

2018年河北省保定市定兴县中考一模数学

一、选择题(本大题共 16 小题，1-10 小题，每小题 3 分，11-16 小题，每小题 2 分，共 42 分)

1. 在 $\sqrt{2}$ ， -1 ， -3 ， 0 这四个实数中，最小的是()

A. $\sqrt{2}$

B. -1

C. -3

D. 0

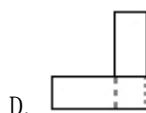
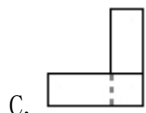
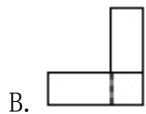
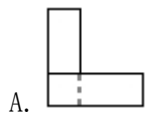
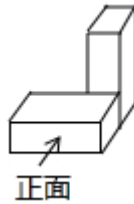
解析：根据实数的大小比较法则(正数都大于 0，负数都小于 0，正数大于一切负数，两个负数比较大小，绝对值大的反而小)比较即可.

$$\because -3 < -1 < 0 < \sqrt{2},$$

\therefore 最小的实数是 -3 .

答案：C

2. 有两个完全相同的长方体，按如图方式摆放，其主视图是()



解析：根据主视图的定义可知这个立体图形的主视图是 C.

答案：C

3. “一带一路”的“朋友圈”究竟有多大？“一带一路”涉及沿线 65 个国家，总涉及人口约 4400000000，将 4400000000 用科学记数法表示为()

- A. 4.4×10^7
- B. 44×10^8
- C. 4.4×10^9
- D. 0.44×10^{10}

解析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 4400000000 有 10 位，所以可以确定 $n=10-1=9$.

$$4\ 400\ 000\ 000 = 4.4 \times 10^9.$$

答案：C

4. 下面四个手机应用图标中是轴对称图形的是（ ）

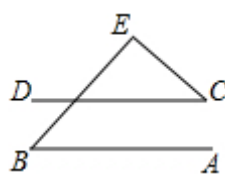


解析：根据轴对称图形的概念：如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴进行分析即可.

- A、是轴对称图形，故此选项正确；
- B、不是轴对称图形，故此选项错误；
- C、不是轴对称图形，故此选项错误；
- D、不是轴对称图形，故此选项错误.

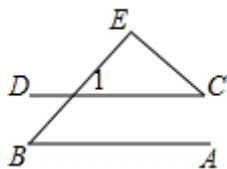
答案：A

5. 如图，直线 $AB \parallel CD$ ， $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，则 $\angle E$ 等于（ ）



- A. 70°
- B. 80°
- C. 90°
- D. 100°

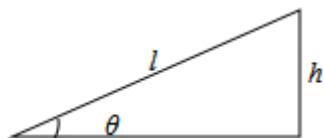
解析：根据平行线的性质得到 $\angle 1 = \angle B = 50^\circ$ ，由三角形的内角和即可得到结论.



$\because AB \parallel CD,$
 $\therefore \angle 1 = \angle B = 50^\circ,$
 $\because \angle C = 40^\circ,$
 $\therefore \angle E = 180^\circ - \angle B - \angle 1 = 90^\circ.$

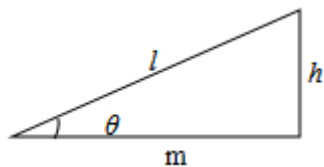
答案：C

6. 如图，已知一商场自动扶梯的长 l 为 13 米，高度 h 为 5 米，自动扶梯与地面所成的夹角为 θ ，则 $\tan\theta$ 的值等于()



- A. $\frac{5}{12}$
- B. $\frac{12}{5}$
- C. $\frac{5}{13}$
- D. $\frac{12}{13}$

解析：在由自动扶梯构成的直角三角形中，已知了坡面 l 和铅直高度 h 的长，可用勾股定理求出坡面的水平宽度，进而求出 θ 的正切值.



\because 商场自动扶梯的长 $l=13$ 米，高度 $h=5$ 米，

$$\therefore m = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ 米},$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{5}{12}.$$

答案：A

7. 一元二次方程 $3x^2-6x+4=0$ 根的情况是()

- A. 有两个不相等的实数根
- B. 有两个相等的实数根
- C. 没有实数根
- D. 有两个实数根

解析: 直接计算方程根的判别式进行判断即可.

$$\because 3x^2-6x+4=0,$$

$$\therefore \Delta = (-6)^2 - 4 \times 3 \times 4 = 36 - 48 = -12 < 0,$$

\therefore 该方程无实数根.

答案: C

8. 如果 $a-b=5$, 那么代数式 $\left(\frac{a^2+b^2}{ab} - 2\right) \cdot \frac{ab}{a-b}$ 的值是()

- A. $-\frac{1}{5}$
- B. $\frac{1}{5}$
- C. -5
- D. 5

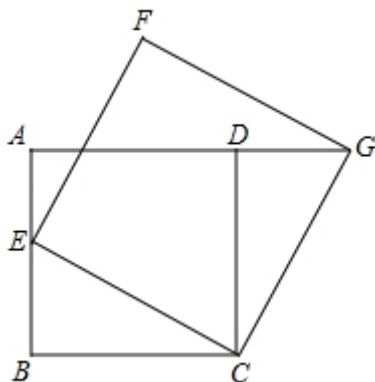
解析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 约分得到最简结果, 把已知等式代入计算即可求出值.

