

2016 年湖北省荆门市中考真题数学

一、选择题(本题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分, 每小题给出 4 个选项, 有且只有一个答案是正确的)

1. 2 的绝对值是()

A. 2

B. -2

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

解析: $\because 2 > 0$,

$\therefore |2| = 2$.

答案: A.

2. 下列运算正确的是()

A. $a+2a=2a^2$

B. $(-2ab^2)^2=4a^2b^4$

C. $a^6 \div a^3=a^2$

D. $(a-3)^2=a^2-9$

解析: A、合并同类项系数相加字母及指数不变, 故 A 错误;

B、积的乘方等于乘方的积, 故 B 正确;

C、同底数幂的除法底数不变指数相减, 故 C 错误;

D、差的平方等于平方和减积的二倍, 故 D 错误.

答案: B.

3. 要使式子 $\frac{\sqrt{x-1}}{2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是()

A. $x > 1$

B. $x > -1$

C. $x \geq 1$

D. $x \geq -1$

解析: 要使式子 $\frac{\sqrt{x-1}}{2}$ 有意义,

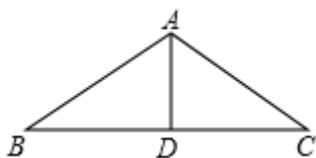
故 $x-1 \geq 0$,

解得: $x \geq 1$.

则 x 的取值范围是: $x \geq 1$.

答案: C.

4. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线. 已知 $AB=5$, $AD=3$, 则 BC 的长为()



- A. 5
- B. 6
- C. 8
- D. 10

解析：∵AB=AC，AD 是∠BAC 的平分线，
 ∴AD⊥BC，BD=CD，
 ∵AB=5，AD=3，

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 4,$$

$$\therefore BC = 2BD = 8.$$

答案：C.

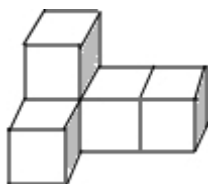
5. 在平面直角坐标系中，若点 A(a, -b) 在第一象限内，则点 B(a, b) 所在的象限是()

- A. 第一象限
- B. 第二象限
- C. 第三象限
- D. 第四象限

解析：∵点 A(a, -b) 在第一象限内，
 ∴a>0，-b>0，
 ∴b<0，
 ∴点 B(a, b) 所在的象限是第四象限.

答案：D.

6. 由 5 个大小相同的小正方体拼成的几何体如图所示，则下列说法正确的是()



- A. 主视图的面积最小
- B. 左视图的面积最小
- C. 俯视图的面积最小
- D. 三个视图的面积相等

解析：从正面看第一层是三个小正方形，第二层左边一个小正方形，主视图的面积是 4；
 从左边看第一层是两个小正方形，第二层左边一个小正方形，左视图的面积为 3；
 从上边看第一列是两个小正方形，第二列是一个小正方形，第三列是一个小正方形，俯视图的面积是 4，

左视图面积最小，故 B 正确.

答案：B.

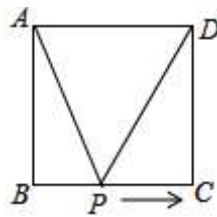
7. 化简 $\frac{x}{x^2+2x+1} \div \left(1 - \frac{1}{x+1}\right)$ 的结果是 ()

- A. $\frac{1}{x+1}$
- B. $\frac{x+1}{x}$
- C. $x+1$
- D. $x-1$

解析: 原式 = $\frac{x}{(x+1)^2} \div \frac{x}{x+1} = \frac{x}{(x+1)^2} \cdot \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x+1}$.

答案: A.

8. 如图, 正方形 ABCD 的边长为 2cm, 动点 P 从点 A 出发, 在正方形的边上沿 A→B→C 的方向运动到点 C 停止, 设点 P 的运动路程为 x (cm), 在下列图象中, 能表示 $\triangle ADP$ 的面积 y (cm²) 关于 x (cm) 的函数关系的图象是 ()



- A.
- B.
- C.
- D.

