2014年湖南省湘西州中考真题数学

一、填空题(本大题6小题，每小题3分，共18分，将正确答案填在相应的横线上)

1.(3分)2014的相反数是_______.

解析：2014的相反数是-2014，

答案：-2014.

2.(3分)分解因式：ab-2a=____.

解析：ab-2a=a(b-2).(提取公因式)

答案：a(b-2)

3.(3分)已知∠A=60°，则它的补角的度数是_____度.

解析：这个角的补角=180°-60°=120°.

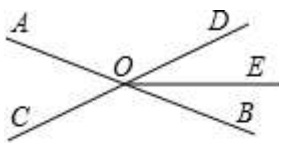
答案：120.

4.(3分)据中国汽车协会统计，2013年我国汽车销售量约为2198万辆，连续五年位居全球第一位，请用科学记数法表示21980000=_______.

解析：$21980000=2.198\times10^7$.

答案：2.198×10^7.

5.(3分)如图，直线AB和CD相交于点O，OE平分∠DOB，∠AOC=40°，则∠DOE=______度.

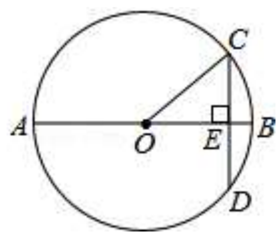


解析：∵∠AOC=40°，∴∠DOB=∠AOC=40°，

∵OE平分∠DOB，∴$\angle DOE=\frac{1}{2}\angle BOD=20°$，

答案：20.

6.(3分)如图，AB是⊙O的直径，弦CD⊥AB于点E，OC=5cm，CD=6cm，则OE=_____cm.



解析：∵CD⊥AB∴$CE=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times6=3$cm，∵在Rt△OCE中，$OE=\sqrt{OC^2-CE^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$cm.

答案：4.

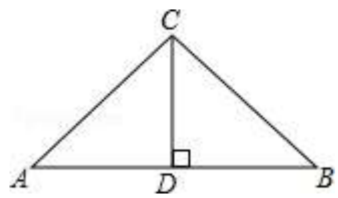
二、选择题(本大题10小题，每小题4分，共40分)

7.(4分)下列运算正确的是(　　)

A. $(m+n)^2=m^2+n^2$
B. $(x^3)^2=x^5$
C. 5x-2x=3
D. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
解析：A、$(m+n)^2=m^2+2mn+n^2$，故本选项错误；
B、$(x^3)^2=x^6$，故本选项错误；
C、5x-2x=3x，故本选项错误；
D、$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$，故本选项正确；
答案：D.
点评： 本题考查了对完全平方公式，幂的乘方，合并同类项法则，平方差公式的应用，注

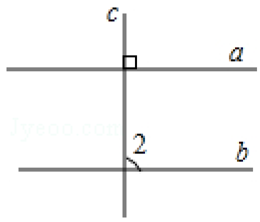
8.(4 分)已知 x-2y=3，则代数式 6-2x+4y 的值为(　　)
A. 0
B. -1
C. -3
D. 3
解析：∵x-2y=3，∴6-2x+4y=6-2(x-2y)=6-2×3=6-6=0
答案：A.

9.(4 分)如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，CA=CB，AB=2，过点 C 作 CD⊥AB，垂足为 D，则 CD 的长为(　　)

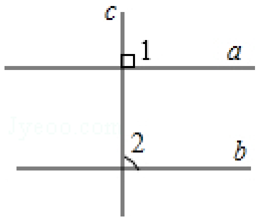


A. $\frac{1}{4}$
B. $\frac{1}{2}$
C. 1
D. 2
解析：∵∠ACB=90°，CA=CB，∴∠A=∠B=45°，
∵CD⊥AB，∴AD=BD=$\frac{1}{2}$AB=1，∠CDB=90°，∴CD=BD=1.
答案：C.