$$\because a-b=5,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{a^2+b^2-2ab}{ab} \cdot \frac{ab}{a-b} = \frac{(a-b)^2}{ab} \cdot \frac{ab}{a-b} = a-b=5.$$

答案: D

9. 已知正方形 ABCD, 点 E 在边 AB 上, 以 CE 为边作正方形 CEFG, 如图所示, 连接 DG. 求证: $\triangle BCE \cong \triangle DCG$. 甲、乙两位同学的证明过程如下, 则下列说法正确的是()



甲: \because 四边形 ABCD、四边形 CEFG 都是正方形

$$\therefore CB=CD \quad CE=CG, \quad \angle BCD=\angle ECG=90^\circ$$

$$\therefore \angle BCD - \angle ECD = \angle ECG - \angle ECD$$

$$\therefore \angle BCE = \angle GCD$$

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle DCG$ (SAS)

乙: \because 四边形 ABCD、四边形 CEFG 都是正方形

$\therefore CB=CD$ $CE=CG$

且 $\angle B = \angle CDG = 90^\circ$

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle DCG$ (HL)

- A. 甲同学的证明过程正确
- B. 乙同学的证明过程正确
- C. 两人的证明过程都正确
- D. 两人的证明过程都不正确

解析: 根据正方形性质得出 $BC=CD$, $CE=CG$, $\angle BCD = \angle ECG = 90^\circ$, 都减去 $\angle ECD$, 即可求出 $\angle BCE = \angle DCG$, 根据 SAS 即可推出两三角形全等, 即可判断甲同学证明过程正确; 但是根据已知不能推出 $\angle CDG = 90^\circ$, 即可判断乙同学证明过程不对.

答案: A

10. 某小组同学在一周内参加家务劳动时间与人数情况如表所示:

劳动时间 (小时)	2	3	4
人数	5	4	3

下列关于“劳动时间”这组数据叙述正确的是 ()

- A. 中位数是 2
- B. 众数是 2
- C. 平均数是 3
- D. 方差是 0

解析: 根据中位数, 众数, 平均数, 方差的计算方法, 判断即可.

由题意得, 众数是 2.

答案: B

11. 中国古代人民很早就在生产生活种发现了许多有趣的数学问题, 其中《孙子算经》中有个问题: 今有三人共车, 二车空; 二人共车, 九人步, 问人与车各几何? 这道题的意思是: 今有若干人乘车, 每三人乘一车, 最终剩余 2 辆车, 若每 2 人共乘一车, 最终剩余 9 个人无车可乘, 问有多少人, 多少辆车? 如果我们设有 x 辆车, 则可列方程 ()

A. $3(x - 2) = 2x + 9$

B. $3(x + 2) = 2x - 9$

C. $\frac{x}{3} + 2 = \frac{x - 9}{2}$

D. $\frac{x}{3} - 2 = \frac{x + 9}{2}$

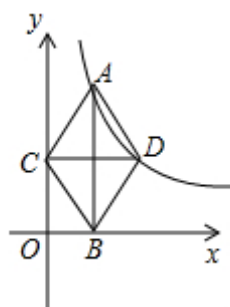
解析: 根据每三人乘一车, 最终剩余 2 辆车, 每 2 人共乘一车, 最终剩余 9 个人无车可乘, 进而表示出总人数得出等式即可.

设有 x 辆车, 则可列方程:

$$3(x-2)=2x+9.$$

答案: A

12. 如图, 在直角坐标系中, 点 A 在函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, $AB \perp x$ 轴于点 B, AB 的垂直平分线与 y 轴交于点 C, 与函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于点 D, 连结 AC, CB, BD, DA, 则四边形 ACBD 的面积等于()



A. 2

B. $2\sqrt{3}$

C. 4

D. $4\sqrt{3}$

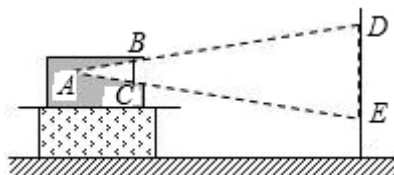
解析: 设 $A(a, \frac{4}{a})$, 可求出 $D(2a, \frac{2}{a})$,

$\because AB \perp CD$,

$$\therefore S_{\text{四边形}ACBD} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} \times 2a \times \frac{4}{a} = 4.$$

答案: C

13. 如图所示, 一架投影机插入胶片后图象可投到屏幕上. 已知胶片与屏幕平行, A 点为光源, 与胶片 BC 的距离为 0.1 米, 胶片的高 BC 为 0.038 米, 若需要投影后的图象 DE 高 1.9 米, 则投影机光源离屏幕大约为()



A. 6 米

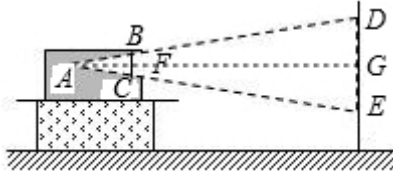
B. 5 米

C. 4 米

D. 3 米

解析: 因为光源与胶片组成的三角形与光源与投影后的图象组成的三角形相似, 所以可用相似三角形的相似比解答.

