2017年河北省“五个一名校联盟”高考二模数学文

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，有且只有一项符合题目要求.

1.已知i是虚数单位，若z(1+i)=1+3i，则z=(　　)

A.2+i

B.2-i

C.-1+i

D.-1-i

解析：直接利用复数代数形式的乘除运算化简得答案.

答案：A.

2.已知全集U=R，集合A={x|$2^x>\frac{1}{2}$}，B={x|$\log_3 x<1$}，则A∩(ðUB)=(　　)

A.(-1，+∞)

B.[3，+∞)

C.(-1，0)∪(3，+∞)

D.(-1，0]∪[3，+∞)

解析：求解A，B中的不等式的定义域可得集合A，集合B，根据集合的基本运算即可求.

答案：D.

3.已知命题p，q是简单命题，则“¬p是假命题”是“p∨q是真命题”的(　　)

A.充分不必要条件

B.必要不充分条件

C.充要条件

D.既不充分又不必要条件

解析：根据复合命题的真假结合充分必要条件，判断即可.

答案：A.

4.已知角θ的顶点与原点重合，始边与x轴正半轴重合，终边在直线y=3x上，则sin(2θ+$\frac{\pi}{3}$)=(　　)

A.$\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$

B.$-\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$

C.$\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$

D.$-\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$

解析：根据定义求解 sinθ 和 cosθ 的值，利用两角和与差的公式以及二倍角公式即可化简并求解出答案.
答案：A.

5.设变量 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x-y-1\le 0\\x+y\ge 0\\x+2y-4\ge 0\end{cases}$，则 z=x-2y 的最大值为(　　)

A.-12
B.-1
C.0
D.$\dfrac{3}{2}$
解析：先画出满足约束条件的可行域，并求出各角点的坐标，然后代入目标函数，即可求出目标函数 z=x-2y 的最大值.
答案：D.

6.设函数 f(x)是定义在 R 上的奇函数，且 f(x)=$\begin{cases}\log_3(x+1)，x\ge 0\\g(x)，x<0\end{cases}$，则 g(-8)=(　　)

A.-2
B.-3
C.2
D.3
解析：根据题意，设 x＜0，则有-x＞0，由函数的解析式可得 f(x)=g(x)，f(-x)=log(-x+1)，又由函数 f(x)的奇偶性，结合函数奇偶性的性质可得 g(x)=-log(-x+1)，计算 g(-8)计算可得答案.
答案：A.

7.在区间[-2，3]中任取一个数 m，则使“双曲线$\dfrac{x^2}{m^2-1}-\dfrac{y^2}{4-m}$=1 的离心率大于$\sqrt{3}$的概率是(　　)
A.$\dfrac{7}{10}$
B.$\dfrac{3}{10}$
C.$\dfrac{1}{5}$
D.$\dfrac{4}{5}$

解析：双曲线$\dfrac{x^2}{m^2-1}-\dfrac{y^2}{4-m}$=1 的离心率大于$\sqrt{3}$，则$\dfrac{m^2-1+4-m}{m^2-1}$＞3，解得-2＜m＜-1，

$-1<m<1$，$1<m<\frac{3}{2}$，可得区间长度，求出在区间[-2，3]上随机取一个实数 m 的区间长度，即可得出结论.

答案：B.

8.函数 $f(x)=\sin\omega x(\omega>0)$的图象向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位得到函数 $y=g(x)$的图象，并且函数 $g(x)$在区间[$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{3}$]上单调递增，在区间[$\frac{\pi}{3}$，$\frac{\pi}{2}$]上单调递减，则实数ω的值为(　　)

A.$\frac{7}{4}$

B.$\frac{3}{2}$

C.2

D.$\frac{5}{4}$

解析：根据平移变换的规律求解出 g(x)，根据函数 g(x)在区间[$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{3}$]上单调递增，在区间[$\frac{\pi}{3}$，$\frac{\pi}{2}$]上单调递减可得 $x=\frac{\pi}{3}$时，g(x)取得最大值，求解可得实数ω的值.

答案：C.

