2018年江苏省无锡市中考真题数学

一、选择题(本大题共10小题，每小题3分，共30分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用2B铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑)

1.下列等式正确的是(　　)

A.$(\sqrt{3})^2=3$

B.$\sqrt{(-3)^2}=-3$

C.$\sqrt{3^3}=3$

D.$(-\sqrt{3})^2=-3$

解析：根据二次根式的性质把各个二次根式化简，判断即可.

答案：A.

2.函数 $y=\frac{2x}{4-x}$ 中自变量x的取值范围是(　　)

A.$x\neq-4$

B.$x\neq4$

C.$x\leqslant-4$

D.$x\leqslant4$

解析：由题意得，$4-x\neq0$，

解得 $x\neq4$.

答案：B.

3.下列运算正确的是(　　)

A.$a^2+a^3=a^5$

B.$(a^2)^3=a^5$

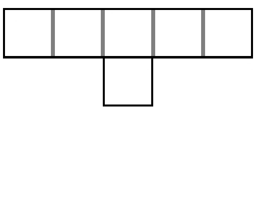
C.$a^4-a^3=a$

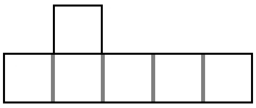
D.$a^4\div a^3=a$

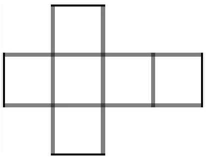
解析：根据合并同类项法则，把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变；幂的乘方，底数不变指数相乘；同底数幂相除，底数不变指数相减，对各选项分析判断后利用排除法求解.

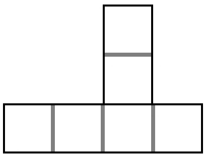
答案：D.

4.下面每个图形都是由6个边长相同的正方形拼成的图形，其中能折叠成正方体的是(　　)

A.

B. 

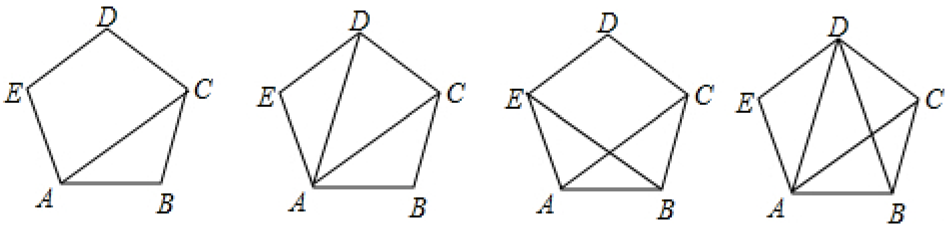
C. 

D. 

解析：利用正方体及其表面展开图的特点解题.能组成正方体的“一，四，一”“三，三”“二，二，二”“一，三，二”的基本形态要记牢.

答案：C.

5.下列图形中的五边形 ABCDE 都是正五边形，则这些图形中的轴对称图形有(　　)



A.1 个

B.2 个

C.3 个

D.4 个

解析：直接利用轴对称图形的性质画出对称轴得出答案.

答案：D.

6.已知点 P(a，m)，Q(b，n)都在反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的图象上，且 a＜0＜b，则下列结论一定正确的是(　　)

A.m+n＜0

B.m+n＞0

C.m＜n

D.m＞n

解析：根据反比例函数的性质，可得答案.

答案：D.

7.某商场为了解产品 A 的销售情况，在上个月的销售记录中，随机抽取了 5 天 A 产品的销售记录，其售价 x(元/件)与对应销量 y(件)的全部数据如下表：

售价 x（元/件）	90	95	100	105	110
销量 y（件）	110	100	80	60	50

则这5天中，A产品平均每件的售价为(　　)

A.100元

B.95元

C.98元

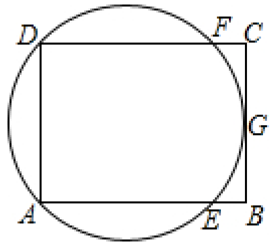
D.97.5元

解析：由表可知，这5天中，A产品平均每件的售价为

$\frac{90\times110+95\times100+100\times80+105\times60+110\times50}{110+100+80+60+50}$=98(元/件).

答案：C.