解析：当 P 点由 A 运动到 B 点时，即 $0 \leq x \leq 2$ 时， $y = \frac{1}{2} \times 2x = x$ ，

当 P 点由 B 运动到 C 点时，即 $2 < x < 4$ 时， $y = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ ，

符合题意的函数关系的图象是 A.

答案：A.

9. 已知 3 是关于 x 的方程 $x^2 - (m+1)x + 2m = 0$ 的一个实数根，并且这个方程的两个实数根恰好是等腰 $\triangle ABC$ 的两条边的边长，则 $\triangle ABC$ 的周长为()

A. 7

B. 10

C. 11

D. 10 或 11

解析：把 $x=3$ 代入方程得 $9 - 3(m+1) + 2m = 0$ ，

解得 $m=6$ ，

则原方程为 $x^2 - 7x + 12 = 0$ ，

解得 $x_1=3$ ， $x_2=4$ ，

因为这个方程的两个根恰好是等腰 $\triangle ABC$ 的两条边长，

①当 $\triangle ABC$ 的腰为 4，底边为 3 时，则 $\triangle ABC$ 的周长为 $4+4+3=11$ ；

②当 $\triangle ABC$ 的腰为 3，底边为 4 时，则 $\triangle ABC$ 的周长为 $3+3+4=10$ 。

综上所述，该 $\triangle ABC$ 的周长为 10 或 11.

答案：D.

10. 若二次函数 $y=x^2+mx$ 的对称轴是 $x=3$ ，则关于 x 的方程 $x^2+mx=7$ 的解为()

A. $x_1=0$ ， $x_2=6$

B. $x_1=1$ ， $x_2=7$

C. $x_1=1$ ， $x_2=-7$

D. $x_1=-1$ ， $x_2=7$

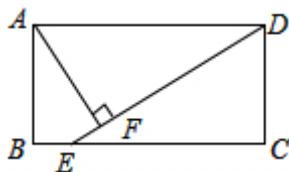
解析： \because 二次函数 $y=x^2+mx$ 的对称轴是 $x=3$ ，

$\therefore -\frac{m}{2}=3$ ，解得 $m=-6$ ，

\therefore 关于 x 的方程 $x^2+mx=7$ 可化为 $x^2-6x-7=0$ ，即 $(x+1)(x-7)=0$ ，解得 $x_1=-1$ ， $x_2=7$ 。

答案：D.

11. 如图，在矩形 ABCD 中 ($AD > AB$)，点 E 是 BC 上一点，且 $DE=DA$ ， $AF \perp DE$ ，垂足为点 F，在下列结论中，不一定正确的是()



A. $\triangle AFD \cong \triangle DCE$

B. $AF = \frac{1}{2} AD$

C. $AB=AF$

D. $BE=AD-DF$

解析：(A)由矩形 $ABCD$ ， $AF \perp DE$ 可得 $\angle C = \angle AFD = 90^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle ADF = \angle DEC$ 。

又 $\because DE=AD$ ，

$\therefore \triangle AFD \cong \triangle DCE$ (AAS)，故 (A) 正确；

(B) $\because \angle ADF$ 不一定等于 30° ，

\therefore 直角三角形 ADF 中， AF 不一定等于 AD 的一半，故 (B) 错误；

(C) 由 $\triangle AFD \cong \triangle DCE$ ，可得 $AF=CD$ ，

由矩形 $ABCD$ ，可得 $AB=CD$ ，

$\therefore AB=AF$ ，故 (C) 正确；

(D) 由 $\triangle AFD \cong \triangle DCE$ ，可得 $CE=DF$ ，

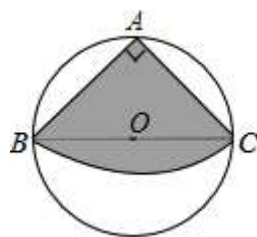
由矩形 $ABCD$ ，可得 $BC=AD$ ，

又 $\because BE=BC-EC$ ，

$\therefore BE=AD-DF$ ，故 (D) 正确。

答案：B.

