c＞0

D. a＜0，c＜0

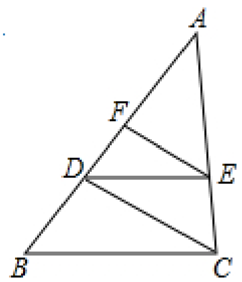
解析：∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象全部在 x 轴的下方，

∴a＜0，$\frac{4ac-b^2}{4a}$＜0，

∴a＜0，c＜0.

答案：D

6.如图，已知点 D、F 在△ABC 的边 AB 上，点 E 在边 AC 上，且 DE∥BC，要使得 EF∥CD，还需添加一个条件，这个条件可以是(　　)



A. $\frac{EF}{CD}=\frac{AD}{AB}$

B. $\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}$

C. $\frac{AF}{AD}=\frac{AD}{AB}$

D. $\frac{AF}{AD}=\frac{AD}{DB}$

解析：∵DE∥BC，

∴$\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB}$，

∴当$\frac{AF}{AD}=\frac{AD}{AB}$时，$\frac{AE}{AC}=\frac{AF}{AD}$，

∴EF∥CD，故C选项符合题意；

而A，B，D选项不能得出EF∥CD.

答案：C

二、填空题：(本大题共12题，每题4分，满分48分)

7. 已知$\frac{x}{y}=\frac{3}{2}$，则$\frac{x-y}{x+y}$ =______.

解析：设x=3a时，y=2a，

则$\frac{x-y}{x+y}=\frac{3a-2a}{3a+2a}=\frac{a}{5a}=\frac{1}{5}$.

答案：$\frac{1}{5}$

8. 已知线段MN的长是4cm，点P是线段MN的黄金分割点，则较长线段MP的长是______cm.

解析：∵P是线段MN的黄金分割点，

∴MP=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$MN，

而MN=4cm，

∴MP=4×$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$=(2$\sqrt{5}$ - 2)cm.

答案：(2$\sqrt{5}$ - 2)

9. 已知△ABC∽△$A_1B_1C_1$，△ABC的周长与△$A_1B_1C_1$的周长的比值是$\frac{3}{2}$，BE、B_1E_1分别是它们对应边上的中线，且BE=6，则B_1E_1=______.

解析：∵△ABC∽△$A_1B_1C_1$，△ABC的周长与△$A_1B_1C_1$的周长的比值是$\frac{3}{2}$，

∴$\frac{BE}{B_1E_1}=\frac{3}{2}$，

即$\frac{6}{B_1E_1}=\frac{3}{2}$，

解得B_1E_1=4.

答案：4

10. 计算：$3\vec{a}+2\left(\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}\right)$=______.

解析：$3\vec{a}+2\left(\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}\right)=3\vec{a}+2\vec{a}-\vec{b}=5\vec{a}-\vec{b}$.

答案：$5\vec{a}-\vec{b}$

11.计算：3tan30° +sin45° =_____.

解析：原式=$3\times\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}$.

答案：$\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}$

12.抛物线 $y=3x^2-4$ 的最低点坐标是_____.

解析：$y=3x^2-4$

∴顶点(0，－4)，即最低点坐标是(0，－4).

答案：(0，－4)

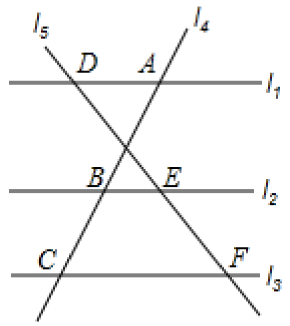
13.将抛物线 $y=2x^2$ 向下平移 3 个单位，所得的抛物线的表达式是_____.

解析：∵抛物线 $y=2x^2$ 向下平移 3 个单位，

∴抛物线的解析式为 $y=2x^2-3$.

答案：$y=2x^2-3$

14.如图，已知直线 l_1、l_2、l_3 分别交直线 l_4 于点 A、B、C，交直线 l_5 于点 D、E、F，且 $l_1 /\!/ l_2 /\!/ l_3$，AB=4，AC=6，DF=9，则 DE=_____.