8.如图，矩形ABCD中，G是BC的中点，过A、D、G三点的圆O与边AB、CD分别交于点E、点F，给出下列说法：(1)AC与BD的交点是圆O的圆心；(2)AF与DE的交点是圆O的圆心；(3)BC与圆O相切，其中正确说法的个数是(　　)



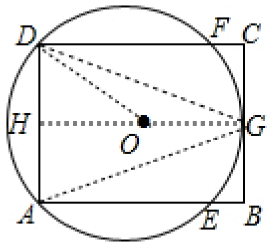
A.0

B.1

C.2

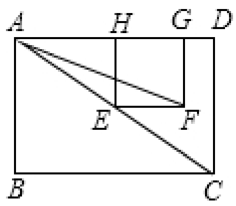
D.3

解析：连接DG、AG，作GH⊥AD于H，连接OD，如图，先确定AG=DG，则GH垂直平分AD，则可判断点O在HG上，再根据HG⊥BC可判定BC与圆O相切；接着利用OG=OG可判断圆心O不是AC与BD的交点;然后根据四边形AEFD为⊙O的内接矩形可判断AF与DE的交点是圆O的圆心.



答案：C.

9.如图，已知点E是矩形ABCD的对角线AC上的一动点，正方形EFGH的顶点G、H都在边AD上，若AB=3，BC=4，则tan∠AFE的值(　　)



A.等于$\frac{3}{7}$

B. 等于 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

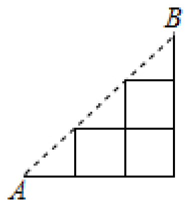
C. 等于 $\frac{3}{4}$

D. 随点 E 位置的变化而变化

解析：根据题意推知 EF∥AD，由该平行线的性质推知△AEH∽△ACD，结合该相似三角形的对应边成比例和锐角三角函数的定义解答.

答案：A.

10. 如图是一个沿 3×3 正方形方格纸的对角线 AB 剪下的图形，一质点 P 由 A 点出发，沿格点线每次向右或向上运动 1 个单位长度，则点 P 由 A 点运动到 B 点的不同路径共有(　　)



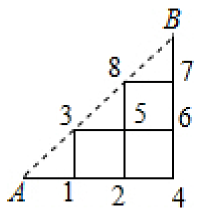
A. 4 条

B. 5 条

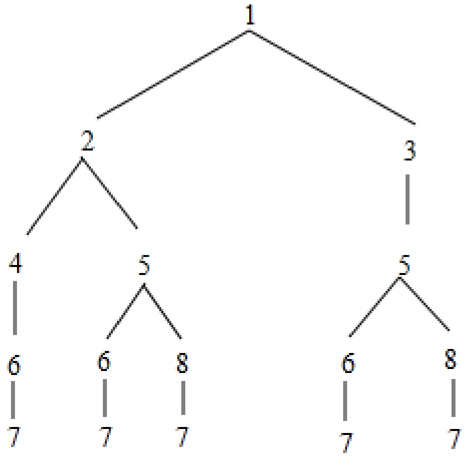
C. 6 条

D. 7 条

解析：如图，将各格点分别记为 1、2、3、4、5、6、7，



画树状图如下：



由树状图可知点 P 由 A 点运动到 B 点的不同路径共有 5 种.

答案：B.

二、填空题(本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。不需写出解答过程，只需把答案直接填写在答题卡上相应的位置)

11. -2 的相反数的值等于_____.

解析：根据相反数的定义作答.

答案：2.

12. 今年“五一”节日期间，我市四个旅游景区共接待游客约 303000 多人次，这个数据用科学记数法可记为_____.

解析：$303000=3.03\times10^{5}$.

答案：3.03×10^{5}.

13. 方程 $\frac{x-3}{x}=\frac{x}{x+1}$ 的解是_____.

解析：方程两边都乘以 x(x+1) 化分式方程为整式方程，解整式方程得出 x 的值，再检验即可得出方程的解.

答案：$x=-\frac{3}{2}$.

14. 方程组 $\begin{cases}x-y=2\\x+2y=5\end{cases}$ 的解是_____.

解析：利用加减消元法求解可得.

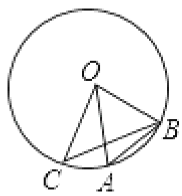
答案：$\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$.

15. 命题“四边相等的四边形是菱形”的逆命题是_____.

