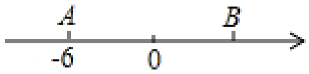
2017年广东省广州市中考数学

一、选择题(本大题共10小题，每小题3分，共30分)

1.如图，数轴上两点A，B表示的数互为相反数，则点B表示的数为(　　)



A.－6

B.6

C.0

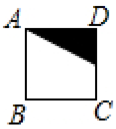
D.无法确定

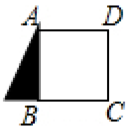
解析：∵数轴上两点A，B表示的数互为相反数，点A表示的数为－6，

∴点B表示的数为6.

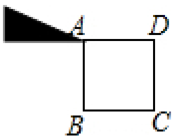
答案：B

2.如图，将正方形ABCD中的阴影三角形绕点A顺时针旋转90°后，得到的图形为(　　)

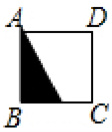




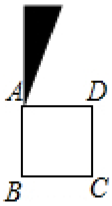
A.



B.



C.



D.

解析：由旋转的性质得，将正方形ABCD中的阴影三角形绕点A顺时针旋转90°后，得到的图形为A.

答案：A.

3.某6人活动小组为了解本组成员的年龄情况，作了一次调查，统计的年龄如下(单位：岁)：12，13，14，15，15，15，这组数据中的众数，平均数分别为(　　)

A.12，14

B.12，15

C.15，14

D.15，13

解析：∵这组数据中，12出现了1次，13出现了1次，14出现了1次，15出现了3次，

∴这组数据的众数为15，

∵这组数据分别为：12、13、14、15、15、15

∴这组数据的平均数$\frac{12+13+14+15+15+15}{6}=14$.

答案：C

4.下列运算正确的是(　　)

A. $\frac{3a+b}{6}=\frac{a+b}{2}$

B. $2\times\frac{a+b}{3}=\frac{2a+b}{3}$

C. $\sqrt{a^2}=a$

D. |a|=a(a≥0)

解析：: A、$\frac{3a+b}{6}$无法化简，故此选项错误；

B、$2\times\frac{a+b}{3}=\frac{2a+2b}{3}$，故此选项错误；

C、$\sqrt{a^2}=|a|$，故此选项错误；

D、|a|=a(a≥0)，正确.

答案：D.

5.关于 x 的一元二次方程 $x^2+8x+q=0$ 有两个不相等的实数根，则 q 的取值范围是(　　)

A. q＜16

B. q＞16

C. q≤4

D. q≥4

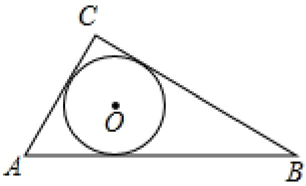
解析：∵关于 x 的一元二次方程 $x^2+8x+q=0$ 有两个不相等的实数根，

∴△$=8^2-4q=64-4q>0$，

解得：q＜16.

答案：A.

6.如图，⊙O 是△ABC 的内切圆，则点 O 是△ABC 的(　　)



A.三条边的垂直平分线的交点

B.三条角平分线的交点

C.三条中线的交点

D.三条高的交点

解析：∵⊙O 是△ABC 的内切圆，

则点 O 到三边的距离相等，

∴点 O 是△ABC 的三条角平分线的交点；

答案：B.

7.计算$\left(a^2b\right)^3\cdot\frac{b^2}{a}$的结果是(　　)

A. a^5b^5

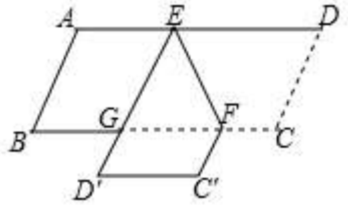
B. a^4b^5

C. ab^5
D. a^5b^6

解析：原式=$a^6b^3 \cdot \frac{b^2}{a}=a^5b^5$.

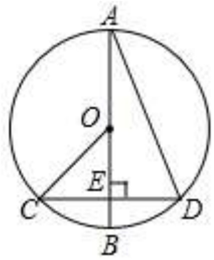
答案：A.