10.(4 分)如图，直线 a∥b，c⊥a，则 c 与 b 相交所形成的∠2 度数为(　　)



A. 45°
B. 60°
C. 90°
D. 120°
解析：∵c⊥a，∴∠1=90°，
∵a∥b，∴∠2=∠1=90°.
答案：C.



11.(4 分)在一个不透明的口袋中，装有 5 个红球和 3 个绿球，这些球除了颜色外都相同，从口袋中随机摸出一个球，它是红球的概率是(　　)

A. $\frac{5}{8}$

B. $\frac{3}{8}$

C. 1

D. $\frac{1}{2}$

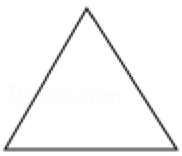
解析：根据题意可知，共有 8 个球，红球有 5 个，故抽到红球的概率为$\frac{5}{8}$,

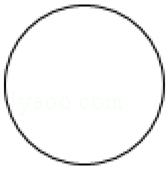
答案：A.

12.(4 分)下列图形，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是(　　)


A.


B.

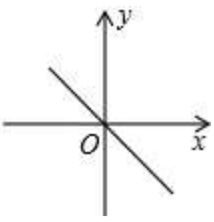

C.


D.

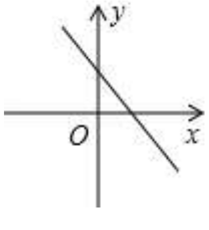
解析：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；
B、不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项错误；
C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；
D、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故本选项正确.
答案：D.
点评：　本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念.轴对称图形的关键是寻找对称轴，
13.(4 分)每年 4 月 23 日是“世界读书日”，为了了解某校八年级 500 名学生对“世界读书日”的知晓情况，从中随机抽取了 50 名学生进行调查.在这次调查中，样本是(　　)
A.500 名学生
B.所抽取的 50 名学生对“世界读书日”的知晓情况
C.50 名学生
D.每一名学生对“世界读书日”的知晓情况
解析：样本是所抽取的 50 名学生对“世界读书日”的知晓情况.
答案：B.

14.(4 分)已知等腰△ABC 的两边长分别为 2 和 3，则等腰△ABC 的周长为(　　)
A.7
B.8
C.6 或 8
D.7 或 8
解析：当 2 为底时，三角形的三边为 3，2、3 可以构成三角形，周长为 8;
当 3 为底时，三角形的三边为 3，2、2 可以构成三角形，周长为 7.
答案：D.

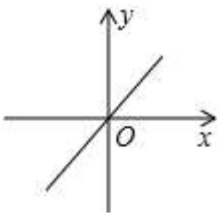
15.(4 分)正比例函数 y=x 的大致图象是(　　)

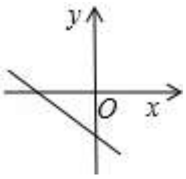


A.



B.

C. 

D. 

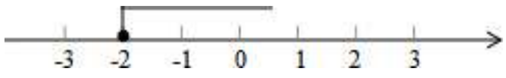
解析：∵正比例函数的图象是一条经过原点的直线，且当 k＞0 时，经过一、三象限.
∴正比例函数 y=x 的大致图象是 C.
答案：C.

16.(4 分)下列说法中，正确的是(　　)
A.相等的角一定是对顶角
B.四个角都相等的四边形一定是正方形
C.平行四边形的对角线互相平分
D.矩形的对角线一定垂直
解析：A、相等的角一定是对顶角错误，例如，角平分线分成的两个角相等，但不是对顶角，故本选项错误；
B、四个角都相等的四边形一定是矩形，不一定是正方形，故本选项错误；
C、平行四边形的对角线互相平分正确，故本选项正确；
D、矩形的对角线一定相等，但不一定垂直，故本选项错误.
答案：C.

三、解答题(本大题 9 小题，共 92 分，每个题目都要求写出计算或证明的主要步骤)

17.(6 分)计算：$2^{-1}+2\cos60^\circ+\sqrt{9}$.
解析：原式第一项利用负指数幂法则计算，第二项利用特殊角的三角函数值计算，最后一项利用平方根定义化简，计算即可得到结果.
答案：原式=$\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{2}+3=4\frac{1}{2}$.