解析：把一个命题的条件和结论互换就得到它的逆命题.

答案：菱形的四条边相等.

16. 如图，点 A、B、C 都在⊙O 上，OC⊥OB，点 A 在劣弧 $\overset{\frown}{BC}$ 上，且 OA=AB，则∠ABC=_____.



解析：∵OA=OB，OA=AB，

∴OA=OB=AB，

即△OAB 是等边三角形，

∴∠AOB=60°，

∵OC⊥OB，

∴∠COB=90°，

∴∠COA=90°-60°=30°，

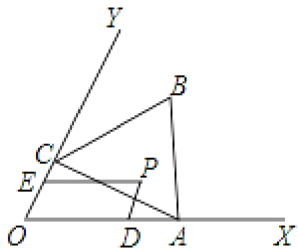
∴∠ABC=15°.
答案：15°.

17.已知△ABC中，AB=10，AC=$2\sqrt{7}$，∠B=30°，则△ABC的面积等于_____.

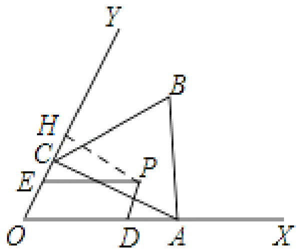
解析：作AD⊥BC交BC(或BC延长线)于点D，分AB、AC位于AD异侧和同侧两种情况，先在Rt△ABD中求得AD、BD的值，再在Rt△ACD中利用勾股定理求得CD的长，继而就两种情况分别求出BC的长，根据三角形的面积公式求解可得.

答案：$15\sqrt{3}$或$10\sqrt{3}$.

18.如图，已知∠XOY=60°，点A在边OX上，OA=2.过点A作AC⊥OY于点C，以AC为一边在∠XOY内作等边三角形ABC，点P是△ABC围成的区域(包括各边)内的一点，过点P作PD∥OY交OX于点D，作PE∥OX交OY于点E.设OD=a，OE=b，则a+2b的取值范围是_____.



解析：作辅助线，构建30度的直角三角形，先证明四边形EODP是平行四边形，得EP=OD=a，在Rt△HEP中，∠EPH=30°，可得EH的长，计算a+2b=2OH，确认OH最大和最小值的位置，可得结论.



答案：2≤a+2b≤5.

三、解答题(本大题共10小题，共84分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)
19.计算：

(1)$(-2)^2\times|-3|-(\sqrt{6})^0$

(2)$(x+1)^2-(x^2-x)$
解析：(1)本题涉及零指数幂、乘方、绝对值3个考点.在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.
(2)根据完全平方公式和去括号法则计算，再合并同类项即可求解.

答案：(1)$(-2)^2\times|-3|-(\sqrt{6})^0$

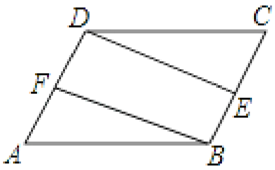
$=4\times3-1$
$=12-1$
$=11$；
(2) $(x+1)^2-(x^2-x)$
$=x^2+2x+1-x^2+x$
$=3x+1$.

20.(1)分解因式：$3x^3-27x$

(2)解不等式组：$\begin{cases}2x+1>x-1\ldots① \\ x-1\le\frac{1}{3}(2x-1)\ldots②\end{cases}$

解析：(1)先提取公因式 3x，再利用平方差公式分解可得；
(2)分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集.
答案：(1)原式$=3x(x^2-9)=3x(x+3)(x-3)$；
(2)解不等式①，得：$x>-2$，
解不等式②，得：$x\le2$，
则不等式组的解集为$-2<x\le2$.

21.如图，平行四边形 ABCD 中，E、F 分别是边 BC、AD 的中点，求证：∠ABF=∠CDE.