9.已知圆 C：$(x-1)^2+(y-2)^2=2$ 与 y 轴在第二象限所围区域的面积为 S，直线 $y=3x+b$ 分圆 C 的内部为两部分，其中一部分的面积也为 S，则 b=(　　)

A.$-1\pm\sqrt{10}$

B.$1\pm\sqrt{10}$

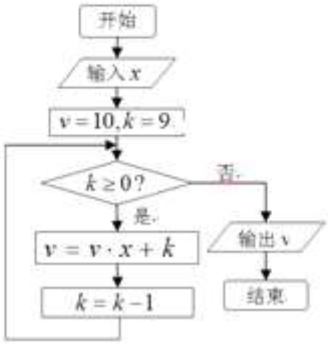
C.$-1-\sqrt{10}$

D.$1-\sqrt{10}$

解析：由题意，圆心到直线 $y=2x+b$ 的距离为 1，建立方程，即可得出结论.

答案：A.

10.秦九韶是我国南宋时期的数学家，普州(现四川省安岳县)人，他在所著的《数书九章》中提出的多项式求值的秦九韶算法，至今仍是比较先进的算法.如图的程序框图给出了利用秦九韶算法求某多项式值的一个实例，若输入 x 的值为 2，则输出的 v 值为(　　)



A. $9\times 2^{10}-2$

B. $9\times 2^{10}+2$

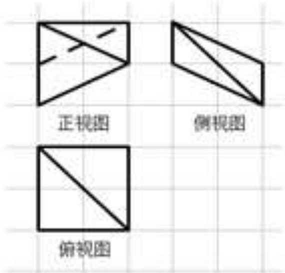
C. $9\times 2^{11}+2$

D. $9\times 2^{11}-2$

解析：由题意，模拟程序的运行，依次写出每次循环得到的 k，v 的值，当 k=-1 时，不满足条件 k≥0，跳出循环，输出 v 的值.

答案：C.

11.如图，网格纸上正方形小格的边长为 1，图中粗线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积为(　　)



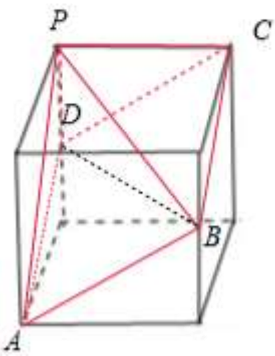
A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{8}{3}$

D. 4

解析：如图所示，由三视图可知该几何体为：四棱锥 P-ABCD.



答案：B.

12.若函数 $f(x)=a(x^2+\frac{2}{x})-\ln x(a>0)$ 有唯一零点 x_0，且 $m<x_0<n$（m，n 为相邻整数），其中自然对数 e=2.71828…，则 m+n 的值为(　　)

A.1

B.3

C.5

D.7

解析：由题，可将函数有零点的问题转化为方程 $x^2+\frac{2}{x}=\frac{1}{a}\ln x$ 有一个根，进而再转化为 $g(x)=x^2+\frac{2}{x}$ 与 $r(x)=\frac{1}{a}\ln x$ 有一个公共点，然后研究两个函数的单调性，再结合代入整数值比较函数值的大小，确定出两函数公共点的横坐标的取值范围，从而得出 m，n 的值，问题得解.

答案：C.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，把答案填写在题中横线上.

13.已知 F_1、F_2 为椭圆 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ 的两个焦点，过 F_1 的直线交椭圆于 A、B 两点，若 $|F_2A|+|F_2B|=12$，则 $|AB|$=_____.

解析：运用椭圆的定义，可得三角形 ABF_2 的周长为 4a=20，再由周长，即可得到 AB 的长.

答案：8.

14.已知点 A(1，0)，B(1，$\sqrt{3}$)，点 C 在第二象限，且∠AOC=150°，$\overrightarrow{OC}=-4\overrightarrow{OA}+\lambda\overrightarrow{OB}$，则 λ=_____.

解析：根据向量的基本运算表示出 C 的坐标，利用三角函数的定义进行求解即可.

答案：1.

15.若 $f(x)+f(1-x)=4$，$a_n=f(0)+f(\frac{1}{n})+\cdots+f(\frac{n-1}{n})+f(1)(n\in N^+)$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为_____.

解析：由题意可得自变量的和为 1 时函数值的和为 4，运用数列的求和方法：倒序相加求和，计算即可得到所求和.

答案：$a_n=2(n+1)$.