12. 如图，从一块直径为 24cm 的圆形纸片上剪出一个圆心角为 90° 的扇形 ABC ，使点 A, B, C 在圆周上，将剪下的扇形作为一个圆锥的侧面，则这个圆锥的底面圆的半径是 ()



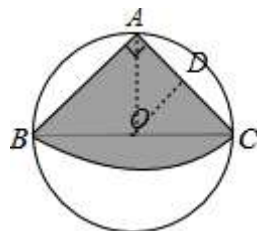
A. 12cm

B. 6cm

C. $3\sqrt{2}$ cm

D. $2\sqrt{3}$ cm

解析：作 $OD \perp AC$ 于点 D ，连接 OA ，



$\therefore \angle OAD = 45^\circ$ ， $AC = 2AD$ ，

$\therefore AC = 2(OA \times \cos 45^\circ) = 12\sqrt{2}$ cm，

$\therefore \frac{90\pi \times 12\sqrt{2}}{180} = 6\sqrt{2}\pi$

∴圆锥的底面圆的半径= $6\sqrt{2}\pi \div (2\pi) = 3\sqrt{2}$ cm.

答案：C.

二、填空题(本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分)

13. 分解因式： $(m+1)(m-9)+8m=$ _____.

解析： $(m+1)(m-9)+8m$ ，
 $=m^2-9m+m-9+8m$ ，
 $=m^2-9$ ，
 $=(m+3)(m-3)$.

答案： $(m+3)(m-3)$.

14. 为了改善办学条件，学校购置了笔记本电脑和台式电脑共 100 台，已知笔记本电脑的台数比台式电脑的台数的 $\frac{1}{4}$ 还少 5 台，则购置的笔记本电脑有_____台.

解析：设购置的笔记本电脑有 x 台，则购置的台式电脑为 $(100-x)$ 台，

依题意得： $x = \frac{1}{4}(100-x) - 5$ ，即 $20 - \frac{5}{4}x = 0$ ，

解得： $x=16$.

∴购置的笔记本电脑有 16 台.

答案：16.

15. 荆楚学校为了了解九年级学生“一分钟内跳绳次数”的情况，随机选取了 3 名女生和 2 名男生，则从这 5 名学生中，选取 2 名同时跳绳，恰好选中一男一女的概率是_____.

解析：画树状图如下：

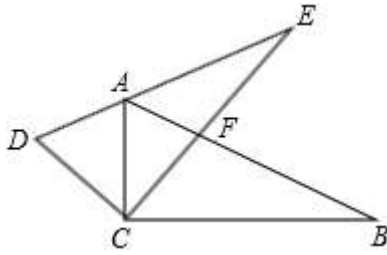


由树状图可知共有 20 种等可能性结果，其中抽到一男一女的情况有 12 种，

所以抽到一男一女的概率为 $P(\text{一男一女}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

答案： $\frac{3}{5}$.

16. 两个全等的三角尺重叠放在 $\triangle ACB$ 的位置，将其中一个三角尺绕着点 C 按逆时针方向旋转至 $\triangle DCE$ 的位置，使点 A 恰好落在边 DE 上， AB 与 CE 相交于点 F . 已知 $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $AB = 8$ cm，则 $CF =$ _____ cm.



解析：∵将其中一个三角尺绕着点 C 按逆时针方向旋转至 $\triangle DCE$ 的位置，使点 A 恰好落在边 DE 上，

$$\therefore DC=AC, \angle D=\angle CAB,$$

$$\therefore \angle D=\angle DAC,$$

$$\therefore \angle ACB=\angle DCE=90^\circ, \angle B=30^\circ,$$

$$\therefore \angle D=\angle CAB=60^\circ,$$

$$\therefore \angle DCA=60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACF=30^\circ,$$

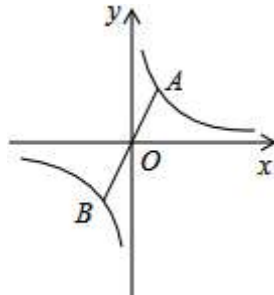
可得 $\angle AFC=90^\circ$ ，

$$\therefore AB=8\text{cm}, \therefore AC=4\text{cm},$$

$$\therefore FC=4\cos 30^\circ =2\sqrt{3}(\text{cm}).$$

答案： $2\sqrt{3}$.