解析：∵$l_1 /\!/ l_2 /\!/ l_3$，AB=5，AC=8，DF=12，

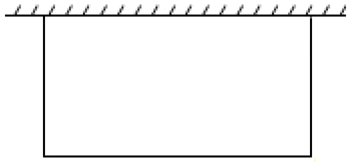
∴$\frac{AB}{AC}=\frac{DE}{DF}$，

即$\frac{4}{6}=\frac{DE}{9}$，

可得；DE=6.

答案：6

15.如图，用长为 10 米的篱笆，一面靠墙(墙的长度超过 10 米)，围成一个矩形花圃，设矩形垂直于墙的一边长为 x 米，花圃面积为 S 平方米，则 S 关于 x 的函数解析式是_____(不写定义域).



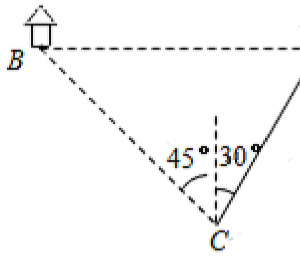
解析：设平行于墙的一边为(10－2x)米，则垂直于墙的一边为 x 米，

根据题意得：$S=x(10-2x)=-2x^2+10x$.

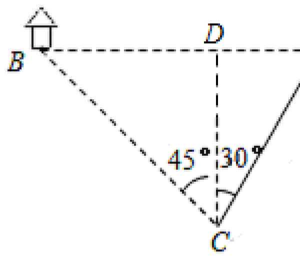
答案：$S=-2x^2+10x$

16.如图，湖心岛上有一凉亭 B，在凉亭 B 的正东湖边有一棵大树 A，在湖边的 C 处测得 B

在北偏西45°方向上，测得A在北偏东30°方向上，又测得A、C之间的距离为100米，则A、B之间的距离是_____米(结果保留根号形式).



解析：如图，过点C⊥AB于点D，



在Rt△ACD中，∵∠ACD=30°，AC=100m，

∴AD=100•sin∠ACD=100×0.5=50(m)，

CD=100•cos∠ACD=$100\times\frac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}$ (m)，

在Rt△BCD中，

∵∠BCD=45°，

∴BD=CD=$50\sqrt{3}$ m，

则AB=AD+BD=$50\sqrt{3}$ +50(m)，

即A、B之间的距离约为($50\sqrt{3}$ +50)米.

答案：($50\sqrt{3}$ +50)

17.已知点(﹣1,m)、(2,n)在二次函数$y=ax^2-2ax-1$的图象上,如果m＞n,那么a_____0(用“＞”或“＜”连接).

解析：∵二次函数的解析式为$y=ax^2-2ax-1$，

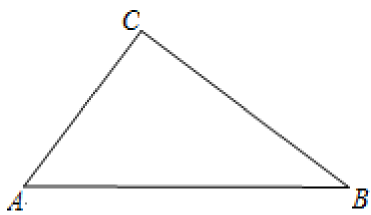
∴该抛物线对称轴为x=1，

∵|﹣1﹣1|＞|2﹣1|，且m＞n，

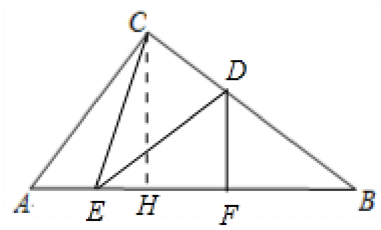
∴a＞0.

答案：＞

18.如图，已知在Rt△ABC中，∠ACB=90°，cosB=$\frac{4}{5}$，BC=8，点D在边BC上，将△ABC沿着过点D的一条直线翻折，使点B落在AB边上的点E处，联结CE、DE，当∠BDE=∠AEC时，则BE的长是_____.



解析：如图作CH⊥AB于H.



在 Rt△ACB 中，∵BC=8，$\cos B=\frac{4}{5}$，

∴AB=10，AC=8，$CH=\frac{AC\cdot BC}{AB}=\frac{24}{5}$，$BH=\frac{32}{5}$，

由题意 EF=BF，设 EF=BF=a，则 BD=$\frac{5}{4}$a，

∵∠BDE=∠AEC，

∴∠CED+∠ECB=∠ECB+∠B，

∴∠CED=∠B，∵∠ECD=∠BCE，

∴△ECD∽△BCE，

∴EC^2=CD·CB，

∴$\left(\frac{24}{5}\right)^2+\left(2a-\frac{32}{5}\right)^2=\left(8-\frac{5}{4}a\right)\times 8$，

解得 a=$\frac{39}{10}$或 0(舍弃)，

∴BE=2a=$\frac{39}{5}$.