16.已知矩形 ABEF 所在的平面与矩形 ABCD 所在的平面互相垂直，AD=2，AB=3，AF=$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，M 为 EF 的中点，则多面体 M-ABCD 的外接球的表面积为_____.

解析：设球心到平面 ABCD 的距离为 d，利用矩形 ABEF 所在的平面与矩形 ABCD 所在的平面互相垂直，AF=$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，M 为 EF 的中点，可得 M 到平面 ABCD 的距离为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$，从而

$R^2=(\frac{\sqrt{4+9}}{2})^2+d^2=1^2+(\frac{3\sqrt{3}}{2}-d)^2$，求出 $R^2=4$，即可求出多面体 E-ABCD 的外接球的表面积.

答案：16π.

三、解答题：本大题共 70 分，其中(17)-(21)题为必考题，(22)，(23)题为选考题.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且 2acosC-c=2b.

(Ⅰ)求角 A 的大小；

(Ⅱ)若 $c=\sqrt{2}$，角 B 的平分线 $BD=\sqrt{3}$，求 a.

解析：(Ⅰ)由正弦定理、两角和的正弦公式化简已知的条件，求出 cosA 的值，由 A 的范围和特殊角的三角函数值求出角 A 的值；

(Ⅱ)由条件和正弦定理求出 sin∠ADB，由条件求出∠ADB，由内角和定理分别求出∠ABC、∠ACB，结合条件和余弦定理求出边 a 的值.

答案：(Ⅰ)由 2acosC-c=2b 及正弦定理得，

2sinAcosC-sinC=2sinB，

2sinAcosC-sinC=2sin(A+C)=2sinAcosC+2cosAsinC，

∴-sinC=2cosAsinC，

∵sinC≠0，∴$\cos A=-\frac{1}{2}$，

又 A∈(0，π)，∴$A=\frac{2\pi}{3}$；

(Ⅱ)在△ABD 中，$c=\sqrt{2}$，角 B 的平分线 $BD=\sqrt{3}$，

由正弦定理得 $\frac{AB}{\sin\angle ADB}=\frac{BD}{\sin A}$，

∴$\sin\angle ADB=\frac{AB\sin A}{BD}=\frac{\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

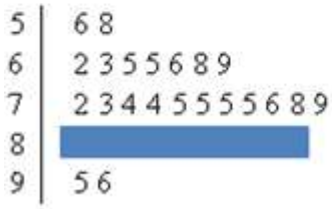
由 $A=\frac{2\pi}{3}$ 得 $\angle ADB=\frac{\pi}{4}$，∴$\angle ABC=2(\pi-\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{4})=\frac{\pi}{6}$，

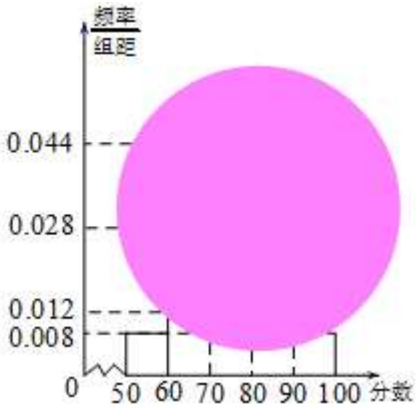
∴$\angle ACB=\pi-\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$，$AC=AB=\sqrt{2}$

由余弦定理得，$a^2=BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos A=2+2-2\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times(-\frac{1}{2})=6$，

∴$a=\sqrt{6}$.

18.某校高一(1)班的一次数学测试成绩的茎叶图和频率分布直方图都受到不同程度的污损，可见部分如图.



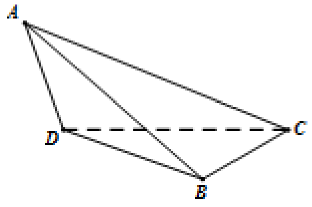


(Ⅰ)求分数在[50，60)的频率及全班人数；
(Ⅱ)求分数在[80，90)之间的频数，并计算频率分布直方图中[80，90)间矩形的高；
(Ⅲ)若要从分数在[80,100)之间的试卷中任取两份分析学生失分情况,求在抽取的试卷中，至少有一份分数在[90，100)之间的概率.