17. 如图，已知点 A(1, 2) 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象上的一点，连接 AO 并延长交双曲线的另一分支于点 B，点 P 是 x 轴上一动点；若 $\triangle PAB$ 是等腰三角形，则点 P 的坐标是_____.



解析：由对称性可知 O 为 AB 的中点，则当 $\triangle PAB$ 为等腰三角形时只能有 $PA=AB$ 或 $PB=AB$ ，设 P 点坐标为 (x, 0)，可分别表示出 PA 和 PB，从而可得到关与 x 的方程，可求得 x，可求得 P 点坐标.

答案： (-3, 0) 或 (5, 0) 或 (3, 0) 或 (-5, 0).

三、解答题(本题共 7 小题，共 69 分)

18. (1) 计算： $|1-\sqrt{3}|+3\tan 30^\circ -(\sqrt{3}-5)^0 -(-\frac{1}{3})^{-1}$.

(2) 解不等式组 $\begin{cases} 2x+1>0 \textcircled{1} \\ \frac{2-x}{2} \geq \frac{x+3}{3} \textcircled{2} \end{cases}$.

解析：(1) 首先去掉绝对值符号，计算乘方，代入特殊角的三角函数值，然后进行加减计算

即可;

(2) 首先解每个不等式, 两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集.

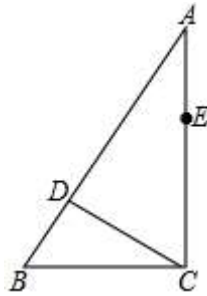
答案: (1) 原式 = $\sqrt{3} - 1 + 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 1 - (-3) = \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 3 = 2$;

(2) 解①得 $x > -\frac{1}{2}$,

解②得 $x \leq 0$,

则不等式组的解集是 $-\frac{1}{2} < x \leq 0$.

19. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D, E 分别在 AB, AC 上, $CE = BC$, 连接 CD , 将线段 CD 绕点 C 按顺时针方向旋转 90° 后得 CF , 连接 EF .



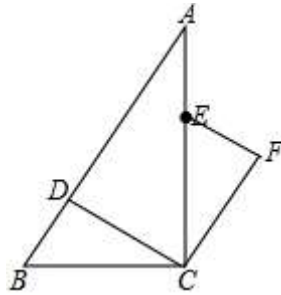
(1) 补充完成图形;

(2) 若 $EF \parallel CD$, 求证: $\angle BDC = 90^\circ$.

解析: (1) 根据题意补全图形, 如图所示;

(2) 由旋转的性质得到 $\angle DCF$ 为直角, 由 EF 与 CD 平行, 得到 $\angle EFC$ 为直角, 利用 SAS 得到三角形 BDC 与三角形 EFC 全等, 利用全等三角形对应角相等即可得证.

答案: (1) 补全图形, 如图所示;



(2) 由旋转的性质得: $\angle DCF = 90^\circ$,

$$\therefore \angle DCE + \angle ECF = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE + \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ECF = \angle BCD,$$

$$\because EF \parallel DC,$$

$$\therefore \angle EFC + \angle DCF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EFC = 90^\circ,$$

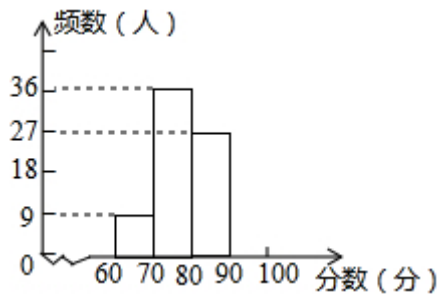
在 $\triangle BDC$ 和 $\triangle EFC$ 中,

$$\begin{cases} DC = FC \\ \angle BCD = \angle ECF, \\ BC = EC \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDC \cong \triangle EFC$ (SAS),

$\therefore \angle BDC = \angle EFC = 90^\circ$.