答案：$\frac{39}{5}$

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19.将抛物线 $y=x^2-4x+5$ 向左平移 4 个单位，求平移后抛物线的表达式、顶点坐标和对称轴.

解析：先将抛物线 $y=x^2-4x+5$ 化为顶点坐标式，再按照“左加右减，上加下减”的规律平移则可.

答案：∵$y=x^2-4x+4-4+5=(x-2)^2+1$，

∴平移后的函数解析式是 $y=(x+2)^2+1$.

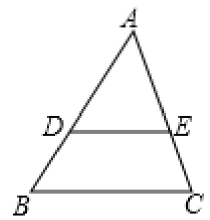
顶点坐标是(-2，1).对称轴是直线 $x=-2$.

20.如图，已知△ABC 中，点 D、E 分别在边 AB 和 AC 上，DE∥BC，且 DE 经过△ABC 的重心，设 $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$.

(1) $\overrightarrow{DE}$ =_____(用向量$\vec{a}$表示)；

(2)设 $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，在图中求作$\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{a}$.

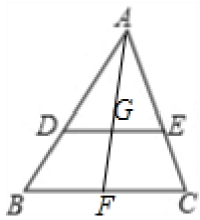
(不要求写作法，但要指出所作图中表示结论的向量.)



解析：(1)由 DE∥BC 推出 AD:AB=AG:AF=DE:BC=2:3，推出 DE=$\frac{2}{3}$BC，由$\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，推出$\overrightarrow{DE}=\frac{2}{3}\vec{a}$；

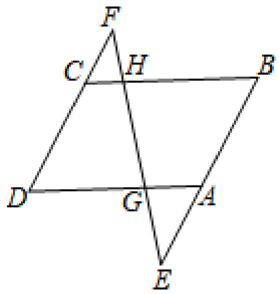
(2)作△ABC 的中线 AF，结论：$\overrightarrow{AF}$ 就是所要求作的向量；

答案：(1)如图设 G 是重心，作中线 AF.
∵DE∥BC，
∴AD：AB=AG：AF=DE：BC=2：3，
∴DE=$\frac{2}{3}$BC，
∵ $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，
∴ $\overrightarrow{DE}=\frac{2}{3}\vec{a}$.
答案：$\frac{2}{3}\vec{a}$
(2)作△ABC 的中线 AF，



结论：$\overrightarrow{AF}$ 就是所要求作的向量.

21.如图，已知 G、H 分别是▱ABCD 对边 AD、BC 上的点，直线 GH 分别交 BA 和 DC 的延长线于点 E、F.
(1)当 $\frac{S_{\triangle CFH}}{S_{四边形CDGH}}=\frac{1}{8}$时，求 $\frac{CH}{DG}$ 的值；
(2)联结 BD 交 EF 于点 M，求证：MG•ME=MF•MH.



解析：(1)根据相似三角形的判定和性质解答即可；
(2)根据平行四边形的性质和相似三角形的相似比解答即可.
答案(1)∵ $\frac{S_{\triangle CFH}}{S_{四边形CDGH}}=\frac{1}{8}$，
∴ $\frac{S_{\triangle CFH}}{S_{\triangle DFG}}=\frac{1}{9}$.
∵□ABCD 中，AD∥BC，
∴△CFH∽△DFG.
∴ $\frac{S_{\triangle CFH}}{S_{\triangle DFG}}=\left(\frac{CH}{DG}\right)^2=\frac{1}{9}$.
∴ $\frac{CH}{DG}=\frac{1}{3}$.
(2)∵□ABCD 中，AD∥BC，
∴ $\frac{MB}{MD}=\frac{MH}{MG}$.
∵□ABCD 中，AB∥CD，

$\therefore \dfrac{ME}{MF}=\dfrac{MB}{MD}$.

$\therefore \dfrac{ME}{MF}=\dfrac{MH}{MG}$.