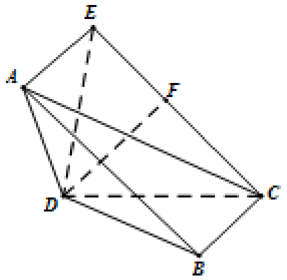
解析：(Ⅰ)先由频率分布直方图求出[50，60)的频率，结合茎叶图中得分在[50，60)的人数即可求得本次考试的总人数；
(Ⅱ)根据茎叶图的数据，利用(Ⅰ)中的总人数减去[50，80)外的人数，即可得到[50，80)内的人数，从而可计算频率分布直方图中[80，90)间矩形的高；
(Ⅲ)用列举法列举出所有的基本事件，找出符合题意得基本事件个数，利用古典概型概率计算公式即可求出结果.

答案：(Ⅰ)分数在[50，60)的频率为 $0.008\times10=0.08$，
由茎叶图知：
分数在[50，60)之间的频数为 2，
∴全班人数为 $\frac{2}{0.08}=25$.
(Ⅱ)分数在[80，90)之间的频数为 $25-22=3$；
频率分布直方图中[80，90)间的矩形的高为 $\frac{3}{25}\div10=0.012$.
(Ⅲ)将[80，90)之间的 3 个分数编号为 a_1，a_2，a_3，[90，100)之间的 2 个分数编号为 b_1，b_2，在[80，100)之间的试卷中任取两份的基本事件为：
$(a_1，a_2)$，$(a_1，a_3)$，$(a_1，b_1)$，$(a_1，b_2)$，$(a_2，a_3)$，$(a_2，b_1)$，$(a_2，b_2)$，$(a_3，b_1)$，$(a_3，b_2)$，$(b_1，b_2)$共 10 个，
其中，至少有一个在[90，100)之间的基本事件有 7 个，
故至少有一份分数在[90，100)之间的概率是 $\frac{7}{10}=0.7$.

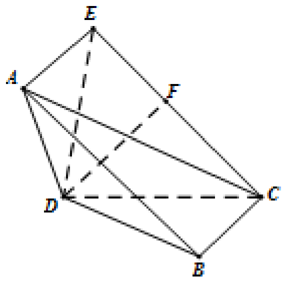
19. 如图，在三棱锥 A-BCD 中，△ABD 为边长等于 $\sqrt{2}$ 正三角形，CD=CB=1. △ADC 与△ABC 是有公共斜边 AC 的全等的直角三角形.



(Ⅰ)求证：AC⊥BD；
(Ⅱ)求D点到平面ABC的距离.
解析：(Ⅰ)取BD中点M，连AM、CM，证明BD⊥面ACM，即可证明AC⊥BD；
(Ⅱ)证明面ABCE⊥面DEC，过D作DF⊥EC，交EC于F，DF即为D点到平面ABC的距离.
答案：(Ⅰ)证明：取BD中点M，连AM、CM



∵AD=AB
∴AM⊥BD，
又∵DC=CB，
∴CM⊥BD，CM∩AM=M，
∴BD⊥面ACM，AC⊂面ACM，
∴BD⊥AC.
(Ⅱ)过A作AE∥BC，AE=BC，连接EC、ED，



则AB∥EC，AB=EC
∵BC⊥AB，
∴BC⊥EC，
又∵BC⊥DC，EC∩DC=C，
∴BC⊥面DEC
∵BC⊂面ABCE，
∴面ABCE⊥面DEC
过D作DF⊥EC，交EC于F，DF即为所求，
在△DEC中，DE=DC=1，EC=$\sqrt{2}$，
∴DF=$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

20.已知抛物线C：$y^2=4x$的焦点为F，过F的直线l交C于A，B两点，M为线段AB的中点，O为坐标原点.AO、BO的延长线与直线x=-4分别交于P、Q两点.
(Ⅰ)求动点M的轨迹方程；
(Ⅱ)连接OM，求△OPQ与△BOM的面积比.