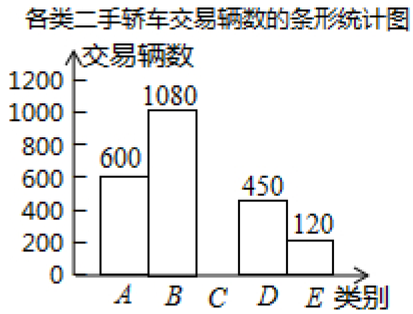


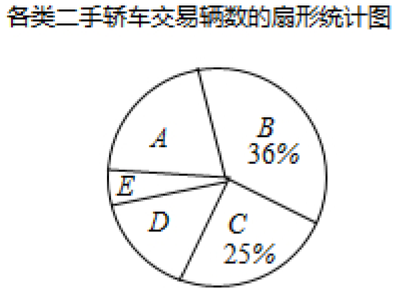
解析：根据平行四边形的性质以及全等三角形的性质即可求出答案.
答案：在▱ABCD 中，
AD=BC，∠A=∠C，
∵E、F 分别是边 BC、AD 的中点，
∴AF=CE，
在△ABF 与△CDE 中，

$$\begin{cases}AB=CD \\ \angle A=\angle C \\ AF=CE\end{cases}$$

∴△ABF≌△CDE(SAS)
∴∠ABF=∠CDE

22.某汽车交易市场为了解二手轿车的交易情况，将本市场去年成交的二手轿车的全部数据，以二手轿车交易前的使用时间为标准分为 A、B、C、D、E 五类，并根据这些数据由甲，乙两人分别绘制了下面的两幅统计图(图都不完整).





请根据以上信息，解答下列问题：

(1)该汽车交易市场去年共交易二手轿车_____辆.

(2)把这幅条形统计图补充完整.(画图后请标注相应的数据)

(3)在扇形统计图中，D类二手轿车交易辆数所对应扇形的圆心角为_____度.

解析：(1)根据B类别车辆的数量及其所占百分比可得总数量；

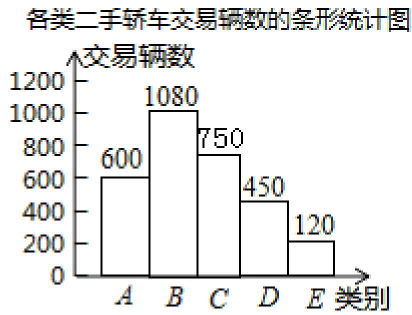
(2)用总数量乘以C类别的百分比求得其数量，据此即可补全条形图；

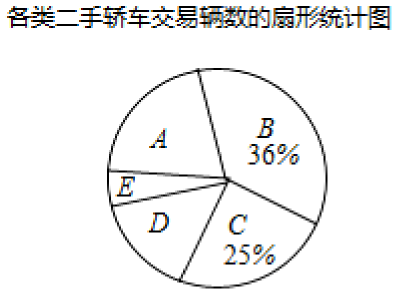
(3)用360°乘以D类车辆占总数量的比例即可得出答案.

答案：(1)该汽车交易市场去年共交易二手轿车1080÷36%=3000辆；

(2)C类别车辆人数为3000×25%=750辆，

补全条形统计图如下：





(3)在扇形统计图中，D类二手轿车交易辆数所对应扇形的圆心角为$360^\circ\times\frac{450}{3000}=54^\circ$.

23.某校组织一项公益知识竞赛，比赛规定：每个班级由2名男生、2名女生及1名班主任老师组成代表队.但参赛时，每班只能有3名队员上场参赛，班主任老师必须参加，另外2名队员分别在2名男生和2名女生中各随机抽出1名.初三(1)班由甲、乙2名男生和丙、丁2名女生及1名班主任组成了代表队，求恰好抽到由男生甲、女生丙和这位班主任一起上场参赛的概率.(请用“画树状图”或“列表”或“列举”等方法给出分析过程)

解析：列表得出所有等可能的情况数，找出抽到由男生甲、女生丙和这位班主任一起上场参赛的情况数，即可求出所求的概率.

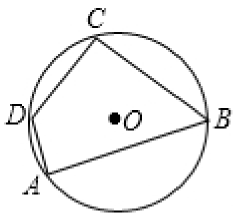
答案：可能出现的所有结果列表如下：

	甲	乙
丙	(甲，丙)	(乙，丙)
丁	(甲，丁)	(乙，丁)

共有4种可能的结果，且每种的可能性相同，其中恰好抽到由男生甲、女生丙和这位班主任一起上场参赛的结果有1种，

所以恰好抽到由男生甲、女生丙和这位班主任一起上场参赛的概率为$\frac{1}{4}$.

24.如图，四边形 ABCD 内接于⊙O，AB=17，CD=10，∠A=90°，cosB=$\frac{3}{5}$，求 AD 的长.