20. 秋季新学期开学时, 红城中学对七年级新生掌握“中学生日常行为规范”的情况进行了知识测试, 测试成绩全部合格, 现学校随机选取了部分学生的成绩, 整理并制作成了如下不完整的图表:



分数段	频数	频率
$60 \leq x < 70$	9	a
$70 \leq x < 80$	36	0.4
$80 \leq x < 90$	27	b
$90 \leq x \leq 100$	c	0.2

请根据上述统计图表, 解答下列问题:

(1) 在表中, $a = \underline{\quad}$, $b = \underline{\quad}$, $c = \underline{\quad}$;

(2) 补全频数直方图;

(3) 根据以上选取的数据, 计算七年级学生的平均成绩.

(4) 如果测试成绩不低于 80 分者为“优秀”等次, 请你估计全校七年级的 800 名学生中, “优秀”等次的学生约有多少人?

解析: (1) 根据表格中的数据可以求得抽查的学生数, 从而可以求得 a、b、c 的值;

(2) 根据 (1) 中 c 的值, 可以将频数分布直方图补充完整;

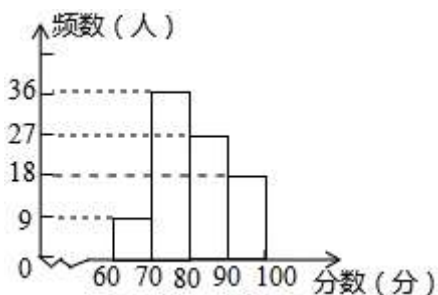
(3) 根据平均数的定义和表格中的数据可以求得七年级学生的平均成绩;

(4) 根据表格中的数据可以求得“优秀”等次的学生数.

答案: (1) 抽查的学生数: $36 \div 0.4 = 90$,

$a = 9 \div 90 = 0.1$, $b = 27 \div 90 = 0.3$, $c = 90 \times 0.2 = 18$.

(2) 补全的频数分布直方图如下图所示,



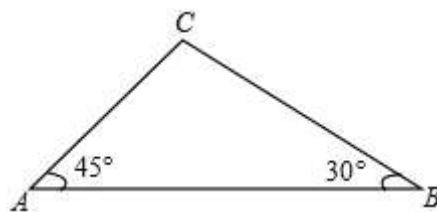
$$(3) \because \frac{9 \times 65 + 36 \times 75 + 27 \times 85 + 18 \times 95}{90} = 81,$$

即七年级学生的平均成绩是 81 分；

$$(4) \because 800 \times (0.3 + 0.2) = 800 \times 0.5 = 400,$$

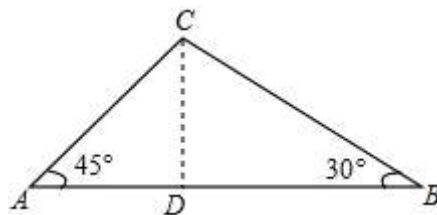
即“优秀”等次的学生约有 400 人.

21. 如图, 天星山山脚下西端 A 处与东端 B 处相距 $800(1 + \sqrt{3})$ 米, 小军和小明同时分别从 A 处和 B 处向山顶 C 匀速行走. 已知山的西端的坡角是 45° , 东端的坡角是 30° , 小军的行走速度为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 米/秒. 若小明与小军同时到达山顶 C 处, 则小明的行走速度是多少?



解析: 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D, 设 $AD = x$ 米, 小明的行走速度是 a 米/秒, 根据直角三角形的性质用 x 表示出 AC 与 BC 的长, 再根据小明与小军同时到达山顶 C 处即可得出结论.

答案: 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D, 设 $AD = x$ 米, 小明的行走速度是 a 米/秒,



$$\because \angle A = 45^\circ, \quad CD \perp AB,$$

$$\therefore AD = CD = x \text{ 米},$$

$$\therefore AC = \sqrt{2}x.$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中,

$$\because \angle B = 30^\circ,$$

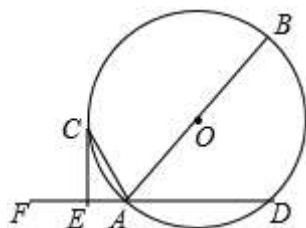
$$\therefore BC = \frac{CD}{\sin 30^\circ} = \frac{x}{\frac{1}{2}} = 2x,$$

\therefore 小军的行走速度为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 米/秒. 若小明与小军同时到达山顶 C 处,

$$\therefore \frac{\sqrt{2}x}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2x}{a}, \text{ 解得 } a = 1 \text{ 米/秒}.$$

答: 小明的行走速度是 1 米/秒.

22. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，AD 是 $\odot O$ 的弦，点 F 是 DA 延长线的一点，AC 平分 $\angle FAB$ 交 $\odot O$ 于点 C，过点 C 作 $CE \perp DF$ ，垂足为点 E.



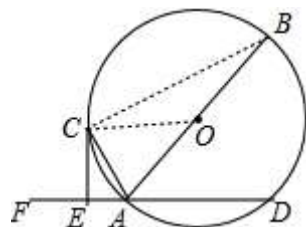
(1) 求证：CE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $AE=1$ ， $CE=2$ ，求 $\odot O$ 的半径.

解析：(1) 证明：连接 CO，证得 $\angle OCA = \angle CAE$ ，由平行线的判定得到 $OC \parallel FD$ ，再证得 $OC \perp CE$ ，即可证得结论；

(2) 证明：连接 BC，由圆周角定理得到 $\angle BCA = 90^\circ$ ，再证得 $\triangle ABC \sim \triangle ACE$ ，根据相似三角形的性质即可证得结论.

答案：(1) 证明：连接 CO，



$\because OA = OC$,

$\therefore \angle OCA = \angle OAC$,

$\because AC$ 平分 $\angle FAB$,

$\therefore \angle OCA = \angle CAE$,

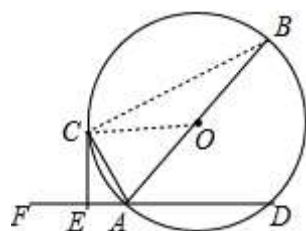
$\therefore OC \parallel FD$,

$\because CE \perp DF$,

$\therefore OC \perp CE$,

$\therefore CE$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 证明：连接 BC，



在 $Rt\triangle ACE$ 中， $AC = \sqrt{AE^2 + EC^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ ，

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle BCA = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BCA = \angle CEA$ ，

$\because \angle CAE = \angle CAB$ ，

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACE$ ，

$$\therefore \frac{CA}{AB} = \frac{AE}{AC},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}}{AB} = \frac{1}{\sqrt{5}},$$

$$\therefore AB=5,$$

$\therefore AO=2.5$, 即 $\odot O$ 的半径为 2.5.

23. A 城有某种农机 30 台, B 城有该农机 40 台, 现要将这些农机全部运往 C, D 两乡, 调运任务承包给某运输公司. 已知 C 乡需要农机 34 台, D 乡需要农机 36 台, 从 A 城往 C, D 两乡运送农机的费用分别为 250 元/台和 200 元/台, 从 B 城往 C, D 两乡运送农机的费用分别为 150 元/台和 240 元/台.

(1) 设 A 城运往 C 乡该农机 x 台, 运送全部农机的总费用为 W 元, 求 W 关于 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(2) 现该运输公司要求运送全部农机的总费用不低于 16460 元, 则有多少种不同的调运方案? 将这些方案设计出来;

(3) 现该运输公司决定对 A 城运往 C 乡的农机, 从运输费中每台减免 a 元 ($a \leq 200$) 作为优惠, 其它费用不变, 如何调运, 使总费用最少?

解析: (1) A 城运往 C 乡的化肥为 x 吨, 则可得 A 城运往 D 乡的化肥为 $30-x$ 吨, B 城运往 C 乡的化肥为 $34-x$ 吨, B 城运往 D 乡的化肥为 $40-(34-x)$ 吨, 从而可得出 W 与 x 大的函数关系.

(2) 根据题意得 $140x+12540 \geq 16460$ 求得 $28 \leq x \leq 30$, 于是得到有 3 种不同的调运方案, 写出方案即可;

(3) 根据题意得到 $W=(140-a)x+12540$, 所以当 $a=200$ 时, y 最小 $=-60x+12540$, 此时 $x=30$ 时 y 最小 $=10740$ 元. 于是得到结论.