如图所示, 过 A 作 $AG \perp DE$ 于 G, 交 BC 于 F,

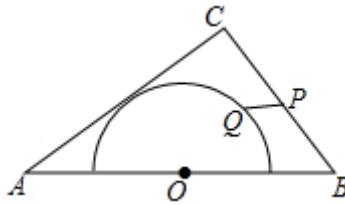


因为 $BC \parallel DE$ ，所以 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ， $AG \perp BC$ ， $AF=0.1\text{m}$ ，设 $AG=h$ ，

则： $\frac{AF}{AG} = \frac{BC}{DE}$ ，即 $\frac{0.1}{h} = \frac{0.038}{1.9}$ ，解得， $h=5\text{m}$ 。

答案：B

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=10$ ， $AC=8$ ， $BC=6$ ，以边 AB 的中点 O 为圆心，作半圆与 AC 相切，点 P ， Q 分别是边 BC 和半圆上的动点，连接 PQ ，则 PQ 长的最大值与最小值的和是（ ）



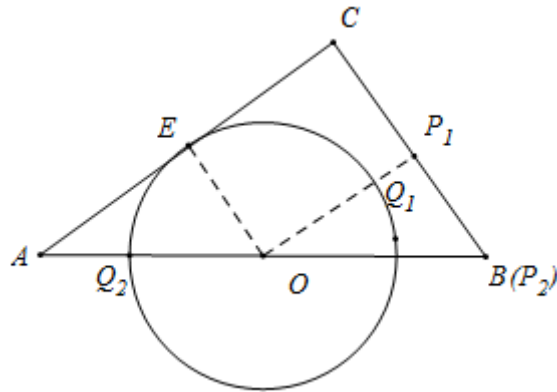
A. 6

B. $2\sqrt{13}+1$

C. 9

D. $\frac{32}{3}$

解析：如图，设 $\odot O$ 与 AC 相切于点 E ，连接 OE ，作 $OP_1 \perp BC$ 垂足为 P_1 交 $\odot O$ 于 Q_1 ，此时垂线段 OP_1 最短， P_1Q_1 最小值为 $OP_1 - OQ_1$ ，



$\because AB=10$ ， $AC=8$ ， $BC=6$ ，

$\therefore AB^2=AC^2+BC^2$ ，

$\therefore \angle C=90^\circ$ ，

$\because \angle OP_1B=90^\circ$ ，

$\therefore OP_1 \parallel AC$

$\because AO=OB$ ，

$\therefore P_1C=P_1B$ ，

$$\therefore OP_1 = \frac{1}{2} AC = 4,$$

$$\therefore P_1Q_1 \text{ 最小值为 } OP_1 - OQ_1 = 1,$$

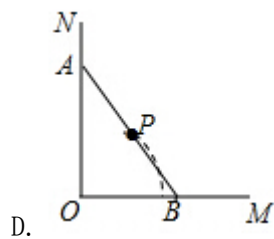
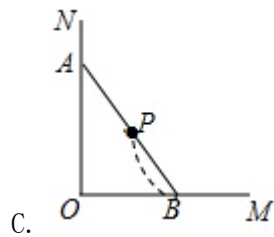
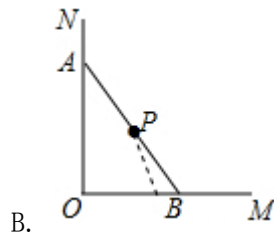
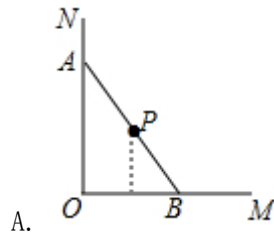
如图，当 Q_2 在 AB 边上时， P_2 与 B 重合时， P_2Q_2 经过圆心，经过圆心的弦最长，

$$P_2Q_2 \text{ 最大值} = 5 + 3 = 8,$$

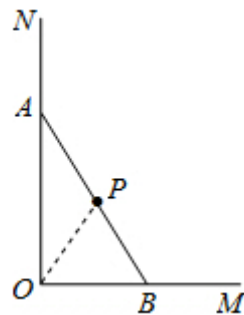
\therefore PQ 长的最大值与最小值的和是 9.

答案：C

15. 木杆 AB 斜靠在墙壁上，当木杆的上端 A 沿墙壁 NO 竖直下滑时，木杆的底端 B 也随之沿着射线 OM 方向滑动. 下列图中用虚线画出木杆中点 P 随之下落的路线，其中正确的是 ()



解析：连接 OP:



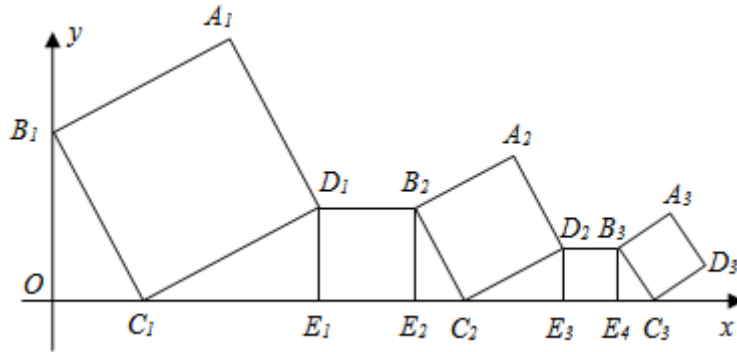
由于 OP 是 $Rt\triangle AOB$ 斜边上的中线，

所以 $OP = \frac{1}{2} AB$ ，不管木杆如何滑动，它的长度不变，也就是 OP 是一个定值，点 P 就在以 O

为圆心的圆弧上，那么中点 P 下落的路线是一段弧线。

答案：D

16. 一组正方形按如图所示的方式放置，其中顶点 B_1 在 y 轴上，顶点 $C_1, E_1, E_2, C_2, E_3, E_4, C_3 \dots$ 在 x 轴上，已知正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的边长为 1， $\angle B_1C_1O = 60^\circ$ ， $B_1C_1 \parallel B_2C_2 \parallel B_3C_3 \dots$ 则正方形 $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ 的边长是 ()