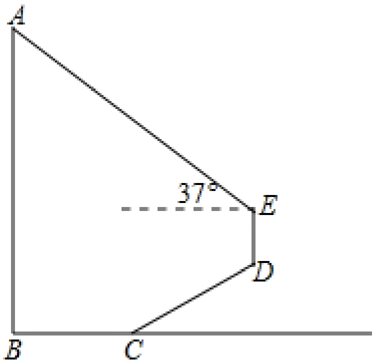
∴MG•ME=MF•MH.

22.如图,为测量学校旗杆 AB 的高度,小明从旗杆正前方 3 米处的点 C 出发,沿坡度为 i=1:$\sqrt{3}$ 的斜坡 CD 前进 $2\sqrt{3}$ 米到达点 D,在点 D 处放置测角仪,测得旗杆顶部 A 的仰角为 37°,量得测角仪 DE 的高为 1.5 米.A、B、C、D、E 在同一平面内,且旗杆和测角仪都与地面垂直.

(1)求点 D 的铅垂高度(结果保留根号);

(2)求旗杆 AB 的高度(精确到 0.1).

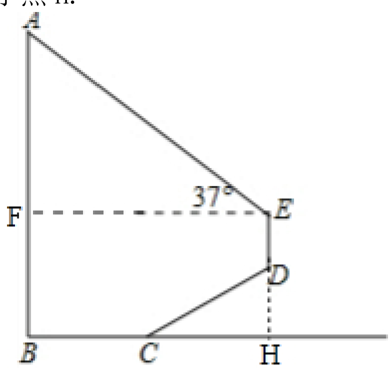
(参考数据:sin37°≈0.60,cos37°≈0.80,tan37°≈0.75,$\sqrt{3}$≈1.73.)



解析:(1)延长 ED 交 BC 延长线于点 H,则∠CHD=90°,Rt△CDH 中求得 CH=CDcos∠DCH=$2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3$、$DH=\dfrac{1}{2}CD=\sqrt{3}$;

(2)作 EF⊥AB,可得 EH=BF=1.5+$\sqrt{3}$、EF=BH=BC+CH=6,根据 AF=EFtan∠AEF≈4.5、AB=AF+BF 可得答案.

答案:(1)延长 ED 交射线 BC 于点 H.



由题意得 DH⊥BC.

在 Rt△CDH 中,∠DHC=90°,tan∠DCH=i=1:$\sqrt{3}$.

∴∠DCH=30°.

∴CD=2DH.

∵CD=$2\sqrt{3}$,

∴DH=$\sqrt{3}$,CH=3.

答:点 D 的铅垂高度是 $\sqrt{3}$ 米.

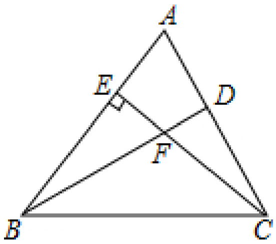
(2)过点 E 作 EF⊥AB 于 F.

由题意得,∠AEF 即为点 E 观察点 A 时的仰角,

∴∠AEF=37°.

∵EF⊥AB，AB⊥BC，ED⊥BC，
∴∠BFE=∠B=∠BHE=90°.
∴四边形 FBHE 为矩形.
∴EF=BH=BC+CH=6.
FB=EH=ED+DH=1.5+$\sqrt{3}$.
在 Rt△AEF 中，∠AFE=90°，AF=EFtan∠AEF≈6×0.75≈4.5.
∴AB=AF+FB=6+$\sqrt{3}$≈6+1.73≈7.7.
答：旗杆 AB 的高度约为 7.7 米.

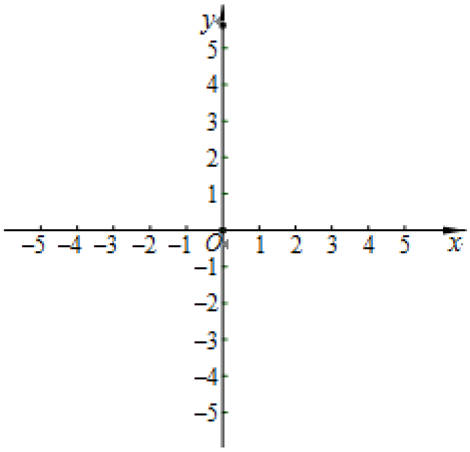
23.如图，已知，在锐角△ABC 中，CE⊥AB 于点 E，点 D 在边 AC 上，联结 BD 交 CE 于点 F，且 EF•FC=FB•DF.
(1)求证：BD⊥AC；
(2)联结 AF，求证：AF•BE=BC•EF.