8.如图，E，F 分别是▱ABCD 的边 AD、BC 上的点，EF=6，∠DEF=60°，将四边形 EFCD 沿 EF 翻折，得到 EFC′D′，ED′ 交 BC 于点 G，则△GEF 的周长为(　　)



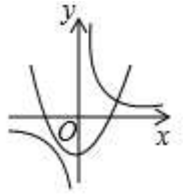
A. 6
B. 12
C. 18
D. 24
解析：∵四边形 ABCD 是平行四边形，
∴AD∥BC，
∴∠AEG=∠EGF，
∵将四边形 EFCD 沿 EF 翻折，得到 EFC′D′，
∴∠GEF=∠DEF=60°，
∴∠AEG=60°，
∴∠EGF=60°，
∴△EGF 是等边三角形，
∵EF=6，
∴△GEF 的周长=18.
答案：C.

9.如图，在⊙O 中，AB 是直径，CD 是弦，AB⊥CD，垂足为 E，连接 CO，AD，∠BAD=20°，则下列说法中正确的是(　　)

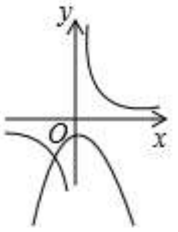


A. AD=2OB
B. CE=EO
C. ∠OCE=40°
D. ∠BOC=2∠BAD
解析：∵AB⊥CD，
∴$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$，CE=DE，
∴∠BOC=2∠BAD=40°，
∴∠OCE=90°－40°=50°.
答案：D.

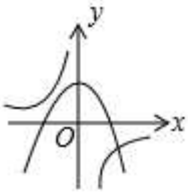
10. a≠0，函数 $y=\dfrac{a}{x}$ 与 y=－ax^2+a 在同一直角坐标系中的大致图象可能是(　　)



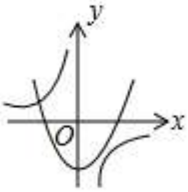
A.



B.



C.



D.

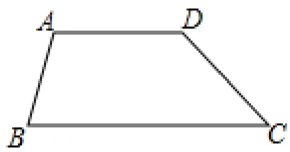
解析：当 a＞0 时，函数 $y=\dfrac{a}{x}$ 的图象位于一、三象限，y=－ax^2+a 的开口向下，交 y 轴的正半轴，没有符合的选项，

当 a＜0 时，函数 $y=\dfrac{a}{x}$ 的图象位于二、四象限，y=－ax^2+a 的开口向上，交 y 轴的负半轴，D 选项符合.

答案：D.

二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

11. 如图，四变形 ABCD 中，AD∥BC，∠A=110°，则∠B=____.



解析：∵AD∥BC，

∴∠A+∠B=180°，

又∵∠A=110°，

∴∠B=70°，

答案：70°.

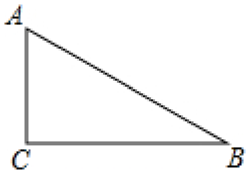
12. 分解因式：xy^2－9x=____.

解析：xy^2－9x=x(y^2－9)=x(y－3)(y+3).

答案：x(y－3)(y+3).

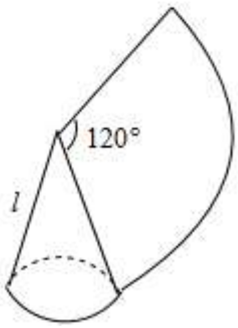
13.当 x=____时，二次函数 y=x^2 - 2x+6 有最小值____.
解析：∵y=x^2 - 2x+6=$(x-1)^2$+5，
∴当 x=1 时，二次函数 y=x^2 - 2x+6 有最小值 5.
答案：1、5.

14.如图，Rt△ABC 中，∠C=90°，BC=15，$\tan A=\frac{15}{8}$，则 AB=____.



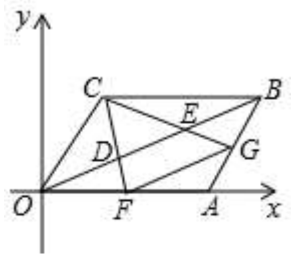
解析：∵Rt△ABC 中，∠C=90°，$\tan A=\frac{15}{8}$，BC=15，
∴$\frac{15}{AC}=\frac{15}{8}$，
解得 AC=8，
根据勾股定理得，$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{8^2+15^2}=17$.
答案：17.

15.如图，圆锥的侧面展开图是一个圆心角为 120°的扇形，若圆锥的底面圆半径是$\sqrt{5}$，则圆锥的母线 l=____.