A. $\left(\frac{1}{2}\right)^{2017}$

B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{2016}$

C. $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2017}$

D. $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2016}$

解析：利用正方形的性质结合锐角三角函数关系得出正方形的边长，进而得出变化规律即可得出答案。

$$\because \angle B_1C_1O = 60^\circ, B_1C_1 \parallel B_2C_2 \parallel B_3C_3,$$

$$\therefore \angle D_1C_1E_1 = \angle C_2B_2E_2 = \angle C_3B_3E_3 = 30^\circ,$$

$$\therefore D_1E_1 = C_1D_1 \sin 30^\circ = \frac{1}{2},$$

$$\text{则 } B_2C_2 = \frac{B_2E_2}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^1,$$

$$\text{同理可得： } B_3C_3 = \frac{1}{3} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2,$$

故正方形 $A_nB_nC_nD_n$ 的边长是: $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{n-1}$.

则正方形 $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ 的边长是: $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2017}$.

答案: C

二、填空题(本大题共 3 小题, 共 10 分, 17, 18 小题, 每小题 3 分, 19 小题共 4 分)

17. $\sqrt{10}$ 在两个连续整数 a 和 b 之间, 且 $a < \sqrt{10} < b$, 那么 a 、 b 的值分别是____, ____.

解析: 首先找出与 10 邻近的两个完全平方数, 则这两个数应该是 9 和 16, 即 $\sqrt{3^2} < \sqrt{10} < \sqrt{4^2}$,

所以 $a=3$, $b=4$.

答案: 3, 4

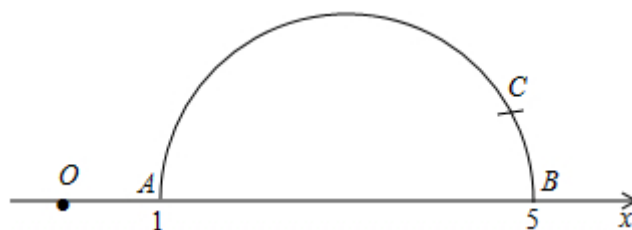
18. 阅读以下作图过程:

第一步: 在数轴上, 点 O 表示数 0, 点 A 表示数 1, 点 B 表示数 5, 以 AB 为直径作半圆(如图);

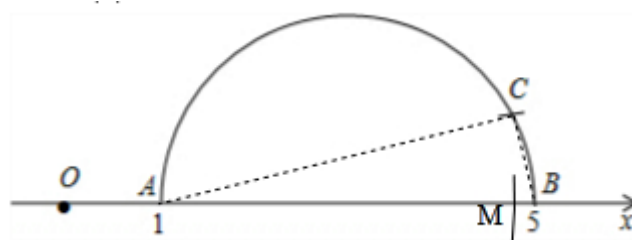
第二步: 以 B 点为圆心, 1 为半径作弧交半圆于点 C (如图);

第三步: 以 A 点为圆心, AC 为半径作弧交数轴的正半轴于点 M .

请你在下面的数轴中完成第三步的画图(保留作图痕迹, 不写画法), 并写出点 M 表示的数为_____.



解析: 如图, 点 M 即为所求,



连接 AC 、 BC ,

由题意知, $AB=4$ 、 $BC=1$,

$\because AB$ 为圆的直径,

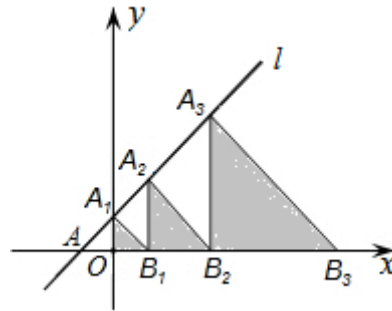
$\therefore \angle ACB=90^\circ$,

则 $AM = AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$,

\therefore 点 M 表示的数为 $\sqrt{15} + 1$.

答案: $\sqrt{15} + 1$

19. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y=x+2$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 A_1 , 若图中阴影部分的三角形都是等腰直角三角形, 则从左往右第 4 个阴影三角形的面积是____, 第 2017 个阴影三角形的面积是_____.



解析: 根据一次函数图象上点的坐标特征结合等腰直角三角形的性质, 即可得出 OA_1 、 A_2B_1 、 A_3B_2 、 A_4B_3 的值, 根据边的长度的变化即可找出变化规律 “ $A_{n+1}B_n = B_nB_{n+1} = 2^{n+1}$ ”, 再根据三角形的面积即可得出 $S_{n+1} = \frac{1}{2} \times (2^{n+1})^2 = 2^{2n+1}$, 分别代入 $n=3$ 、2016 即可求出结论.