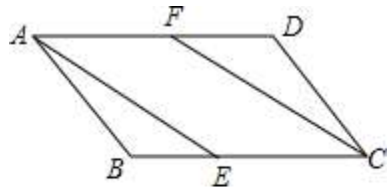
18.(8 分)解不等式：3(x+2)≥0，并把它的解集在数轴上表示出来.



解析：不等式两边同时除以 3，得：x+2≥0，移项，得：x≥-2.

19.(8 分)如图，在▱ABCD 中，点 E、F 分别在边 BC 和 AD 上，且 BE=DF.
(1)求证：△ABE≌△CDF;

(2)求证：AE=CF.



解析：(1)根据平行四边形的性质得出AB=CD，∠B=∠D，根据SAS证出△ABE≌△CDF；
(2)根据全等三角形的对应边相等即可证得.

答案：∵四边形ABCD是平行四边形，∴AB=CD，∠B=∠D，

在△ABE和△CDF中，$\begin{cases} AB=CD \\ \angle B=\angle D \\ BE=DF \end{cases}$∴△ABE≌△CDF(SAS)，∴AE=CF.

20.(8分)据省环保网发布的消息，吉首市空气质量评价连续两年居全省14个省辖市城市之最，下表是吉首市2014年5月份前10天的空气质量指数统计表

(一)2014年5月1日～10日空气质量指数(AQI)情况										
日期	1日	2日	3日	4日	5日	6日	7日	8日	9日	10日
空气质量指数(AQI)	28	38	94	53	63	149	53	90	84	35

(二)空气质量污染指数标准(AQI)	
污染指数	等级
0～50	优
51～100	良
101～150	轻微污染
151～200	轻度污染

(1)请你计算这10天吉首市空气质量指数的平均数，并据此判断这10填吉首市空气质量平均情况属于哪个等级；(用科学计算器计算或笔算，结果保留整数)

(2)按规定，当空气质量指数AQI≤100时，空气质量才算“达标”，请你根据表(一)和表(二)所提供的信息，估计今年(365天)吉首市空气质量“达标”的天数.(结果保留整数)

解析：(1)求出这10天的空气质量平均平均数，再根据空气质量污染指数标准找出等级即可；
(2)找出这10天空气质量“达标”的天数，求出占的比列，再乘以365即可.

答案：(1)$\frac{28+38+94+53+63+149+53+90+84+35}{10}$=68.7≈69，

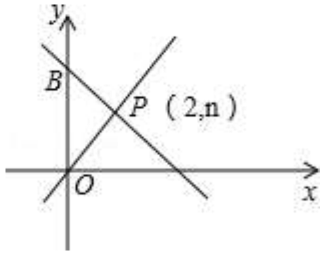
69在51～100之间，所以吉首市空气质量平均情况属于良；

(2)∵这10天空气质量“达标”的天数为9天，今年(365天)吉首市空气质量“达标”的天数为$365\times\frac{9}{10}$=328.5≈329(天)，

答：估计今年(365天)吉首市空气质量“达标”的天数为329天.

21.(8分)如图，一次函数y=-x+m的图象和y轴交于点B，与正比例函数y=$\frac{3}{2}$x图象交于点P(2，n).

(1)求 m 和 n 的值；
(2)求△POB 的面积.



解析：(1)先把 P(2，n)代入 $y=\frac{3}{2}x$ 即可得到 n 的值，从而得到 P 点坐标为(2，3)，然后把 P 点坐标代入 y=-x+m 可计算出 m 的值；
(2)先利用一次函数解析式确定 B 点坐标，然后根据三角形面积公式求解.

答案：(1)把 P(2，n)代入 $y=\frac{3}{2}x$ 得 n=3，所以 P 点坐标为(2，3)，

把 P(2，3)代入 y=-x+m 得-2+m=3，解得 m=5，即 m 和 n 的值分别为 5，3；

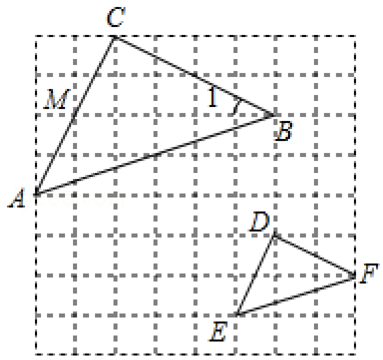
(2)把 x=0 代入 y=-x+5 得 y=5，所以 B 点坐标为(0，5)，所以△POB 的面积=$\frac{1}{2}\times5\times2=5$.