解析：圆锥的底面周长=$2\pi\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}\pi cm$，
设圆锥的母线长为 R，则：$\frac{120\pi\times R}{180}=2\sqrt{5}\pi$，
解得 R=$3\sqrt{5}$.
答案：$3\sqrt{5}$.

16.如图，平面直角坐标系中 O 是原点，▱ABCD 的顶点 A，C 的坐标分别是(8，0)，(3，4)，点 D，E 把线段 OB 三等分，延长 CD、CE 分别交 OA、AB 于点 F，G，连接 FG.则下列结论：
①F 是 OA 的中点；②△OFD 与△BEG 相似；③四边形 DEGF 的面积是$\frac{20}{3}$；④$OD=\frac{4\sqrt{5}}{3}$
其中正确的结论是____(填写所有正确结论的序号).



解析：①∵四边形 OABC 是平行四边形，

∴BC∥OA，BC=OA，

∴△CDB∽△FDO，

∴ $\dfrac{BC}{OF}=\dfrac{BD}{OD}$，

∵D、E 为 OB 的三等分点，

∴ $\dfrac{BD}{OD}=\dfrac{2}{1}=2$，

∴ $\dfrac{BC}{OF}=2$，

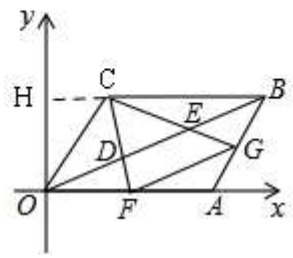
∴BC=2OF，

∴OA=2OF，

∴F 是 OA 的中点；

所以①结论正确；

②如图，延长 BC 交 y 轴于 H，



由 C(3，4)知：OH=4，CH=3，

∴OC=5，

∴AB=OC=5，

∵A(8，0)，

∴OA=8，

∴OA≠AB，

∴∠AOB≠∠EBG，

∴△OFD∽△BEG 不成立，

所以②结论不正确；

③由①知：F 为 OA 的中点，

同理得；G 是 AB 的中点，

∴FG 是△OAB 的中位线，

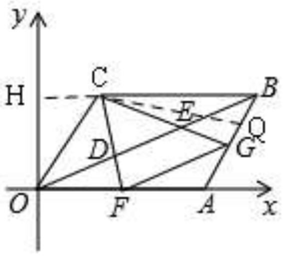
∴ $FG=\dfrac{1}{2}OB$，FG∥OB，

∵OB=3DE，

∴ $FG=\dfrac{3}{2}DE$，

∴ $\dfrac{FG}{DE}=\dfrac{3}{2}$，

过 C 作 CQ⊥AB 于 Q，



$S_{▱OABC}=OA\cdot OH=AB\cdot CQ$,

$\therefore 4\times 8=5CQ$,

$\therefore CQ=\dfrac{32}{5}$,

$S_{\Delta OCF}=\dfrac{1}{2}OF\cdot OH=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4=8$,

$S_{\Delta CGB}=\dfrac{1}{2}BG\cdot CQ=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{5}{2}\times\dfrac{32}{5}=8$,

$S_{\Delta AFG}=\dfrac{1}{2}\times 4\times 2=4$,

$\therefore S_{\triangle CFG}=S_{▱OABC}-S_{\triangle OFC}-S_{\triangle OBG}-S_{\triangle AFG}=8\times 4-8-8\times 4=12$,

$\because DE\parallel FG$,

$\therefore \triangle CDE\backsim\triangle CFG$,

$\therefore \dfrac{S_{\Delta CDE}}{S_{\Delta CFG}}=\left(\dfrac{DE}{FG}\right)^2=\dfrac{4}{9}$,

$\therefore \dfrac{S_{四边形DEGF}}{S_{\Delta CFG}}=\dfrac{5}{9}$,

$\therefore \dfrac{S_{四边形DEGF}}{12}=\dfrac{5}{9}$,

$\therefore S_{四边形DEGF}=\dfrac{20}{3}$;

所以③结论正确;

④在 Rt△OHB 中，由勾股定理得：$OB^2=BH^2+OH^2$,

$\therefore OB=\sqrt{4^2+(3+8)^2}=\sqrt{137}$,

$\therefore OD=\dfrac{\sqrt{137}}{3}$,

所以④结论不正确;

故本题结论正确的有：②③;

答案：②③.