当 $x=0$ 时, $y=x+2=2$,

$$\therefore OA_1 = OB_1 = 2;$$

当 $x=2$ 时, $y=x+2=4$,

$$\therefore A_2B_1 = B_1B_2 = 4;$$

当 $x=2+4=6$ 时, $y=x+2=8$,

$$\therefore A_3B_2 = B_2B_3 = 8;$$

当 $x=6+8=14$ 时, $y=x+2=16$,

$$\therefore A_4B_3 = B_3B_4 = 16.$$

$$\therefore A_{n+1}B_n = B_nB_{n+1} = 2^{n+1},$$

$$\therefore S_{n+1} = \frac{1}{2} \times (2^{n+1})^2 = 2^{2n+1}.$$

当 $n=3$ 时, $S_4 = 2^{2 \times 3 + 1} = 128$; 当 $n=2016$ 时, $S_{2017} = 2^{2 \times 2016 + 1} = 2^{4033}$.

答案: 128, 2^{4033}

三、解答题(本大题共 7 小题, 共计 68 分)

20. 如图, 数轴上 a 、 b 、 c 三个数所对应的点分别为 A 、 B 、 C , 已知: b 是最小的正整数, 且 a 、 c 满足 $(c-6)^2 + |a+2| = 0$.



(1) 求代数式 $a^2 + c^2 - 2ac$ 的值.

解析: (1) 根据 $(c-6)^2 + |a+2| = 0$, 利用非负数的性质求得 a , c 的值即可.

答案: (1) $\because (c-6)^2 + |a+2| = 0$,

$$\therefore a+2=0, c-6=0,$$

解得 $a=-2$, $c=6$,

$$\therefore a^2+c^2-2ac=4+36+24=64.$$

(2) 若将数轴折叠, 使得点 A 与点 B 重合, 则与点 C 重合的点表示的数是_____.

解析: (2) 根据轴对称的性质, 可得对称点离对称轴的距离相等, 据此计算即可.

答案: (2) $\because b$ 是最小的正整数,

$$\therefore b=1,$$

$$\therefore (-2+1) \div 2 = -0.5,$$

$$\therefore 6 - (-0.5) = 6.5, \quad -0.5 - 6.5 = -7,$$

\therefore 点 C 与数 -7 表示的点重合.

故答案为: -7

(3) 请在数轴上确定一点 D, 使得 $AD=2BD$, 则点 D 表示的数是_____.

解析: (3) 设点 D 表示的数为 x , 分三种情况讨论即可得到点 D 表示的数是 0 或 4.

答案: (3) 设点 D 表示的数为 x , 则

若点 D 在点 A 的左侧, 则 $-2-x=2(1-x)$,

解得 $x=4$ (舍去);

若点 D 在 A、B 之间, 则 $x-(-2)=2(1-x)$,

解得 $x=0$;

若点 D 在点 B 在右侧, 则 $x-(-2)=2(x-1)$,

解得 $x=4$.

综上所述, 点 D 表示的数是 0 或 4.

故答案为: 0 或 4.

21. 观察下列各个等式的规律:

$$\text{第一个等式: } \frac{2^2 - 1^2 - 1}{2} = 1, \quad \text{第二个等式: } \frac{3^2 - 2^2 - 1}{2} = 2, \quad \text{第三个等式: } \frac{4^2 - 3^2 - 1}{2} = 3 \dots$$

请用上述等式反映出的规律解决下列问题:

(1) 直接写出第四个等式.

解析: (1) 根据题目中的式子的变化规律可以写出第四个等式.

答案: (1) 由题目中式子的变化规律可得,

$$\text{第四个等式是: } \frac{5^2 - 4^2 - 1}{2} = 4.$$

(2) 猜想第 n 个等式 (用 n 的代数式表示), 并证明你猜想的等式是正确的.

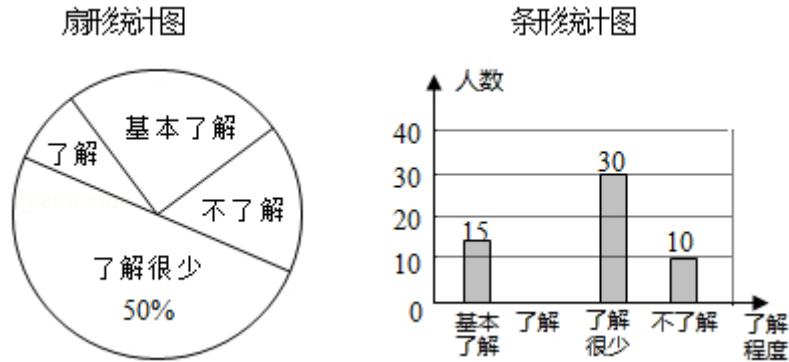
解析: (2) 根据题目中的式子的变化规律可以猜想出第 n 个等式并加以证明.

$$\text{答案: (2) 第 } n \text{ 个等式是: } \frac{(n+1)^2 - n^2 - 1}{2} = n.$$

$$\text{证明: } \therefore \frac{(n+1)^2 - n^2 - 1}{2} = \frac{[(n+1) + n][(n+1) - n] - 1}{2} = \frac{2n + 1 - 1}{2} = \frac{2n}{2} = n,$$

∴第 n 个等式是：
$$\frac{(n+1)^2 - n^2 - 1}{2} = n.$$

22. “校园安全”受到全社会的广泛关注，我县某中学对部分学生就校园安全知识的了解程度，采用随机抽样调查的方式，并根据收集到的信息进行统计，绘制了如下两幅尚不完整的统计图. 请你根据统计图中所提供的信息解答下列问题：



(1) 接受问卷调查的学生共有_____人，扇形统计图中“基本了解”部分所对应扇形的圆心角为_____.