22.(10 分)五一期间，春华旅行社组织一个由成人和学生共 20 人组成的旅行团到凤凰古城旅游，景区门票售票标准是：成人门票 148 元/张，学生门票 20 元/张，该旅行团购买门票共花费 1936 元，问该团购买成人门票和学生门票各多少张？
解析：设购买成人门票 x 张，学生门票 y 张，则由“成人和学生共 20 人”和“购买门票共花费 1936 元”列出方程组解决问题.

答案：设购买成人门票 x 张，学生门票 y 张，由题意得$\begin{cases}x+y=20\\148x+20y=1936\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=12\\y=8\end{cases}$.

答：购买成人门票 12 张，学生门票 8 张.

23.(10 分)如图，在 8×8 的正方形网格中，△CAB 和△DEF 的顶点都在边长为 1 的小正方形的顶点上，AC 与网格上的直线相交于点 M.
(1)填空：AC=____，AB=____.
(2)求∠ACB 的值和 tan∠1 的值；
(3)判断△CAB 和△DEF 是否相似？并说明理由.



解析：(1)根据勾股定理来求 AC、AB 的长度；
(2)利用勾股定理的逆定理和锐角三角函数的定义来解题；
(3)由“三边法”法来证它们相似.

答案：(1)如图，由勾股定理，得 AC=$\sqrt{2^2+4^2}$=2$\sqrt{5}$，AB=$\sqrt{2^2+6^2}$=2$\sqrt{10}$.

故答案是：2$\sqrt{5}$，2$\sqrt{10}$;

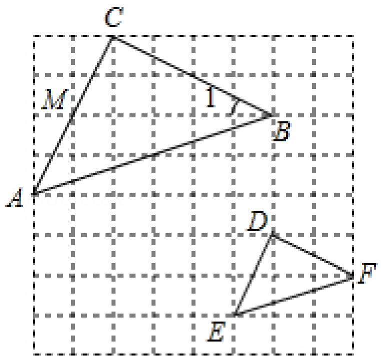
(2)如图所示，BC=$\sqrt{2^2+4^2}$=2$\sqrt{5}$.

又由(1)知，AC=2$\sqrt{5}$，AB=2$\sqrt{10}$，∴$AC^2+BC^2=AB^2$=40，∴∠ACB=90°．tan∠1=$\frac{2}{4}$=$\frac{1}{2}$.

综上所述，∠ACB 的值是 90° 和 tan∠1 的值是$\frac{1}{2}$;

(3)△CAB 和△DEF 相似.理由如下：

如图，DE=DF=$\sqrt{1^2+2^2}$=$\sqrt{5}$，EF=$\sqrt{1^2+3^2}$=$\sqrt{10}$.则$\frac{AC}{ED}$=$\frac{BC}{FD}$=$\frac{AB}{EF}$=2，所以△CAB∽△DEF.



24.(12 分)湘西盛产椪柑，春节期间，一外地运销客户安排 15 辆汽车装运 A、B、C 三种不同品质的椪柑 120 吨到外地销售，按计划 15 辆汽车都要装满且每辆汽车只能装同一种品质的椪柑，每种椪柑所用车辆部不少于 3 辆.