三、解答题(本大题共 9 小题，共 102 分)

17. 解方程组 $\begin{cases}x+y=5\\2x+3y=11\end{cases}$.

解析：方程组利用加减消元法求出解即可.

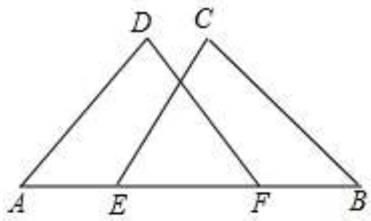
答案：$\begin{cases}x+y=5①\\2x+3y=11②\end{cases}$,

①×3－②得：x=4,

把 x=4 代入①得：y=1,

则方程组的解为$\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$.

18.如图，点 E，F 在 AB 上，AD=BC，∠A=∠B，AE=BF.求证：△ADF≌△BCE.



解析：根据全等三角形的判定即可求证：△ADF≌△BCE

答案：∵AE=BF，

∴AE+EF=BF+EF，

∴AF=BE，

在△ADF 与△BCE 中，

$$\begin{cases} AD=BC \\ \angle A=\angle B \\ AF=BE \end{cases}$$

∴△ADF≌△BCE(SAS)

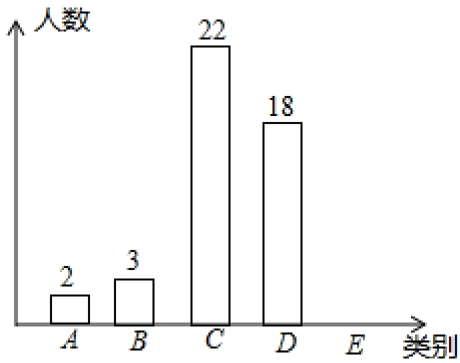
19.某班为了解学生一学期做义工的时间情况，对全班 50 名学生进行调查，按做义工的时间 t(单位：小时)，将学生分成五类：A 类(0≤t≤2)，B 类(2＜t≤4)，C 类(4＜t≤6)，D 类(6＜t≤8)，E 类(t＞8).

绘制成尚不完整的条形统计图如图.根据以上信息，解答下列问题：

(1)E 类学生有____人，补全条形统计图；

(2)D 类学生人数占被调查总人数的____%；

(3)从该班做义工时间在 0≤t≤4 的学生中任选 2 人，求这 2 人做义工时间都在 2＜t≤4 中的概率.



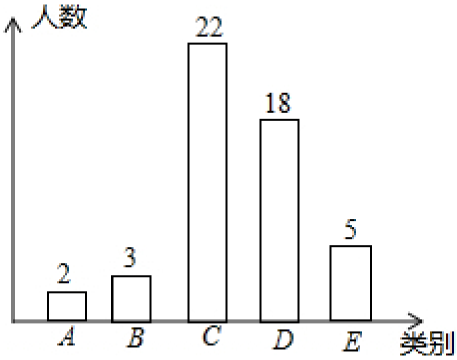
解析：(1)根据总人数等于各类别人数之和可得 E 类别学生数；

(2)用 D 类别学生数除以总人数即可得；

(3)列举所有等可能结果，根据概率公式求解可得.

答案：(1)E 类学生有 50－(2+3+22+18)=5(人)，

补全图形如下：



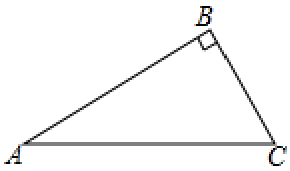
故答案为：5；

(2)D 类学生人数占被调查总人数的$\frac{18}{50}$×100%=36%，

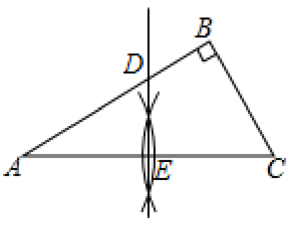
故答案为：36；

(3)记 0≤t≤2 内的两人为甲、乙，2＜t≤4 内的 3 人记为 A、B、C，
从中任选两人有：甲乙、甲 A、甲 B、甲 C、乙 A、乙 B、乙 C、AB、AC、BC 这 10 种可能结果，
其中 2 人做义工时间都在 2＜t≤4 中的有 AB、AC、BC 这 3 种结果，
∴这 2 人做义工时间都在 2＜t≤4 中的概率为$\frac{3}{10}$.