解析：(1)先根据抛物线方程求得焦点坐标，进而设出过焦点弦的直线方程，与抛物线方程联立消去 y，根据韦达定理表示出 x_1+x_2，进而根据直线方程求得 y_1+y_2，进而求得焦点弦的中点的坐标的表达式，消去参数 k，则焦点弦的中点轨迹方程可得.
(2)求出 P，Q 的坐标，可得面积，即可求△OPQ 与△BOM 的面积比.
答案：(Ⅰ)设 A $(x_1，y_1)$，B$(x_2，y_2)$，由题知抛物线焦点为(1，0)
设焦点弦方程为 $y=k(x-1)$
代入抛物线方程得所以 $k^2x^2-(2k^2+4)x+k^2=0$
由韦达定理：$x_1+x_2=2+\dfrac{4}{k^2}$
所以中点 M 横坐标：$x=1+\dfrac{2}{k^2}$
代入直线方程，中点 M 纵坐标：$y=k(x-1)=\dfrac{2}{k}$.即中点 M 为$(1+\dfrac{2}{k^2}，\dfrac{2}{k})$消参数 k，得其方程为：$y^2=2x-2$，
当线段 PQ 的斜率不存在时，线段 PQ 中点为焦点 F(1，0)，满足此式，
故动点 M 的轨迹方程为：$y^2=2x-2$
(Ⅱ)设 AB：$ky=x-1$，代入 $y^2=4x$，得 $y^2-4ky-4=0$，
$y_1+y_2=4k$，$y_1\cdot y_2=-4$，
联立，得 $P(-4，-\dfrac{16}{y_1})$，同理 $Q(-4，-\dfrac{16}{y_2})$，
$|PQ|=4|y_1-y_2|$，
∴$S_{\triangle OPQ}=8|y_1-y_2|$，
又∵$S_{\triangle OMB}=\dfrac{1}{4}|y_1-y_2|$，故△OPQ 与△BOM 的面积比为 32.

21.已知函数 $f(x)=ax^2+bx-\ln x(a，b\in R)$
(Ⅰ)设 a≥0，求 f(x)的单调区间
(Ⅱ)设 a＞0，且对于任意 x＞0，f(x)≥f(1).试比较 lna 与-2b 的大小.
解析：(Ⅰ)由函数的解析式知，可先求出函数 $f(x)=ax^2+bx-\ln x$ 的导函数，再根据 a≥0，分 a=0，a＞0 两类讨论函数的单调区间即可；
(Ⅱ)由题意当 a＞0 时，$\dfrac{-b+\sqrt{b^2+8a}}{4a}$是函数的唯一极小值点，再结合对于任意 x＞0，f(x)≥f(1).可得出$\dfrac{-b+\sqrt{b^2+8a}}{4a}=1$化简出 a，b 的关系，再要研究的结论比较 lna 与-2b 的大小构造函数 $g(x)=2-4x+\ln x$，利用函数的最值建立不等式即可比较大小.
答案：(Ⅰ)由 $f(x)=ax^2+bx-\ln x(a，b\in R)$
知 $f'(x)=2ax+b-\dfrac{1}{x}$
又 a≥0，
故当 a=0 时，$f'(x)=\dfrac{bx-1}{x}$

若 b≤0 时，由 x＞0 得，f′(x)＜0 恒成立，故函数的单调递减区间是(0，+∞)；若 b＞0，令 f′(x)＜0 可得 x＜$\frac{1}{b}$，即函数在(0，$\frac{1}{b}$)上是减函数，在($\frac{1}{b}$，+∞)上是增函数，

所以函数的单调递减区间是(0，$\frac{1}{b}$)，单调递增区间是($\frac{1}{b}$，+∞)，

当 a＞0 时，令 f′(x)=0，得 $2ax^2+bx-1=0$

由于△=b^2+8a＞0，故有 $x_2=\frac{-b+\sqrt{b^2+8a}}{4a}$，$x_1=\frac{-b-\sqrt{b^2+8a}}{4a}$

显然有 x_1＜0，x_2＞0，

故在区间(0，$\frac{-b+\sqrt{b^2+8a}}{4a}$)上，导数小于 0，函数是减函数；

在区间($\frac{-b+\sqrt{b^2+8a}}{4a}$，+∞)上，导数大于 0，函数是增函数

综上，当 a=0，b≤0 时，函数的单调递减区间是(0，+∞)；当 a=0，b＞0 时，函数的单调递减区间是(0，$\frac{1}{b}$)，单调递增区间是($\frac{1}{b}$，+∞)；当 a＞0，函数的单调递减区间是(0，$\frac{-b+\sqrt{b^2+8a}}{4a}$)，单调递增区间是($\frac{-b+\sqrt{b^2+8a}}{4a}$，+∞)