解析：(1) 由了解很少的有 30 人，占 50%，可求得接受问卷调查的学生数，继而求得扇形统计图中“基本了解”部分所对应扇形的圆心角.

答案：(1) 接受问卷调查的学生共有 $30 \div 50\% = 60$ (人)，

扇形统计图中“基本了解”部分所对应扇形的圆心角为 $360^\circ \times \frac{15}{60} = 90^\circ$.

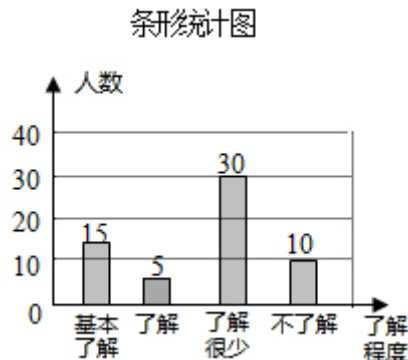
故答案为：60、 90° .

(2) 请补全条形统计图.

解析：(2) 由(1)可求得了解的人数，继而补全条形统计图.

答案：(2) “了解”的人数为： $60 - 15 - 30 - 10 = 5$ ；

补全条形统计图得：

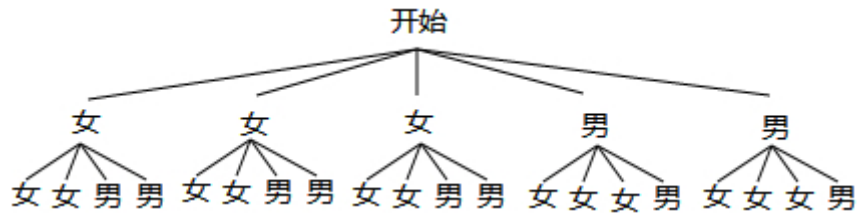


(3) 已知对校园安全知识达到“了解”程度的学生中有 3 个女生，其余为男生，若从中随机抽取 2 人参加校园安全知识竞赛，请用画树状图或列表法求出恰好抽到 1 个男生和 1 个女生的概率.

解析：(3) 首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与恰好抽到 1 个

男生和 1 个女生的情况，再利用概率公式求解即可求得答案.

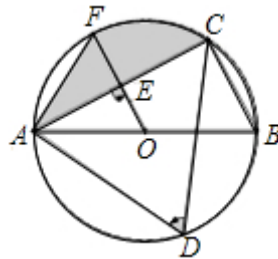
答案：(3)画树状图得：



∵共有 20 种等可能的结果，恰好抽到 1 个男生和 1 个女生的有 12 种情况，

∴恰好抽到 1 个男生和 1 个女生的概率为 $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

23. 如图，已知 AB 是 ⊙O 的直径，点 C、D 在 ⊙O 上，∠D=60° 且 AB=6，过 O 点作 OE⊥AC，垂足为 E.



(1) 求 OE 的长.

解析：(1) 根据 $\angle D=60^\circ$ ，可得出 $\angle B=60^\circ$ ，继而求出 BC，判断出 OE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，就可得出 OE 的长.

答案：(1) ∵ $\angle D=60^\circ$ ，

∴ $\angle B=60^\circ$ (圆周角定理)，

又 ∵ $AB=6$ ，

∴ $BC=3$ ，

∵ AB 是 ⊙O 的直径，

∴ $\angle ACB=90^\circ$ ，

∵ $OE \perp AC$ ，

∴ $OE \parallel BC$ ，

又 ∵ 点 O 是 AB 中点，

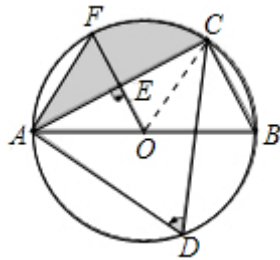
∴ OE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

∴ $OE = \frac{1}{2}BC = \frac{3}{2}$.

(2) 若 OE 的延长线交 ⊙O 于点 F，求弦 AF、AC 和弧 CF 围成的图形(阴影部分)的面积 S.

解析：(2) 连接 OC，将阴影部分的面积转化为扇形 FOC 的面积.

答案：(2) 连接 OC，



则易得 $\triangle COE \cong \triangle AFE$,
故阴影部分的面积=扇形 FOC 的面积,

$$S_{\text{扇形} FOC} = \frac{60\pi \times 3^2}{360} = \frac{3}{2}\pi.$$

即可得阴影部分的面积为 $\frac{3}{2}\pi$.

24. 去年某果园产销两旺, 采摘的苹果部分加工销售, 部分直接销售, 且当天都能销售完, 直接销售是 4 元/斤, 加工销售是 13 元/斤(不计损耗), 已知基地雇佣 20 名工人, 每名工人只能参与采摘和加工中的一项工作, 每人每天可以采摘 70 斤或加工 35 斤. 设安排 x 名工人采摘苹果, 剩下的工人加工苹果.

(1) 若基地一天的总销售收入为 y 元, 求 y 与 x 的函数关系式.

解析: (1) 根据题意可以列出相应的函数关系式, 注意加工之前必须先采摘才可以.

答案: (1) 由题意可得,

$$y = [70x - (20 - x) \times 35] \times 4 + 35(20 - x) \times 13 = -35x + 6300,$$

即 y 与 x 的函数关系式是 $y = -35x + 6300$.