解析：(1)根据相似三角形的判定得出△EFB∽△DFC，再根据相似三角形的性质解答即可；(2)由△EFB∽△DFC 得出∠ABD=∠ACE，进而判断△AEC∽△FEB，再利用相似三角形的性质解答即可.
答案：(1)∵EF•FC=FB•DF，
∴$\frac{EF}{DF}=\frac{FB}{FC}$.
∵∠EFB=∠DFC，
∴△EFB∽△DFC.
∴∠FEB=∠FDC.
∵CE⊥AB，
∴∠FEB=90°.
∴∠FDC=90°.
∴BD⊥AC.
(2)∵△EFB∽△DFC，
∴∠ABD=∠ACE.
∵CE⊥AB，
∴∠FEB=∠AEC=90°.
∴△AEC∽△FEB.
∴$\frac{AE}{FE}=\frac{EC}{EB}$.
∴$\frac{AE}{EC}=\frac{FE}{EB}$.
∵∠AEC=∠FEB=90°，
∴△AEF∽△CEB.
∴$\frac{AF}{CB}=\frac{EF}{EB}$，
∴AF•BE=BC•EF.

24.已知抛物线 $y=ax^2+bx+5$ 与 x 轴交于点 A(1，0)和点 B(5，0)，顶点为 M.点 C 在 x 轴的负半轴上，且 AC=AB，点 D 的坐标为(0，3)，直线 l 经过点 C、D.

(1)求抛物线的表达式；
(2)点 P 是直线 l 在第三象限上的点，联结 AP，且线段 CP 是线段 CA、CB 的比例中项，求 tan∠CPA 的值；
(3)在(2)的条件下，联结 AM、BM，在直线 PM 上是否存在点 E，使得∠AEM=∠AMB？若存在，求出点 E 的坐标；若不存在，请说明理由.



解析：(1)将点(1，0)，B(5，0)代入抛物线的解析式可得到 a、b 的值，从而可得到抛物线的解析式；
(2)先求得 AC 和 BC 的长，然后依据比例中项的定义可求得 CP 的长，接下来，再证明△CPA∽△CBP，依据相似三角形的性质可得到∠CPA=∠CBP，然后过 P 作 PH⊥x 轴于 H，接下来，由△PCH 为等腰直角三角形可得到 CH 和 PH 的长，从而可得到点 P 的坐标，然后由 tan∠CPA=tan∠CBP=$\frac{PH}{BH}$求解即可；
(3)过点 A 作 AN⊥PM 于点 N，则 N(1，-4).当点 E 在 M 左侧，则∠BAM=∠AME.然后证明△AEM∽△BMA，依据相似三角形的性质可求得 ME 的长，从而可得到点 E 的坐标；当点 E 在 M 右侧时，记为点 E′，然后由点 E′与 E 关于直线 AN 对称求解即可.
答案：(1)∵抛物线 $y=ax^2+bx+5$ 与 x 轴交于点 A(1，0)，B(5，0)，
∴$\begin{cases}a+b+5=0\\25a+5b+5=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=1\\b=-6\end{cases}$.
∴抛物线的解析式为 $y=x^2-6x+5$.
(2)∵A(1，0)，B(5，0)，
∴OA=1，AB=4.
∵AC=AB 且点 C 在点 A 的左侧，
∴AC=4.
∴CB=CA+AB=8.
∵线段 CP 是线段 CA、CB 的比例中项，
∴$\frac{CA}{CP}=\frac{CP}{CB}$.
∴CP=$4\sqrt{2}$.
又∵∠PCB 是公共角，
∴△CPA∽△CBP.
∴∠CPA=∠CBP.
过 P 作 PH⊥x 轴于 H.