20.如图，在 Rt△ABC 中，∠B=90°，∠A=30°，AC=$2\sqrt{3}$.
(1)利用尺规作线段 AC 的垂直平分线 DE，垂足为 E，交 AB 于点 D，(保留作图痕迹，不写作法)
(2)若△ADE 的周长为 a，先化简 T=$(a+1)^2-a(a-1)$，再求 T 的值.



解析：(1)根据作已知线段的垂直平分线的方法，即可得到线段 AC 的垂直平分线 DE；
(2)根据 Rt△ADE 中，∠A=30°，AE=$\sqrt{3}$，即可求得 a 的值，最后化简 T=$(a+1)^2-a(a-1)$，再求 T 的值.
答案：(1)如图所示，DE 即为所求；



(2)由题可得，$AE=\frac{1}{2}AC=\sqrt{3}$，∠A=30°，

∴Rt△ADE 中，DE=$\frac{1}{2}$AD，

设 DE=x，则 AD=2x，

∴Rt△ADE 中，$x^2+(\sqrt{3})^2=(2x)^2$，

解得 x=1，

∴△ADE 的周长 $a=1+2+\sqrt{3}=3+\sqrt{3}$，

∵T=(a+1)^{2}－a(a－1)=3a+1，

∴当 a=3+$\sqrt{3}$ 时，$T=3\left(3+\sqrt{3}\right)+1=10+3\sqrt{3}$.

21.甲、乙两个工程队均参与某筑路工程，先由甲队筑路 60 公里，再由乙队完成剩下的筑路工程，已知乙队筑路总公里数是甲队筑路总公里数的 $\frac{4}{3}$ 倍，甲队比乙队多筑路 20 天.

(1)求乙队筑路的总公里数；

(2)若甲、乙两队平均每天筑路公里数之比为 5：8，求乙队平均每天筑路多少公里.

解析：(1)根据甲队筑路 60 公里以及乙队筑路总公里数是甲队筑路总公里数的 $\frac{4}{3}$ 倍，即可求出乙队筑路的总公里数；

(2)设乙队平均每天筑路 8x 公里，则甲队平均每天筑路 5x 公里，根据甲队比乙队多筑路 20 天，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验后即可得出结论.

答案：(1)60×$\frac{4}{3}$=80(公里).

答：乙队筑路的总公里数为 80 公里.

(2)设乙队平均每天筑路 8x 公里，则甲队平均每天筑路 5x 公里，

根据题意得：$\frac{60}{5x}-\frac{80}{8x}=20$，

解得：x=0.1，

经检验，x=0.1 是原方程的解，

∴8x=0.8.

答：乙队平均每天筑路 0.8 公里.

22.将直线 y=3x+1 向下平移 1 个单位长度，得到直线 y=3x+m，若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象与直线 y=3x+m 相交于点 A，且点 A 的纵坐标是 3.

(1)求 m 和 k 的值；

(2)结合图象求不等式 3x+m＞$\frac{k}{x}$ 的解集.

解析：(1)根据平移的原则得出 m 的值，并计算点 A 的坐标，因为 A 在反比例函数的图象上，代入可以求 k 的值；

(2)画出两函数图象，根据交点坐标写出解集.

答案：(1)由平移得：y=3x+1－1=3x，

∴m=0，

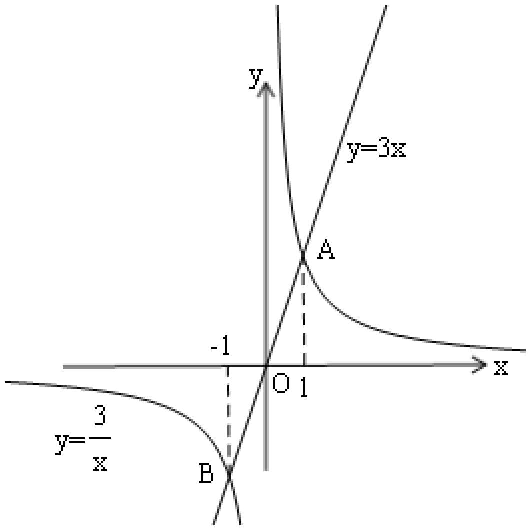
当 y=3 时，3x=3，

x=1，

∴A(1，3)，

∴k=1×3=3；

(2)画出直线 y=3x 和反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象：如图所示，



由图象得：不等式 3x+m＞$\frac{k}{x}$ 的解集为：﹣1＜x＜0 或 x＞1.