答案: (1) $W=250x+200(30-x)+150(34-x)+240(6+x)=140x+12540$ ($0 < x \leq 30$);

(2) 根据题意得 $140x+12540 \geq 16460$,

$$\therefore x \geq 28,$$

$$\therefore x \leq 30,$$

$$\therefore 28 \leq x \leq 30,$$

\therefore 有 3 种不同的调运方案,

第一种调运方案: 从 A 城调往 C 城 28 台, 调往 D 城 2 台, 从 B 城调往 C 城 6 台, 调往 D 城 34 台;

第二种调运方案: 从 A 城调往 C 城 29 台, 调往 D 城 1 台, 从 B 城调往 C 城 5 台, 调往 D 城 35 台;

第三种调运方案: 从 A 城调往 C 城 30 台, 调往 D 城 0 台, 从 B 城调往 C 城 4 台, 调往 D 城 36 台,

$$(3) W=(250-a)x+200(30-x)+150(34-x)+240(6+x)=(140-a)x+12540,$$

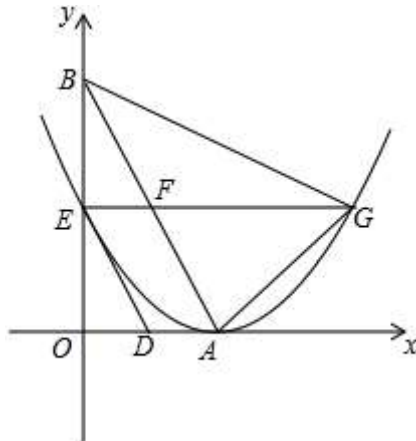
所以当 $a=200$ 时, y 最小 $=-60x+12540$, 此时 $x=30$ 时 y 最小 $=10740$ 元.

此时的方案为: 从 A 城调往 C 城 30 台, 调往 D 城 0 台, 从 B 城调往 C 城 4 台, 调往 D 城 36 台.

24. 如图, 直线 $y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$ 与 x 轴, y 轴分别交于点 A, 点 B, 两动点 D, E 分别从点 A,

点 B 同时出发向点 O 运动(运动到点 O 停止), 运动速度分别是 1 个单位长度/秒和 $\sqrt{3}$ 个单

位长度/秒，设运动时间为 t 秒，以点 A 为顶点的抛物线经过点 E ，过点 E 作 x 轴的平行线，与抛物线的另一个交点为点 G ，与 AB 相交于点 F 。



- (1) 求点 A ，点 B 的坐标；
- (2) 用含 t 的代数式分别表示 EF 和 AF 的长；
- (3) 当四边形 $ADEF$ 为菱形时，试判断 $\triangle AFG$ 与 $\triangle AGB$ 是否相似，并说明理由。
- (4) 是否存在 t 的值，使 $\triangle AGF$ 为直角三角形？若存在，求出这时抛物线的解析式；若不存在，请说明理由。

解析：(1) 在直线 $y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ 中，分别令 $y=0$ 和 $x=0$ ，容易求得 A 、 B 两点坐标；

(2) 由 OA 、 OB 的长可求得 $\angle ABO = 30^\circ$ ，用 t 可表示出 BE ， EF ，和 BF 的长，由勾股定理可求得 AB 的长，从而可用 t 表示出 AF 的长；

(3) 利用菱形的性质可求得 t 的值，则可求得 $AF=AG$ 的长，可得到 $\frac{AF}{AG} = \frac{AG}{AB}$ ，可判定 $\triangle AFG$

与 $\triangle AGB$ 相似；

(4) 若 $\triangle AGF$ 为直角三角形时，由条件可知只能是 $\angle FAG = 90^\circ$ ，又 $\angle AFG = \angle OAF = 60^\circ$ ，由(2)可知 $AF = 4 - 2t$ ， $EF = t$ ，又由二次函数的对称性可得到 $EG = 2OA = 4$ ，从而可求出 FG ，在 $Rt\triangle AGF$ 中，可得到关于 t 的方程，可求得 t 的值，进一步可求得 E 点坐标，利用待定系数法可求得抛物线的解析式。