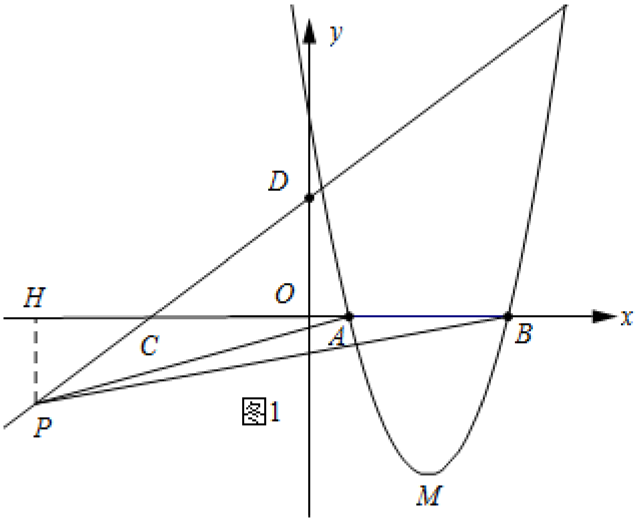


图1

∵OC=OD=3，∠DOC=90°，

∴∠DCO=45°.

∴∠PCH=45°

∴PH=CH=$\frac{\sqrt{2}}{2}$CP=4，

∴H(－7，0)，BH=12.

∴P(－7，－4).

∴tan∠CBP=$\frac{PH}{BH}=\frac{1}{3}$，tan∠CPA=$\frac{1}{3}$.

(3)∵抛物线的顶点是M(3，－4)，

又∵P(－7，－4)，

∴PM∥x轴.

当点E在M左侧，则∠BAM=∠AME.

过点A作AN⊥PM于点N，则N(1，－4).

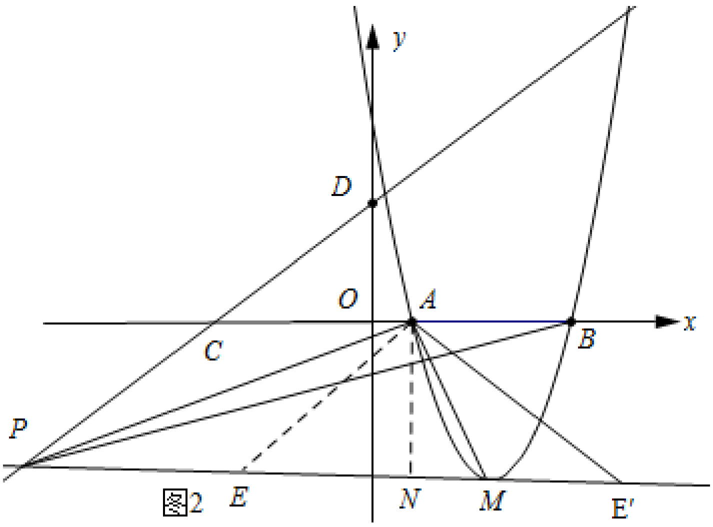


图2

∵∠AEM=∠AMB，

∴△AEM∽△BMA.

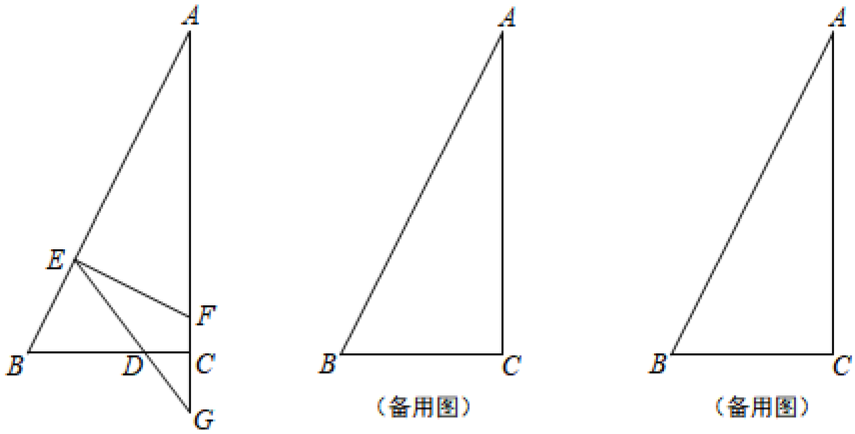
∴$\frac{ME}{AM}=\frac{AM}{AB}$.

∴$\frac{ME}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{4}$.

∴ME=5，

∴E(－2，－4).
当点 E 在 M 右侧时，记为点 E′，
∵∠AE′N=∠AEN，
∴点 E′与 E 关于直线 AN 对称，则 E′(4，－4).
综上所述，E 的坐标为(－2，－4)或(4，－4).