23.已知抛物线 y_1=﹣x^2+mx+n，直线 y_2=kx+b，y_1 的对称轴与 y_2 交于点 A(﹣1，5)，点 A 与 y_1 的顶点 B 的距离是 4.

(1)求 y_1 的解析式；

(2)若 y_2 随着 x 的增大而增大，且 y_1 与 y_2 都经过 x 轴上的同一点，求 y_2 的解析式.

函数解析式；H3：二次函数的性质.

解析：(1)根据题意求得顶点 B 得坐标，然后根据顶点公式即可求得 m、n，从而求得 y_1 的解析式；

(2)分两种情况讨论：当 y_1 的解析式为 y_1=﹣x^2﹣2x 时，抛物线与 x 轴得交点为顶点(﹣1，0)，不合题意；

当 y_1=﹣x^2+2x+8 时，解﹣x^2+2x+8=0 求得抛物线与 x 轴的交点坐标，然后根据 A 的坐标和 y_2 随着 x 的增大而增大，求得 y_1 与 y_2 都经过 x 轴上的同一点(﹣4，0)，然后根据待定系数法求得即可.

答案：(1)∵抛物线 y_1=﹣x^2+mx+n，直线 y_2=kx+b，y_1 的对称轴与 y_2 交于点 A(﹣1，5)，点 A 与 y_1 的顶点 B 的距离是 4.

∴B(﹣1，1)或(﹣1，9)，

∴$-\frac{m}{2\times(-1)}=-1$，$\frac{4\times(-1)n-m^2}{4\times(-1)}=1$ 或 9，

解得 m=﹣2，n=0 或 8，

∴y_1 的解析式为 y_1=﹣x^2﹣2x 或 y_1=﹣x^2﹣2x+8；

(2)当 y_1 的解析式为 y_1=﹣x^2﹣2x 时，抛物线与 x 轴得交点为顶点(﹣1，0)，不合题意；

当 y_1=﹣x^2+2x+8 时，解﹣x^2+2x+8=0 得 x=﹣4 或 2，

∵y_2 随着 x 的增大而增大，且过点 A(﹣1，5)，

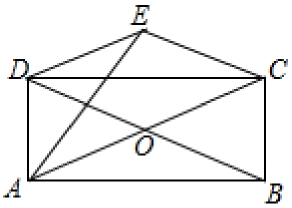
∴y_1 与 y_2 都经过 x 轴上的同一点(﹣4，0)，

把(﹣1，5)，(﹣4，0)代入得 $\begin{cases}-k+b=5\\-4k+b=0\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=\frac{5}{3}\\b=\frac{20}{3}\end{cases}$；

$\therefore y_2=\frac{5}{3}x+\frac{20}{3}$.

24.如图，矩形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，△COD 关于 CD 的对称图形为△CED.
(1)求证：四边形 OCED 是菱形；
(2)连接 AE，若 AB=6cm，BC=$\sqrt{5}$cm.
①求 sin∠EAD 的值；
②若点 P 为线段 AE 上一动点(不与点 A 重合)，连接 OP，一动点 Q 从点 O 出发，以 1cm/s 的速度沿线段 OP 匀速运动到点 P，再以 1.5cm/s 的速度沿线段 PA 匀速运动到点 A，到达点 A 后停止运动，当点 Q 沿上述路线运动到点 A 所需要的时间最短时，求 AP 的长和点 Q 走完全程所需的时间.