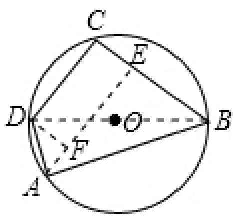


解析：根据圆内接四边形的对角互补得出∠C=90°，∠ABC+∠ADC=180°.作 AE⊥BC 于 E，DF⊥AE 于 F，则 CDFE 是矩形，EF=CD=10.解 Rt△AEB，得出 BE=AB•cos∠ABE=$\frac{51}{5}$，AE=$\sqrt{AB^2-BE^2}=\frac{68}{5}$，那么 AF=AE-EF=$\frac{18}{5}$.再证明∠ABC+∠ADF=90°，根据互余角的互余函数相等得出 sin∠ADF=cos∠ABC=$\frac{3}{5}$.解 Rt△ADF，即可求出 AD=$\frac{AF}{\sin\angle ADF}$=6.

答案：∵四边形 ABCD 内接于⊙O，∠A=90°，

∴∠C=180°-∠A=90°，∠ABC+∠ADC=180°.

作 AE⊥BC 于 E，DF⊥AE 于 F，则 CDFE 是矩形，EF=CD=10.



在 Rt△AEB 中，∵∠AEB=90°，AB=17，cos∠ABC=$\frac{3}{5}$，

∴BE=AB•cos∠ABE=$\frac{51}{5}$，

∴AE=$\sqrt{AB^2-BE^2}=\frac{68}{5}$，

∴AF=AE-EF=$\frac{68}{5}$-10=$\frac{18}{5}$.

∵∠ABC+∠ADC=180°，∠CDF=90°，

∴∠ABC+∠ADF=90°，

∵cos∠ABC=$\frac{3}{5}$，

∴sin∠ADF=cos∠ABC=$\frac{3}{5}$.

在 Rt△ADF 中，∵∠AFD=90°，sin∠ADF=$\frac{3}{5}$，

∴AD=$\frac{AF}{\sin\angle ADF}=\frac{\frac{18}{5}}{\frac{3}{5}}$=6.

25.一水果店是 A 酒店某种水果的唯一供货商，水果店根据该酒店以往每月的需求情况，本月初专门为他们准备了 2600kg 的这种水果.已知水果店每售出 1kg 该水果可获利润 10 元，未售出的部分每 1kg 将亏损 6 元，以 x(单位：kg，2000≤x≤3000)表示 A 酒店本月对这种水果的需求量，y(元)表示水果店销售这批水果所获得的利润.

(1)求 y 关于 x 的函数表达式；

(2)问：当 A 酒店本月对这种水果的需求量如何时，该水果店销售这批水果所获的利润不少于 22000 元？

解析：(1)列函数解析式时注意在获得的利润里减去未出售的亏损部分；

(2)由(1)y≥22000 即可.

答案：(1)由题意：

当 2000≤x≤2600 时，y=10x-6(2600-x)=16x-15600；

当 2600<x≤3000 时，y=2600×10=26000

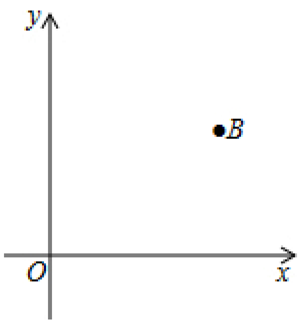
(2)由题意得：

16x-15600≥22000

解得：x≥2350

∴当 A 酒店本月对这种水果的需求量小于等于 3000，不少于 2350kg 时，该水果店销售这批水果所获的利润不少于 22000 元.

26.如图，平面直角坐标系中，已知点 B 的坐标为(6，4).



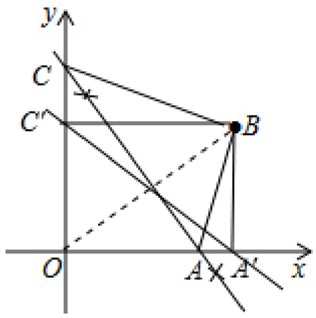
(1)请用直尺(不带刻度)和圆规作一条直线 AC，它与 x 轴和 y 轴的正半轴分别交于点 A 和点 C，且使∠ABC=90°，△ABC 与△AOC 的面积相等.(作图不必写作法，但要保留作图痕迹.)