25.如图，已知在△ABC 中，∠ACB=90°，BC=2，AC=4，点 D 在射线 BC 上，以点 D 为圆心，BD 为半径画弧交边 AB 于点 E，过点 E 作 EF⊥AB 交边 AC 于点 F，射线 ED 交射线 AC 于点 G.
(1)求证：△EFG∽△AEG；
(2)设 FG=x，△EFG 的面积为 y，求 y 关于 x 的函数解析式并写出定义域；
(3)联结 DF，当△EFD 是等腰三角形时，请直接写出 FG 的长度.



（备用图） （备用图）

解析：(1)先证明∠A=∠2，然后利用相似三角形的判定方法即可得到结论；
(2)作 EH⊥AF 于点 H，如图 1，利用勾股定理计算出 AB=$2\sqrt{5}$，利用△EFG∽△AEG 得到 $\frac{EF}{AE}=\frac{FG}{EG}=\frac{EG}{AG}$，再证明 Rt△AEF∽Rt△ACB 得到 $\frac{EF}{2}=\frac{AE}{4}=\frac{AF}{2\sqrt{5}}$，所以 $\frac{EF}{AE}=\frac{1}{2}=\frac{x}{EG}=\frac{EG}{AG}$，则 EG=2x，AG=4x，AF=3x，$EF=\frac{3\sqrt{5}}{5}x$，$AE=\frac{6\sqrt{5}}{5}x$，接着•利用相似比表示出 EH=$\frac{6}{5}$x，AH=$\frac{12}{5}$x，然后根据三角形面积公式表示出 y 与 x 的关系，最后利用 CF=4－3x 可确定 x 的范围；
(3)先表示 CG=4x－4，GH=$\frac{8}{5}$x，讨论：当 ED=EF=$\frac{3\sqrt{5}}{5}$x 时，如图 1，则 BD=DE=$\frac{3\sqrt{5}}{5}$x，所以 DC=2－$\frac{3\sqrt{5}}{5}$x；当 DE=DF 时，如图 2，作 DM⊥EF 于 M，则 $EM=\frac{1}{2}EF=\frac{3\sqrt{5}}{10}x$，证明△DEM∽△BAC，利用相似比表示 DE=$\frac{3}{4}$x，则 BD=DE=$\frac{3}{4}$x，所以 CD=2－$\frac{3}{4}$x；当 FE=FD 时，如图 3，作 FN⊥EG 于 N，则 EN=DN，证明△NEF∽△CAB，利用相似比表示出 EN=$\frac{6}{5}$x，则 DE=2EN=$\frac{12}{5}$x，所以 BD=DE=$\frac{12}{5}$x，CD=2－$\frac{12}{5}$x，然后利用△GCD∽△GHE，根据相似比得到关于 x 的方程，再分别解方程求出定义的 x 的值即可.
答案：(1)证明：∵ED=BD，
∴∠B=∠2，
∵∠ACB=90°，
∴∠B+∠A=90°.
∵EF⊥AB，
∴∠BEF=90°，
∴∠1+∠2=90°，

∴∠A=∠2，

∵∠EGF=∠AGE，

∴△EFG∽△AEG；

(2)解：作 EH⊥AF 于点 H，如图 1，在 Rt△ABC 中，$AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，

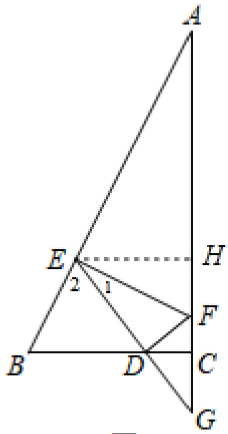


图1

∵△EFG∽△AEG，

∴$\frac{EF}{AE}=\frac{FG}{EG}=\frac{EG}{AG}$，

∵∠EAF=∠CAB，

∴Rt△AEF∽Rt△ACB，

∴$\frac{EF}{BC}=\frac{AE}{AC}=\frac{AF}{AB}$，即$\frac{EF}{2}=\frac{AE}{4}=\frac{AF}{2\sqrt{5}}$，