解析：(1)只要证明四边相等即可证明；
(2)①设 AE 交 CD 于 K.由 DE∥AC，DE=OC=OA，推出 $\frac{DK}{KC}=\frac{DE}{AC}=\frac{1}{2}$，由 AB=CD=6，可得 DK=2，CK=4，在 Rt△ADK 中，$AK=\sqrt{AD^2+DK^2}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+2^2}=3$，根据 $\sin\angle DAE=\frac{DK}{AK}$ 计算即可解决问题；
②作 PF⊥AD 于 F.易知 $PF=AP\sin\angle DAE=\frac{2}{3}$，因为点 Q 的运动时间 $t=\frac{OP}{1}+\frac{AP}{\frac{3}{2}}=OP+\frac{2}{3}AP=OP+PF$，所以当 O、P、F 共线时，OP+PF 的值最小，此时 OF 是△ACD 的中位线，由此即可解决问题.
答案：(1)证明：∵四边形 ABCD 是矩形.
∴OD=OB=OC=OA，
∵△EDC 和△ODC 关于 CD 对称，
∴DE=DO，CE=CO，
∴DE=EC=CO=OD，
∴四边形 CODE 是菱形.

(2)①设 AE 交 CD 于 K.
∵四边形 CODE 是菱形，
∴DE∥AC，DE=OC=OA，
$\therefore \frac{DK}{KC}=\frac{DE}{AC}=\frac{1}{2}$
∵AB=CD=6，
∴DK=2，CK=4，
在 Rt△ADK 中，$AK=\sqrt{AD^2+DK^2}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+2^2}=3$，
$\therefore \sin\angle DAE=\frac{DK}{AK}=\frac{2}{3}$，

②作 PF⊥AD 于 F. 易知 $PF=AP\cdot\sin\angle DAE=\frac{2}{3}AP$，

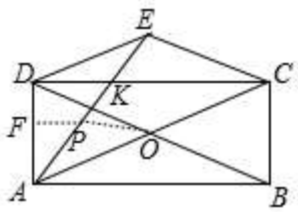
∵点 Q 的运动时间 $t=\frac{OP}{1}+\frac{AP}{\frac{3}{2}}=OP+\frac{2}{3}AP=OP+PF$，

∴当 O、P、F 共线时，OP+PF 的值最小，此时 OF 是△ACD 的中位线，

∴OF=$\frac{1}{2}$CD=3. $AF=\frac{1}{2}AD=\frac{\sqrt{5}}{2}$，PF=$\frac{1}{2}$DK=1，

∴ $AP=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2+1^2}=\frac{3}{2}$，

∴当点 Q 沿上述路线运动到点 A 所需要的时间最短时，AP 的长为$\frac{3}{2}$，点 Q 走完全程所需的时间为 3s.



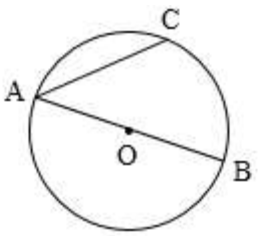
25. 如图，AB 是⊙O 的直径，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$，AB=2，连接 AC.

(1)求证：∠CAB=45°；

(2)若直线 l 为⊙O 的切线，C 是切点，在直线 l 上取一点 D，使 BD=AB，BD 所在的直线与 AC 所在的直线相交于点 E，连接 AD.

①试探究 AE 与 AD 之间的是数量关系，并证明你的结论；

②$\frac{EB}{CD}$是否为定值？若是，请求出这个定值；若不是，请说明理由.



解析：(1)由 AB 是⊙O 的直径知∠ACB=90°，由 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$ 即 AC=BC 可得答案；

(2)①分∠ABD 为锐角和钝角两种情况，作 BF⊥l 于点 F，证四边形 OBFC 是矩形可得 AB=2OC=2BF，结合 BD=AB 知∠BDF=30°，再求出∠BDA 和∠DEA 度数可得；同理 BF=$\frac{1}{2}$BD，即可知∠BDC=30°，分别求出∠BEC、∠ADB 即可得；

②分 D 在 C 左侧和点 D 在点 C 右侧两种情况，作 EI⊥AB，证△CAD∽△BAE 得 $\frac{AC}{BA}=\frac{CD}{AE}=\frac{1}{\sqrt{2}}$，即 AE=$\sqrt{2}$CD，结合 EI=$\frac{1}{2}$BE、EI=$\frac{\sqrt{2}}{2}$AE，可得 $BE=2EI=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}AE=\sqrt{2}AE=\sqrt{2}\times\sqrt{2}CD=2CD$，从而得出结论.