(Ⅱ)由题意，函数 f(x)在 x=1 处取到最小值，

由(1)知，$\frac{-b+\sqrt{b^2+8a}}{4a}$是函数的唯一极小值点故$\frac{-b+\sqrt{b^2+8a}}{4a}$=1

整理得 2a+b=1，即 b=1-2a

令 g(x)=2-4x+lnx，则 g′(x)=$\frac{1-4x}{x}$

令 g′(x)=$\frac{1-4x}{x}$=0 得 x=$\frac{1}{4}$

当 0＜x＜$\frac{1}{4}$时，g′(x)＞0，函数单调递增；

当$\frac{1}{4}$＜x＜+∞时，g′(x)＜0，函数单调递减

因为 g(x)≤g($\frac{1}{4}$)=1-ln4＜0

故 g(a)＜0，即 2-4a+lna=2b+lna＜0，即 lna＜-2b.

[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22.在平面直角坐标系中，曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=5\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$(α为参数).以坐标原点 O 为极

点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos(\theta+\frac{\pi}{4})=\sqrt{2}$. l 与 C 交于 A、B 两点.

(Ⅰ)求曲线 C 的普通方程及直线 l 的直角坐标方程；

(Ⅱ)设点 P(0，-2)，求|PA|+|PB|的值.

解析：(Ⅰ)利用三种方程互化方法，曲线 C 的普通方程及直线 l 的直角坐标方程；

(Ⅱ)点 P(0，-2)在 l 上，l 的参数方程为 $\begin{cases} x=\frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=-2+\frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ （t 为参数)，代入 $\frac{1}{5}x^2+y^2=1$ 整理得，$3t^2-10\sqrt{2}t+15=0$，即可求|PA|+|PB|的值.

答案：(Ⅰ)曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=5\cos\alpha \\ y=\sin\alpha \end{cases}$ （α 为参数)，普通方程为 C：$\frac{1}{5}x^2+y^2=1$；

直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos(\theta+\frac{\pi}{4})=\sqrt{2}$，即 $\rho\cos\theta-\rho\sin\theta=2$，l：y=x-2.

(Ⅱ)点 P(0，-2)在 l 上，l 的参数方程为 $\begin{cases} x=\frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=-2+\frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ （t 为参数)

代入 $\frac{1}{5}x^2+y^2=1$ 整理得，$3t^2-10\sqrt{2}t+15=0$，

由题意可得 $|PA|+|PB|=|t_1|+|t_2|=|t_1+t_2|=\frac{10}{3}\sqrt{2}$.

[选修 4-5：不等式选讲]

23.已知关于 x 的不等式|x-3|+|x-m|≥2m 的解集为 R.

(Ⅰ)求 m 的最大值；

(Ⅱ)已知 a＞0，b＞0，c＞0，且 a+b+c=m，求 $4a^2+9b^2+c^2$ 的最小值及此时 a，b，c 的值.

解析：(Ⅰ)利用|x-3|+|x-m|≥|(x-3)-(x-m)|=|m-3|，对 x 与 m 的范围讨论即可.

(Ⅱ)构造柯西不等式即可得到结论.

答案：(Ⅰ)∵|x-3|+|x-m|≥|(x-3)-(x-m)|=|m-3|

当 3≤x≤m，或 m≤x≤3 时取等号，

令|m-3|≥2m，

∴m-3≥2m，或 m-3≤-2m.

解得：m≤-3，或 m≤1

∴m 的最大值为 1；

(Ⅱ)由(Ⅰ)a+b+c=1.

由柯西不等式：$(\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+1)(4a^2+9b^2+c^2)\geq(a+b+c)^2=1$，

$\therefore 4a^2+9b^2+c^2 \geqslant \dfrac{36}{49}$，等号当且仅当 $4a=9b=c$，且 $a+b+c=1$ 时成立.

即当且仅当 $a=\dfrac{9}{49}$，$b=\dfrac{4}{49}$，$c=\dfrac{36}{49}$ 时，$4a^2+9b^2+c^2$ 的最小值为 $\dfrac{36}{49}$.