∴$\frac{EF}{AE}=\frac{1}{2}=\frac{x}{EG}=\frac{EG}{AG}$，

∴EG=2x，AG=4x，

∴AF=AG﹣FG=3x，

∴EF=$\frac{3\sqrt{5}}{5}$x，AE=$\frac{6\sqrt{5}}{5}$x，

∵EH∥BC，

∴$\frac{EH}{BC}=\frac{AE}{AB}=\frac{AH}{AC}$，即$\frac{EH}{2}=\frac{\frac{6\sqrt{5}x}{5}}{2\sqrt{5}}=\frac{AH}{4}$，

∴EH=$\frac{6}{5}$x，AH=$\frac{12}{5}$x，

∴$y=\frac{1}{2}FG\cdot EH=\frac{1}{2}\cdot x\cdot\frac{6}{5}x=\frac{3}{5}x^2\left(0<x<\frac{4}{3}\right)$，

(3)解：CG=AG﹣AC=4x﹣4，GH=AG﹣AH=$4x-\frac{12}{5}x=\frac{8}{5}x$，

当 ED=EF=$\frac{3\sqrt{5}}{5}$x 时，如图 1，则 BD=DE=$\frac{3\sqrt{5}}{5}$x，

∴DC=2﹣$\frac{3\sqrt{5}}{5}$x，

∵CD∥EH，

∴△GCD∽△GHE，

∴$\frac{CD}{EH}=\frac{GC}{GH}$，即(2﹣$\frac{3\sqrt{5}}{5}$x)：$\frac{6}{5}$x=(4x﹣4)：$\frac{8}{5}$x，解得$x=\frac{25-5\sqrt{5}}{12}$；

当 DE=DF 时，如图 2，作 DM⊥EF 于 M，则 $EM=\frac{1}{2}EF=\frac{3\sqrt{5}}{10}x$，

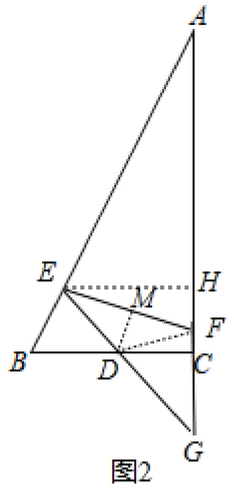


图2

∵∠DEM=∠A，

∴△DEM∽△BAC，

∴ $\frac{DE}{AB}=\frac{EM}{AC}$，即 $\frac{DE}{2\sqrt{5}}=\frac{\frac{3\sqrt{5}}{10}x}{4}$，解得 DE=$\frac{3}{4}$x，

∴BD=DE=$\frac{3}{4}$x，

∴CD=2 - $\frac{3}{4}$x，

∵CD∥EH，

∴△GCD∽△GHE，

∴ $\frac{CD}{EH}=\frac{GC}{GH}$，即 $\left(2-\frac{3}{4}x\right):\frac{6}{5}x=\left(4x-4\right):\frac{8}{5}x$，解得 x=$\frac{4}{3}$；

当 FE=FD 时，如图 3，作 FN⊥EG 于 N，则 EN=DN，

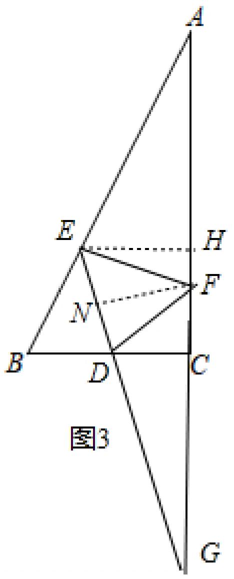


图3

∵∠NEF=∠A，

∴△NEF∽△CAB，

$\therefore \frac{EN}{AC}=\frac{EF}{AB}$，即 $\frac{EN}{4}=\frac{\frac{3\sqrt{5}}{5}x}{2\sqrt{5}}$，解得 EN=$\frac{6}{5}$x，

∴DE=2EN=$\frac{12}{5}$x，

∴BD=DE=$\frac{12}{5}$x，

∴CD=2 - $\frac{12}{5}$x，

∵CD∥EH，

∴△GCD∽△GHE，

$\therefore \frac{CD}{EH}=\frac{GC}{GH}$，即 $\left(2-\frac{12}{5}x\right):\frac{6}{5}x=(4x-4):\frac{8}{5}x$，解得 x=$\frac{25}{27}$；

综上所述，FG 的长为$\frac{4}{3}$或$\frac{25}{27}$或$\frac{25-5\sqrt{5}}{12}$.