(1)设装运 A 种椪柑的车辆数为 x 辆，装运 B 种椪柑车辆数为 y 辆，根据下表提供的信息，求出 y 与 x 之间的函数关系式;

椪柑品种	A	B	C
每辆汽车运载量	10	8	6
每吨椪柑获利(元)	800	1200	1000

(2)在(1)条件下，求出该函数自变量 x 的取值范围，车辆的安排方案共有几种？请写出每种安排方案;

(3)为了减少椪柑积压，湘西州制定出台了促进椪柑销售的优惠政策，在外地运销客户原有获利不变的情况下，政府对外地运销客户，按每吨 50 元的标准实行运费补贴.若要使该外地运销客户所获利润 W(元)最大，应采用哪种车辆安排方案？并求出利润 W(元)的最大值？

解析：(1)等量关系为：车辆数之和=15，由此可得出 x 与 y 的关系式;

(2)关系式为：装运每种脐橙的车辆数≥3;

(3)总利润为：装运 A 种椪柑的车辆数×10×800+装运 B 种椪柑的车辆数×8×1200+装运 C 种椪柑的车辆数×6×1000+运费补贴，然后按 x 的取值来判定.

答案：(1)设装运 A 种椪柑的车辆数为 x 辆，装运 B 种椪柑车辆数为 y 辆，则装 C 种椪柑的车辆是(15-x-y)辆.则 10x+8y+6(15-x-y)=120，即 10x+8y+90-6x-6y=120，则 y=15-2x;

(2)根据题意得：$\begin{cases} x\geqslant 3 \\ 15-2x\geqslant 3 \\ 15-x-(15-2x)\geqslant 3 \end{cases}$，解得：$3\leqslant x\leqslant 6$.

则有四种方案：A、B、C 三种的车辆数分别是：3 辆，9 辆，3 辆或 4 辆，7 辆，4 辆或 5 辆 5 辆、2 辆、8 辆或 6 辆、3 辆、6 辆；

(3)$W=10\times 800x+8\times 1200(15-x)+6\times 1000[15-x-(15-2x)]+120\times 50=4400x+150000$，

根据一次函数的性质，当 $x=6$ 时，W 有最大值，是 $4400\times 6+150000=176400$(元).

应采用 A、B、C 三种的车辆数分别是：6 辆、3 辆、6 辆.

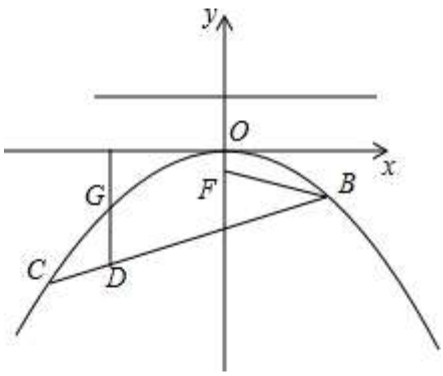
25.(22 分)如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 关于 y 轴对称，它的顶点在坐标原点 O，点 $B(2,-\frac{4}{3})$ 和点 $C(-3,-3)$ 两点均在抛物线上，点 $F(0,-\frac{3}{4})$ 在 y 轴上，过点 $(0,\frac{3}{4})$ 作直线 l 与 x 轴平行.

(1)求抛物线的解析式和线段 BC 的解析式.

(2)设点 D(x，y)是线段 BC 上的一个动点(点 D 不与 B，C 重合)，过点 D 作 x 轴的垂线，与抛物线交于点 G.设线段 GD 的长度为 h，求 h 与 x 之间的函数关系式，并求出当 x 为何值时，线段 GD 的长度 h 最大，最大长度 h 的值是多少？

(3)若点 P(m，n)是抛物线上位于第三象限的一个动点，连接 PF 并延长，交抛物线于另一点 Q，过点 Q 作 QS⊥l，垂足为点 S，过点 P 作 PN⊥l，垂足为点 N，试判断△FNS 的形状，并说明理由；

(4)若点 A(-2，t)在线段 BC 上，点 M 为抛物线上的一个动点，连接 AF，当点 M 在何位置时，MF+MA 的值最小，请直接写出此时点 M 的坐标与 MF+MA 的最小值.



解析：(1)由于抛物线的顶点在坐标原点 O，故抛物线的解析式可设为 $y=ax^2$，把点 C 的坐标代入即可求出抛物线的解析式；设直线 BC 的解析式为 $y=mx+n$，把点 B、C 的坐标代入即可求出直线 BC 的解析式.

