

2017 年湖北省仙桃市中考真题数学

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在下列各小题中，均给出四个答案，其中有且只有一个正确答案，请将正确答案的字母代号在答题卡上涂黑，涂错或不涂均为零分.

1. 如果向北走 6 步记作+6，那么向南走 8 步记作( )

- A. +8 步
- B. -8 步
- C. +14 步
- D. -2 步

解析：“正”和“负”是表示互为相反意义的量，向北走记作正数，那么向北的反方向，向南走应记为负数.

∵向北走 6 步记作+6，

∴向南走 8 步记作-8.

答案：B.

2. 北京时间 5 月 27 日，蛟龙号载人潜水器在太平洋马里亚纳海沟作业区开展了本航段第 3 次下潜，最大下潜深度突破 6500 米，数 6500 用科学记数法表示为( )

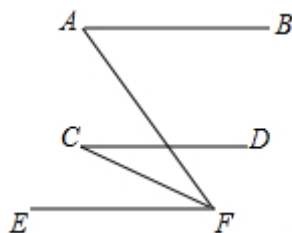
- A.  $65 \times 10^2$
- B.  $6.5 \times 10^2$
- C.  $6.5 \times 10^3$
- D.  $6.5 \times 10^4$

解析：科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数. 确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时， $n$  是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负数.

数 6500 用科学记数法表示为  $6.5 \times 10^3$ .

答案：C.

3. 如图，已知  $AB \parallel CD \parallel EF$ ， $FC$  平分  $\angle AFE$ ， $\angle C = 25^\circ$ ，则  $\angle A$  的度数是( )



- A.  $25^\circ$
- B.  $35^\circ$
- C.  $45^\circ$
- D.  $50^\circ$

解析：先根据平行线的性质以及角平分线的定义，得到  $\angle AFE$  的度数，再根据平行线的性质，即可得到  $\angle A$  的度数.

∵ $CD \parallel EF$ ,

$\angle C = \angle CFE = 25^\circ$  ,  
 $\because FC$  平分  $\angle AFE$  ,  
 $\therefore \angle AFE = 2\angle CFE = 50^\circ$  ,  
 又  $\because AB \parallel EF$  ,  
 $\therefore \angle A = \angle AFE = 50^\circ$  .

答案: D.

4. 如图是一个正方体的展开图, 把展开图折叠成正方体后, 有“弘”字一面的相对面上的字是( )



- A. 传
- B. 统
- C. 文
- D. 化

解析: 利用正方体及其表面展开图的特点解题.

这是一个正方体的平面展开图, 共有六个面, 其中面“扬”与“统”相对, 面“弘”与面“文”相对, “传”与面“化”相对.

答案: C.

5. 下列运算正确的是( )

- A.  $(\pi - 3)^0 = 1$
- B.  $\sqrt{9} = \pm 3$
- C.  $2^{-1} = -2$
- D.  $(-a^2)^3 = a^6$

解析: 根据零指数幂、算术平方根、负整数指数幂、积的乘方的计算法则计算, 对各选项分析判断后利用排除法求解.

A、根据零指数幂相关知识可知,  $(\pi - 3)^0 = 1$ , 故 A 正确;

B、根据算术平方根相关知识可知,  $\sqrt{9} = 3$ , 故 B 错误;

C、根据负指数幂相关知识可知,  $2^{-1} = \frac{1}{2}$ , 故 C 错误;

D、根据积的乘方和幂的乘方的计算法则,  $(-a^2)^3 = -a^6$ , 故 D 错误.

答案: A.

6. 关于一组数据: 1, 5, 6, 3, 5, 下列说法错误的是( )

- A. 平均数是 4
- B. 众数是 5
- C. 中位数是 6
- D. 方差是 3.2

解析：分别求出这组数据的平均数、中位数、众数和方差，再分别对每一项进行判断即可.

A、这组数据的平均数是  $(1+5+6+3+5) \div 5=4$ ，故本选项正确；

B、5 出现了 2 次，出现的次数最多，则众数是 5，故本选项正确；

C、把这组数据从小到大排列为：1，3，5，5，6，最中间的数是 5，则中位数是 5，故本选项错误；

D、这组数据的方差是： $\frac{1}{5} [(1-4)^2+(5-4)^2+(6-4)^2+(3-4)^2+(5-4)^2]=3.2$ ，故本选项正确.

答案：C.

7. 一个扇形的弧长是  $10\pi$  cm，面积是  $60\pi$  cm<sup>2</sup>，则此扇形的圆心角的度数是（ ）

A.  $300^\circ$

B.  $150^\circ$

C.  $120^\circ$

D.  $75^\circ$

解析：利用扇形面积公式  $S=\frac{1}{2}Rl$  求出 R 的值，再利用扇形面积公式  $S_{\text{扇形}}=\frac{n\pi r^2}{360}$  计算即可

得到圆心角度数.