(2)问：(1)中这样的直线 AC 是否唯一？若唯一，请说明理由；若不唯一，请在图中画出所有这样的直线 AC，并写出与之对应的函数表达式.

解析：(1)①作线段 OB 的垂直平分线 AC，满足条件，②作矩形 OA′BC′，直线 A′C′，满足条件；

(2)分两种情形分别求解即可解决问题.

答案：(1)解：如图△ABC 即为所求；

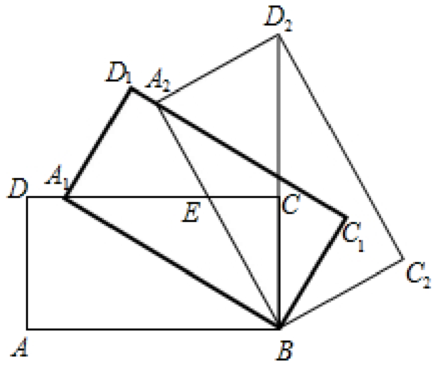


(2)解：这样的直线不唯一.

①作线段 OB 的垂直平分线 AC，满足条件，此时直线的解析式为 y=$-\frac{3}{2}x+\frac{13}{2}$.

②作矩形 OA′BC′，直线 A′C′，满足条件，此时直线 A′C′的解析式为 y=$-\frac{2}{3}$x+4.

27.如图，矩形 ABCD 中，AB=m，BC=n，将此矩形绕点 B 顺时针方向旋转θ（0°＜θ＜90°）得到矩形 $A_1BC_1D_1$，点 A_1 在边 CD 上.



(1)若 m=2，n=1，求在旋转过程中，点 D 到点 D_1 所经过路径的长度；

(2)将矩形 $A_1BC_1D_1$ 继续绕点 B 顺时针方向旋转得到矩形 $A_2BC_2D_2$，点 D_2 在 BC 的延长线上，设边 A_2B 与 CD 交于点 E，若 $\frac{A_1E}{EC}=\sqrt{6}-1$，求 $\frac{n}{m}$ 的值.

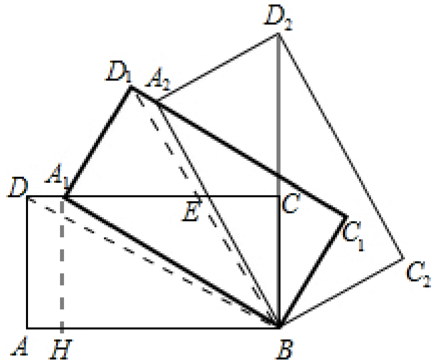
解析：(1)作 $A_1H\perp AB$ 于 H，连接 BD，BD_1，则四边形 ADA_1H 是矩形.解直角三角形，求出∠ABA_1，得到旋转角即可解决问题；

(2)由△BCE∽△BA_2D_2，推出 $\frac{CE}{CB}=\frac{A_2B_2}{A_2B}=\frac{n}{m}$，可得 CE=$\frac{n^2}{m}$ 由 $\frac{EA_1}{EC}=\sqrt{6}-1$ 推出 $\frac{A_1C}{EC}=\sqrt{6}$，

推出 A_1C=$\sqrt{6}\cdot\frac{n^2}{m}$，推出 BH=$A_1C$=$\sqrt{m^2-n^2}=\sqrt{6}\cdot\frac{n^2}{m}$，可得 $m^2-n^2=6\bullet\frac{n^4}{m^2}$，可得 $1-\frac{n^2}{m^2}=6\bullet\frac{n^4}{m^4}$，

由此解方程即可解决问题.

答案：(1)作 $A_1H\perp AB$ 于 H，连接 BD，BD_1，则四边形 ADA_1H 是矩形.