(2)由点 D(x，y)在线段 BC 上可得 $y_D=\frac{1}{3}x-2$，由点 G 在抛物线 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 上可得 $y_G=-\frac{1}{3}x^2$.由 $h=DG=y_G-y_D=-\frac{1}{3}x^2-(\frac{1}{3}x-2)$ 配方可得 $h=-\frac{1}{3}(x+\frac{1}{2})^2+\frac{25}{12}$.根据二次函数的最值性即可解决问题.

(3)可以证明 PF=PN，结合 PN∥OF 可推出∠PFN=∠OFN；同理可得∠QFS=∠OFS.由∠PFN+∠OFN+∠OFS+∠QFS=180°可推出∠NFS=90°，故△NFS 是直角三角形.

(4)过点 M 作 MH⊥l，垂足为 H，如图 4，由(3)中推出的结论 PF=PN 可得：抛物线 $y=-\frac{1}{3}x^2$上的点到点 F(0，$-\frac{3}{4}$)的距离与到直线 $y=\frac{3}{4}$的距离相等，从而有 MF=MH，则 MA+MF=MA+MH.由两点之间线段最短可得：当 A、M、H 三点共线(即 AM⊥l)时，MA+MH(即 MA+MF)最小，此时 $x_M=x_A=-2$，从而可以求出点 M 及点 A 的坐标，就可求出 MF+MA 的最小值.

答案：(1)如图 1，

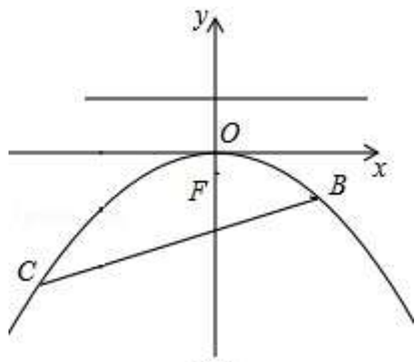


图1

∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 关于 y 轴对称，它的顶点在坐标原点 O，∴抛物线解析式为 $y=ax^2$.

∵点 C(-3，-3)在抛物线 $y=ax^2$ 上，∴9a=-3.∴$a=-\frac{1}{3}$.∴抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{3}x^2$.

设直线 BC 的解析式为 y=mx+n.

∵B(2，$-\frac{4}{3}$)、C(-3，-3)在直线 y=mx+n 上，∴$\begin{cases}2m+n=-\frac{4}{3}\\-3m+n=-3\end{cases}$.解得$\begin{cases}m=\frac{1}{3}\\n=-2\end{cases}$.

∴直线 BC 的解析式为 $y=\frac{1}{3}x-2$.

(2)如图 2，

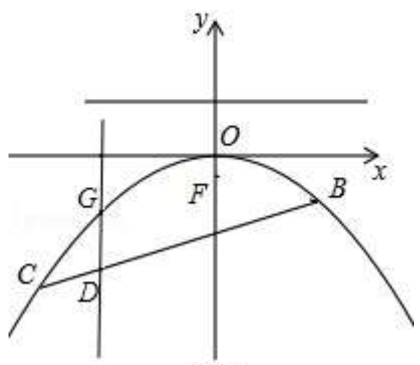


图2

∵点 D(x，y)是线段 BC 上的一个动点(点 D 不与 B，C 重合)，∴$y_D=\frac{1}{3}x-2$，且-3＜x＜2.

∵DG⊥x 轴，∴$x_G=x_D=x$.

∵点 G 在抛物线 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 上，∴$y_G=-\frac{1}{3}x^2$.

$\therefore h=DG=y_G-y_D=-\frac{1}{3}x^2-(\frac{1}{3}x-2)=-\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x+2=-\frac{1}{3}(x^2+x)+2=-\frac{1}{3}(x^2+x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4})+2=-\frac{1}{3}(x+\frac{1}{2})^2+\frac{1}{12}$

$+2=-\frac{1}{3}(x+\frac{1}{2})^2+\frac{25}{12}$.