$\because$  一个扇形的弧长是  $10\pi$  cm，面积是  $60\pi$  cm<sup>2</sup>，

$\therefore S=\frac{1}{2}Rl$ ，即  $60\pi=12 \times R \times 10\pi$ ，

解得：R=12，

$\therefore S=60\pi=\frac{n\pi \times 12^2}{360}$ ，

解得：n=150° .

答案：B.

8. 若  $\alpha$ 、 $\beta$  为方程  $2x^2-5x-1=0$  的两个实数根，则  $2\alpha^2+3\alpha\beta+5\beta$  的值为（ ）

A. -13

B. 12

C. 14

D. 15

解析： $\because \alpha$  为  $2x^2-5x-1=0$  的实数根，

$\therefore 2\alpha^2-5\alpha-1=0$ ，即  $2\alpha^2=5\alpha+1$ ，

$\therefore 2\alpha^2+3\alpha\beta+5\beta=5\alpha+1+3\alpha\beta+5\beta=5(\alpha+\beta)+3\alpha\beta+1$ ，

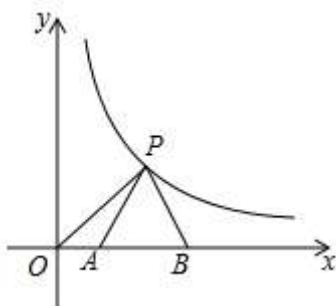
$\because \alpha$ 、 $\beta$  为方程  $2x^2-5x-1=0$  的两个实数根，

$\therefore \alpha+\beta=\frac{5}{2}$ ， $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$ ，

$\therefore 2\alpha^2+3\alpha\beta+5\beta=5 \times \frac{5}{2}+3 \times (-\frac{1}{2})+1=12$ .

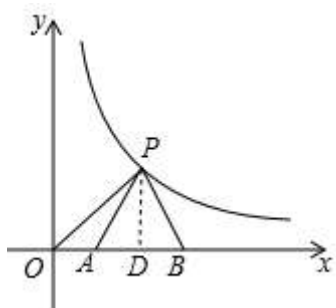
答案：B.

9. 如图,  $P(m, m)$  是反比例函数  $y = \frac{9}{x}$  在第一象限内的图象上一点, 以  $P$  为顶点作等边  $\triangle PAB$ , 使  $AB$  落在  $x$  轴上, 则  $\triangle POB$  的面积为 ( )



- A.  $\frac{9}{2}$   
 B.  $3\sqrt{3}$   
 C.  $\frac{9+12\sqrt{3}}{4}$   
 D.  $\frac{9+3\sqrt{3}}{2}$

解析: 作  $PD \perp OB$ ,



$\because P(m, m)$  是反比例函数  $y = \frac{9}{x}$  在第一象限内的图象上一点,

$$\therefore m = \frac{9}{m}, \text{ 解得: } m=3,$$

$$\therefore PD=3,$$

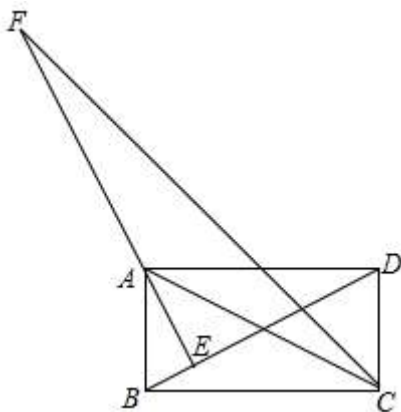
$\because \triangle ABP$  是等边三角形,

$$\therefore BD = \frac{\sqrt{3}}{3} PD = \sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle POB} = \frac{1}{2} OB \cdot PD = \frac{1}{2} (OD + BD) \cdot PD = \frac{9+3\sqrt{3}}{2}.$$

答案: D.