∴AD=HA_1=n=1，

在Rt△A_1HB中，∵BA_1=BA=m=2，

∴$BA_1=2HA_1$，

∴∠ABA_1=30°，

∴旋转角为30°，

∵BD=$\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

∴D到点D_1所经过路径的长度=$\frac{30?\pi\sqrt{5}}{180}=\frac{\sqrt{5}}{6}\pi$．

(2)∵△BCE∽△BA_2D_2，

∴$\frac{CE}{CB}=\frac{A_2B_2}{A_2B}=\frac{n}{m}$，

∴CE=$\frac{n^2}{m}$

∵$\frac{EA_1}{EC}=\sqrt{6}-1$

∴$\frac{A_1C}{EC}=\sqrt{6}$，

∴AC=$\sqrt{6}\cdot\frac{n^2}{m}$，

∴BH=AC=$\sqrt{m^2-n^2}=\sqrt{6}\cdot\frac{n^2}{m}$，

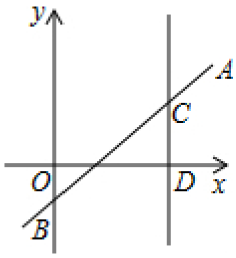
∴$m^2-n^2=6\cdot\frac{n^4}{m^2}$，

∴$m^4-m^2n^2=6n^4$，

$1-\frac{n^2}{m^2}=6\cdot\frac{n^4}{m^4}$，

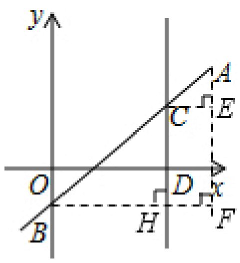
$\therefore \frac{n}{m}=\frac{\sqrt{3}}{3}$(负根已经舍弃).

28.已知：如图，一次函数 y=kx-1 的图象经过点 A($3\sqrt{5}$，m)(m＞0)，与 y 轴交于点 B.点 C 在线段 AB 上，且 BC=2AC，过点 C 作 x 轴的垂线，垂足为点 D.若 AC=CD.



(1)求这个一次函数的表达式；
(2)已知一开口向下、以直线 CD 为对称轴的抛物线经过点 A，它的顶点为 P，若过点 P 且垂直于 AP 的直线与 x 轴的交点为 Q($-\frac{4\sqrt{5}}{5}$，0)，求这条抛物线的函数表达式.

解析：(1)利用三角形相似和勾股定理构造方程，求 AC 和 m.
(2)由∠APQ=90°，构造△PQD∽△APE 构造方程求点 P 坐标可求二次函数解析式.
答案：(1)过点 A 作 AF⊥x 轴，过点 B 作 BF⊥CD 于 H，交 AF 于点 F，过点 C 作 CE⊥AF 于点 E



设 AC=n，则 CD=n
∵点 B 坐标为(0，-1)
∴CH=n+1，AF=m+1
∵CH∥AF，BC=2AC
$\therefore \frac{CH}{AF}=\frac{BC}{AB}=\frac{2}{3}$
即：$\frac{n+1}{m+1}=\frac{2}{3}$
整理得：n=$\frac{2m-1}{3}$
Rt△AEC 中，
$CE^2+AE^2=AC^2$
$\therefore 5+(m-n)^2=n^2$

把 $n=\frac{2m-1}{3}$ 代入 $5+(m-\frac{2m-1}{3})^2=(\frac{2m-1}{3})^2$

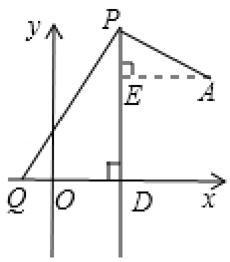
解得 $m_1=5$，$m_2=-3$(舍去)

∴$n=3$

∴把 $A(3\sqrt{5}，5)$代入 $y=kx-1$ 得 $k=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

∴$y=\frac{2\sqrt{5}}{5}x-1$

(2)如图，过点 A 作 AE⊥CD 于点 E



设点 P 坐标为$(2\sqrt{5}，n)$，由已知 $n>0$

由已知，PD⊥x 轴

∴△PQD∽△APE

∴$\frac{QD}{PD}=\frac{PE}{AE}$

∴$\frac{\frac{14\sqrt{5}}{5}}{n}=\frac{n-5}{\sqrt{5}}$

解得 $n_1=7$，$n_2=-2$(舍去)

设抛物线解析式为 $y=a(x-h)^2+k$

∴$y=a(x-2\sqrt{5})^2+5$

把 $A(3\sqrt{5}，5)$代入 $y=a(x-2\sqrt{5})^2+7$

解得 $a=-\frac{2}{5}$

∴抛物线解析式为：$y=-\frac{2}{5}x^2+\frac{8\sqrt{5}}{5}x-1$