答案：(1) 在直线 $y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ 中，

令 $y=0$ 可得 $0 = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$ ，解得 $x=2$ ，

令 $x=0$ 可得 $y=2\sqrt{3}$ ，

$\therefore A$ 为 $(2, 0)$ ， B 为 $(0, 2\sqrt{3})$ ；

(2) 由(1)可知 $OA=2$ ， $OB=2\sqrt{3}$ ，

$$\therefore \tan \angle ABO = \frac{OA}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$\therefore \angle ABO = 30^\circ$ ，

\therefore 运动时间为 t 秒，

$$\therefore BE = \sqrt{3}t,$$

$\because EF \parallel x$ 轴,

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle BEF \text{ 中, } EF = BE \cdot \tan \angle ABO = \frac{\sqrt{3}}{3}BE = t, \quad BF = 2EF = 2t,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $OA = 2, OB = 2\sqrt{3},$

$$\therefore AB = 4,$$

$$\therefore AF = 4 - 2t;$$

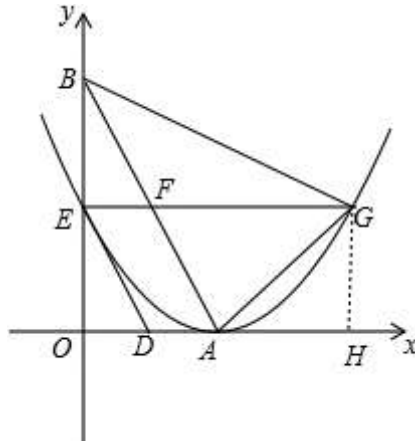
(3) 相似. 理由如下:

当四边形 ADEF 为菱形时, 则有 $EF = AF,$

$$\text{即 } t = 4 - 2t, \text{ 解得 } t = \frac{4}{3},$$

$$\therefore AF = 4 - 2t = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}, \quad OE = OB - BE = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} \times \frac{4}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

如图, 过 G 作 $GH \perp x$ 轴, 交 x 轴于点 H,



则四边形 OEGH 为矩形,

$$\therefore GH = OE = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

又 $EG \parallel x$ 轴, 抛物线的顶点为 A,

$$\therefore OA = AH = 2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AGH \text{ 中, 由勾股定理可得 } AG^2 = GH^2 + AH^2 = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 2^2 = \frac{16}{3},$$

$$\text{又 } AF \cdot AB = \frac{4}{3} \times 4 = \frac{16}{3},$$

$$\therefore AF \cdot AB = AG^2, \text{ 即 } \frac{AF}{AG} = \frac{AG}{AB}, \text{ 且 } \angle FAG = \angle GAB,$$

$$\therefore \triangle AFG \sim \triangle AGB;$$

(4) 存在,

$\because EG \parallel x$ 轴,
 $\therefore \angle GFA = \angle BAO = 60^\circ$,
 又 G 点不能在抛物线的对称轴上,
 $\therefore \angle FGA \neq 90^\circ$,
 \therefore 当 $\triangle AGF$ 为直角三角形时, 则有 $\angle FAG = 90^\circ$,
 又 $\angle FGA = 30^\circ$,
 $\therefore FG = 2AF$,
 $\because EF = t$, $EG = 4$,
 $\therefore FG = 4 - t$, 且 $AF = 4 - 2t$,
 $\therefore 4 - t = 2(4 - 2t)$,

解得 $t = \frac{4}{3}$,

即当 t 的值为 $\frac{4}{3}$ 秒时, $\triangle AGF$ 为直角三角形, 此时

$$OE = OB - BE = 2\sqrt{3} - \sqrt{3}t = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} \times \frac{4}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3} ,$$

\therefore E 点坐标为 $(0, \frac{2\sqrt{3}}{3})$,

\because 抛物线的顶点为 A,
 \therefore 可设抛物线解析式为 $y = a(x-2)^2$,

把 E 点坐标代入可得 $\frac{2\sqrt{3}}{3} = 4a$, 解得 $a = \frac{\sqrt{3}}{6}$,

\therefore 抛物线解析式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{6}(x-2)^2$,

即 $y = \frac{\sqrt{3}}{6}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$.