$\because -\frac{1}{3}<0$，$-3<-\frac{1}{2}<2$，∴当 $x=-\frac{1}{2}$时，h 取到最大值，最大值为$\frac{25}{12}$.

∴h 与 x 之间的函数关系式为 $h=-\frac{1}{3}(x+\frac{1}{2})^2+\frac{25}{12}$，其中$-3<x<2$；

当 $x=-\frac{1}{2}$时，线段 GD 的长度 h 最大，最大长度 h 的值是$\frac{25}{12}$.

(3)△FNS 是直角三角形.证明：过点 F 作 FT⊥PN，垂足为 T，如图 3，

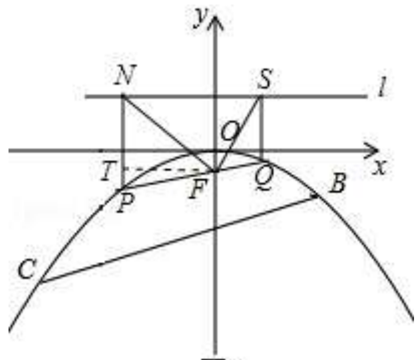


图3

∵点 P(m，n)是抛物线 $y=-\frac{1}{3}x^2$上位于第三象限的一个动点，$\therefore n=-\frac{1}{3}m^2$. $m<0$，$n<0$. $\therefore m^2=-3n$.

在 Rt△PTF 中，$\because PT=-\frac{3}{4}-n$，$FT=-m$，

$\therefore PF=\sqrt{PT^2+FT^2}=\sqrt{(-\frac{3}{4}-n)^2+(-m)^2}=\sqrt{(\frac{3}{4}+n)^2-3n}=\sqrt{(\frac{3}{4}-n)^2}=\frac{3}{4}$

$-n$.

∵PN⊥l，且 l 是过点$(0，\frac{3}{4})$平行于 x 轴的直线，$\therefore PN=\frac{3}{4}-n$. ∴PF=PN. ∴∠PNF=∠PFN.

∵PN⊥l，OF⊥l，∴PN∥OF. ∴∠PNF=∠OFN. ∴∠PFN=∠OFN.

同理可得：∠QFS=∠OFS.

∵∠PFN+∠OFN+∠OFS+∠QFS=180°，

∴2∠OFN+2∠OFS=180°. ∴∠OFN+∠OFS=90°. ∴∠NFS=90°. ∴△NFS 是直角三角形.

(4)过点 M 作 MH⊥l，垂足为 H，如图 4，

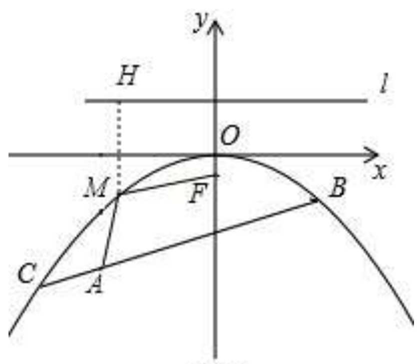


图4

在(3)中已证到PF=PN，由此可得：抛物线 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 上的点到点 $F(0，-\frac{3}{4})$ 的距离与到直线 $y=\frac{3}{4}$ 的距离相等. ∴MF=MH. ∴MA+MF=MA+MH.

由两点之间线段最短可得：

当 A、M、H 三点共线(即 AM⊥l)时，MA+MH(即 MA+MF)最小，等于 AH.

即 $x_M=x_A=-2$ 时，MA+MF 取到最小值.

此时，$y_M=-\frac{1}{3}\times(-2)^2=-\frac{4}{3}$，点 M 的坐标为 $(-2，-\frac{4}{3})$；

$y_A=\frac{1}{3}\times(-2)-2=-\frac{8}{3}$，点 A 的坐标为 $(-2，-\frac{8}{3})$；

MF+MA 的最小值=AH=$\frac{3}{4}-(-\frac{8}{3})=\frac{41}{12}$.

∴当点 M 的坐标为 $(-2，-\frac{4}{3})$ 时，MF+MA 的值最小，最小值为 $\frac{41}{12}$.