答案：(1)如图 1，连接 BC，

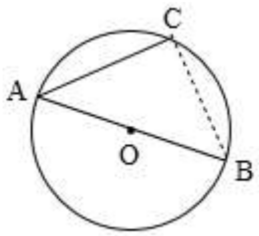


图 1

∵AB 是⊙O 的直径，

∴∠ACB=90°，

∵AC=BC，

$$\therefore \angle CAB=\angle CBA=\frac{180^\circ-90^\circ}{2}=45^\circ;$$

(2)①当∠ABD 为锐角时，如图 2 所示，作 BF⊥l 于点 F，

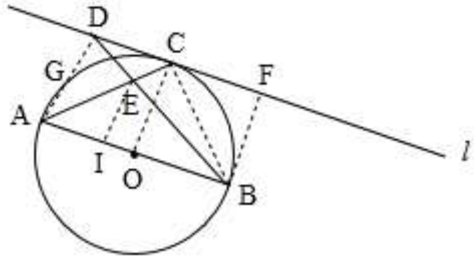


图 2

由(1)知△ACB 是等腰直角三角形，

∵OA=OB=OC，

∴△BOC 为等腰直角三角形，

∵l 是⊙O 的切线，

∴OC⊥l，

又 BF⊥l，

∴四边形 OBFC 是矩形，

∴AB=2OC=2BF，

∵BD=AB，

∴BD=2BF，

∴∠BDF=30°，

∴∠DBA=30°，∠BDA=∠BAD=75°，

∴∠CBE=∠CBA－∠DBA=45°－30°=15°，

∴∠DEA=∠CEB=90°－∠CBE=75°，

∴∠ADE=∠AED，

∴AD=AE;

②当∠ABD 为钝角时，如图 3 所示，

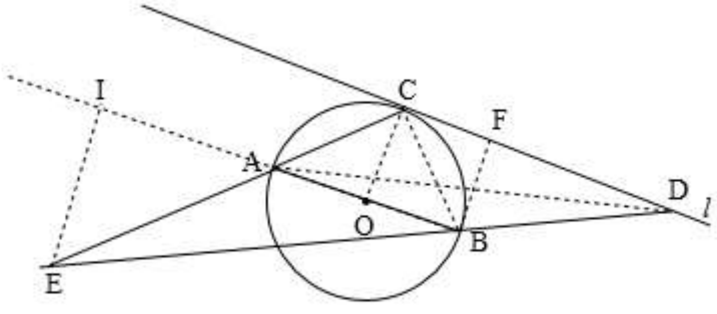


图 3

同理可得 BF=$\frac{1}{2}$BD，即可知∠BDC=30°，

∵OC⊥AB、OC⊥直线 l，

∴AB∥直线 l，

∴∠ABD=150°，∠ABE=30°，

∴∠BEC=90° -(∠ABE+∠ABC)=90° -(30° +45°)=15°，

∵AB=DB，

∴∠ADB=$\frac{1}{2}$∠ABE=15°，

∴∠BEC=∠ADE，

∴AE=AD；

(3)①如图 2，当 D 在 C 左侧时，

由(2)知 CD∥AB，∠ACD=∠BAE，∠DAC=∠EBA=30°，

∴△CAD∽△BAE，

∴$\frac{AC}{BA}=\frac{CD}{AE}=\frac{1}{\sqrt{2}}$，

∴AE=$\sqrt{2}$CD，

作 EI⊥AB 于点 I，

∵∠CAB=45°、∠ABD=30°，

∴$BE=2EI=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}AE=\sqrt{2}AE=\sqrt{2}\times\sqrt{2}CD=2CD$，

∴$\frac{BE}{CD}=2$；

②如图 3，当点 D 在点 C 右侧时，过点 E 作 EI⊥AB 于 I，

由(2)知∠ADC=∠BEA=15°，

∵AB∥CD，

∴∠EAB=∠ACD，

∴△ACD∽△BAE，

∴$\frac{AC}{BA}=\frac{CD}{AE}=\frac{1}{\sqrt{2}}$，

∴$AE=\sqrt{2}CD$，

∵BA=BD，∠BAD=∠BDA=15°，

∴∠IBE=30°，

∴$BE=2EI=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}AE=\sqrt{2}AE=\sqrt{2}\times\sqrt{2}CD=2CD$，

∴$\frac{BE}{CD}=2$.