(2) 试求如何分配工人, 才能使一天的销售收入最大? 并求出最大值.

解析: (2) 根据题意和 (1) 中的函数解析式可以解答本题.

答案: (2) $\because 70 \geq 35(20 - x)$,

$$\therefore x \geq \frac{20}{3},$$

$\because x$ 是整数且 $x \leq 20$,

$$\therefore 7 \leq x \leq 20,$$

$$\because y = -35x + 6300,$$

\therefore 当 $x = 7$ 时, y 取得最大值, 此时 $y = -35 \times 7 + 6300 = 6055$, $20 - x = 13$,

答: 安排 7 名工人采摘, 13 名工人加工, 才能使一天的销售收入最大, 最大值是 6055 元.

25. 如图 1 所示, 将一个边长为 2 的正方形 ABCD 和一个长为 2、宽为 1 的长方形 CEFD 拼在一起, 构成一个大的长方形 ABEF. 现将小长方形 CEFD 绕点 C 顺时针旋转至 $CE'F'D'$, 旋转角为 α .

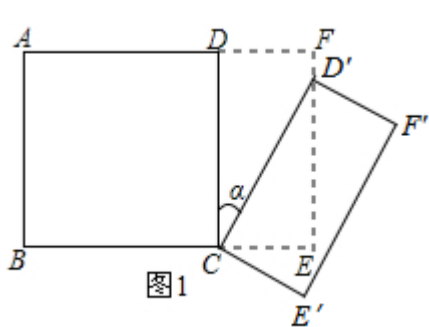


图1

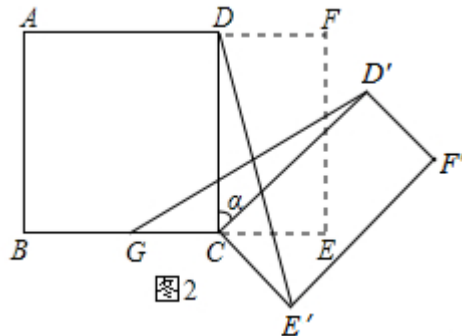


图2

(1) 当点 D' 恰好落在 EF 边上时, 求旋转角 α 的值.

解析: (1) 根据旋转的性质得 $CD' = CD = 2$, 在 $Rt\triangle CED'$ 中, $CD' = 2$, $CE = 1$, 则 $\angle CD'E = 30^\circ$, 然后根据平行线的性质即可得到 $\angle \alpha = 30^\circ$.

答案: (1) \because 长方形 $CEFD$ 绕点 C 顺时针旋转至 $CE'F'D'$,

$\therefore CD' = CD = 2$,

在 $Rt\triangle CED'$ 中, $CD' = 2$, $CE = 1$,

$\therefore \angle CD'E = 30^\circ$,

$\because CD \parallel EF$,

$\therefore \angle \alpha = 30^\circ$.

(2) 如图 2, G 为 BC 中点, 且 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, 求证: $GD' = E'D$.

解析: (2) 由 G 为 BC 中点可得 $CG = CE$, 根据旋转的性质得 $\angle D'CE' = \angle DCE = 90^\circ$, $CE = CE'$, 则 $\angle GCD' = \angle DCE' = 90^\circ + \alpha$, 然后根据“SAS”可判断 $\triangle GCD' \cong \triangle E'CD$, 则 $GD' = E'D$.

答案: (2) 证明: $\because G$ 为 BC 中点,

$\therefore CG = 1$,

$\therefore CG = CE$,

\because 长方形 $CEFD$ 绕点 C 顺时针旋转至 $CE'F'D'$,

$\therefore \angle D'CE' = \angle DCE = 90^\circ$, $CE = CE' = CG$,

$\therefore \angle GCD' = \angle DCE' = 90^\circ + \alpha$,

在 $\triangle GCD'$ 和 $\triangle E'CD$ 中

$$\begin{cases} CD' = CD \\ \angle GCD' = \angle DCE' \\ CG = CE' \end{cases}$$

$\therefore \triangle GCD' \cong \triangle E'CD$ (SAS),

$\therefore GD' = E'D$.

(3) 小长方形 $CEFD$ 绕点 C 顺时针旋转一周的过程中, $\triangle DCD'$ 与 $\triangle CBD'$ 能否全等? 若能, 直接写出旋转角 α 的值; 若不能说明理由.

解析: (3) 根据正方形的性质得 $CB = CD$, 而 $CD = CD'$, 则 $\triangle BCD'$ 与 $\triangle DCD'$ 为腰相等的两等腰三角形, 当两顶角相等时它们全等, 当 $\triangle BCD'$ 与 $\triangle DCD'$ 为钝角三角形时, 可计算出 $\alpha = 135^\circ$, 当 $\triangle BCD'$ 与 $\triangle DCD'$ 为锐角三角形时, 可计算得到 $\alpha = 315^\circ$.

答案: (3) 能. 理由如下:

\because 四边形 $ABCD$ 为正方形,

∴CB=CD,

∴CD=CD' ,

∴△BCD' 与△DCD' 为腰相等的两等腰三角形,

当∠BCD' =∠DCD' 时, △BCD' ≅△DCD' ,

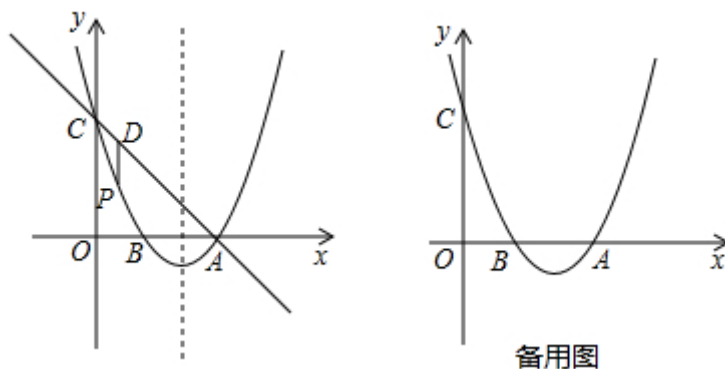
当△BCD' 与△DCD' 为钝角三角形时, 则旋转角 $\alpha = \frac{360^\circ - 90^\circ}{2} = 135^\circ$,

当△BCD' 与△DCD' 为锐角三角形时, $\angle BCD' = \angle DCD' = \frac{1}{2} \angle BCD = 45^\circ$

则 $\alpha = 360^\circ - \frac{90^\circ}{2} = 315^\circ$,

即旋转角 α 的值为 135° 或 315° 时, △BCD' 与△DCD' 全等.

26. 已知如图, 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 过点 A(3, 0), B(1, 0), 交 y 轴于点 C, 点 P 是该抛物线上一动点, 点 P 从 C 点沿抛物线向 A 点运动(点 P 不与点 A 重合), 过点 P 作 PD//y 轴交直线 AC 于点 D.



(1) 求抛物线的解析式.

解析: (1) 把点 A、B 的坐标代入抛物线解析式, 解方程组得到 b、c 的值, 即可得解.

答案: (1) ∵ 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 过点 A(3, 0), B(1, 0),

$$\therefore \begin{cases} 9 + 3b + c = 0 \\ 1 + b + c = 0 \end{cases} ,$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = -4 \\ c = 3 \end{cases} ,$$

∴ 抛物线解析式为 $y=x^2-4x+3$.

(2) 求点 P 在运动的过程中线段 PD 长度的最大值.

解析: (2) 求出点 C 的坐标, 再利用待定系数法求出直线 AC 的解析式, 再根据抛物线解析式设出点 P 的坐标, 然后表示出 PD 的长度, 再根据二次函数的最值问题解答.

答案: (2) 令 $x=0$, 则 $y=3$,

∴ 点 C(0, 3),

则直线 AC 的解析式为 $y=-x+3$,

设点 P(x, x^2-4x+3),

∵ PD // y 轴,

∴ 点 D(x, -x+3),

$$\therefore PD = (-x+3) - (x^2 - 4x + 3) = -x^2 + 3x = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4},$$

∵ a = -1 < 0,

∴ 当 $x = \frac{3}{2}$ 时, 线段 PD 的长度有最大值 $\frac{9}{4}$.

(3) $\triangle APD$ 能否构成直角三角形? 若能请直接写出点 P 坐标, 若不能请说明理由.

解析: (3) ① $\angle APD$ 是直角时, 点 P 与点 B 重合, ② 求出抛物线顶点坐标, 然后判断出点 P 为在抛物线顶点时, $\angle PAD$ 是直角, 分别写出点 P 的坐标即可.

答案: (3) ① $\angle APD$ 是直角时, 点 P 与点 B 重合,

此时, 点 P(1, 0),

$$\text{② } \because y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1,$$

∴ 抛物线的顶点坐标为(2, -1),

∴ A(3, 0),

∴ 点 P 为在抛物线顶点时, $\angle PAD = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$,

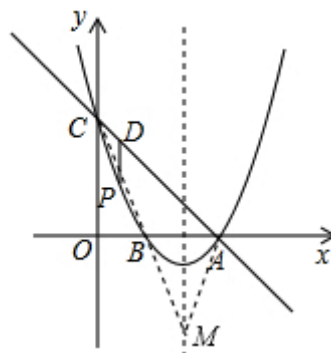
此时, 点 P(2, -1),

综上所述, 点 P(1, 0) 或 (2, -1) 时, $\triangle APD$ 能构成直角三角形.

(4) 在抛物线对称轴上是否存在点 M 使 $|MA - MC|$ 最大? 若存在请求出点 M 的坐标, 若不存在请说明理由.

解析: (4) 根据抛物线的对称性可知 $MA = MB$, 再根据三角形的任意两边之差小于第三边可知点 M 为直线 CB 与对称轴交点时, $|MA - MC|$ 最大, 然后利用待定系数法求出直线 BC 的解析式, 再求解即可.

答案: (4) 由抛物线的对称性, 对称轴垂直平分 AB,



∴ $MA = MB$,

由三角形的三边关系, $|MA - MC| < BC$,

∴ 当 M、B、C 三点共线时, $|MA - MC|$ 最大, 为 BC 的长度,

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

$$\text{则 } \begin{cases} k + b = 0 \\ b = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -3 \\ b = 3 \end{cases},$$

∴直线 BC 的解析式为 $y=-3x+3$,

∴抛物线 $y=x^2-4x+3$ 的对称轴为直线 $x=2$,

∴当 $x=2$ 时, $y=-3\times 2+3=-3$,

∴点 $M(2, -3)$,

即, 抛物线对称轴上存在点 $M(2, -3)$, 使 $|MA-MC|$ 最大.