10. 如图，矩形 ABCD 中，AE ⊥ BD 于点 E，CF 平分 ∠BCD，交 EA 的延长线于点 F，且 BC=4，CD=2，给出下列结论：① ∠BAE=∠CAD；② ∠DBC=30°；③  $AE=\frac{4}{5}\sqrt{5}$ ；④  $AF=2\sqrt{5}$ ，其中正确结论的个数有（ ）



- A. 1 个
- B. 2 个
- C. 3 个
- D. 4 个

解析：根据余角的性质得到  $\angle BAE = \angle ADB$ ，等量代换得到  $\angle BAE = \angle CAD$ ，故①正确；根据三角函数的定义得到  $\tan \angle DBC = \frac{CD}{BC} = \frac{1}{2}$ ，于是得到  $\angle DBC \neq 30^\circ$ ，故②错误；由勾股定理得到  $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 2\sqrt{5}$ ，根据相似三角形的性质得到  $AE = \frac{4}{5}\sqrt{5}$ ；故③正确；根据角平分线的定义得到  $\angle BCF = 45^\circ$ ，求得  $\angle ACF = 45^\circ - \angle ACB$ ，推出  $\angle EAC = 2\angle ACF$ ，根据外角的性质得到  $\angle EAC = \angle ACF + \angle F$ ，得到  $\angle ACF = \angle F$ ，根据等腰三角形的判定得到  $AF = AC$ ，于是得到  $AF = 2\sqrt{5}$ ，故④正确.

在矩形 ABCD 中， $\because \angle BAD = 90^\circ$ ，  
 $\because AE \perp BD$ ，  
 $\therefore \angle AED = 90^\circ$ ，  
 $\therefore \angle ADE + \angle DAE = \angle DAE + \angle BAE = 90^\circ$ ，  
 $\therefore \angle BAE = \angle ADB$ ，  
 $\because \angle CAD = \angle ADB$ ，  
 $\therefore \angle BAE = \angle CAD$ ，故①正确；  
 $\because BC = 4, CD = 2$ ，  
 $\therefore \tan \angle DBC = \frac{CD}{BC} = \frac{1}{2}$ ，  
 $\therefore \angle DBC \neq 30^\circ$ ，故②错误；  
 $\because BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 2\sqrt{5}$ ，  
 $\because AB = CD = 2, AD = BC = 4$ ，  
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle DBA$ ，  
 $\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{AB}{BD}$ ，

$$\text{即 } \frac{AE}{4} = \frac{2}{2\sqrt{5}},$$

$$\therefore AE = \frac{4}{5}\sqrt{5}; \text{ 故③正确;}$$

$\because$  CF 平分  $\angle BCD$ ,

$$\therefore \angle BCF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ACF = 45^\circ - \angle ACB,$$

$\because AD \parallel BC$ ,

$$\therefore \angle DAC = \angle BAE = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle EAC = 90^\circ - 2\angle ACB,$$

$$\therefore \angle EAC = 2\angle ACF,$$

$$\therefore \angle EAC = \angle ACF + \angle F,$$

$$\therefore \angle ACF = \angle F,$$

$$\therefore AF = AC,$$

$$\therefore AC = BD = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore AF = 2\sqrt{5}, \text{ 故④正确.}$$

答案: C.

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 请将结果直接填写在答题卡对应的横线上.

11. 已知  $2a - 3b = 7$ , 则  $8 + 6b - 4a = \underline{\quad}$ .

解析: 先变形, 再整体代入求出即可.

$$\because 2a - 3b = 7,$$

$$\therefore 8 + 6b - 4a = 8 - 2(2a - 3b) = 8 - 2 \times 7 = -6.$$

答案: -6.

12. “六一”前夕, 市关工委准备为希望小学购进图书和文具若干套, 已知 1 套文具和 3 套图书需 104 元, 3 套文具和 2 套图书需 116 元, 则 1 套文具和 1 套图书需        元.

解析: 设 1 套文具的价格为  $x$  元, 一套图书的价格为  $y$  元, 根据“1 套文具和 3 套图书需 104 元, 3 套文具和 2 套图书需 116 元”, 即可得出关于  $x$ 、 $y$  的二元一次方程组, 解之即可得出  $x$ 、 $y$  的值, 将其代入  $x + y$  中, 即可得出结论.

设 1 套文具的价格为  $x$  元, 一套图书的价格为  $y$  元,

$$\text{根据题意得: } \begin{cases} x + 3y = 104 \\ 3x + 2y = 116 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 20 \\ y = 28 \end{cases},$$

$$\therefore x + y = 20 + 28 = 48.$$

答案: 48.

13. 飞机着陆后滑行的距离  $s$  (单位: 米) 关于滑行的时间  $t$  (单位: 秒) 的函数解析式是

$s = 60t - \frac{3}{2}t^2$ , 则飞机着陆后滑行的最长时间为\_\_\_\_\_秒.

解析:  $s = 60t - \frac{3}{2}t^2 = -\frac{3}{2}(t-20)^2 + 600$ ,

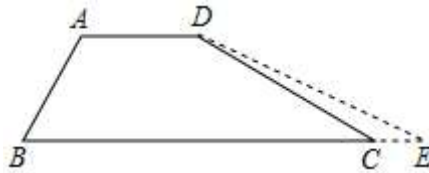
$\therefore$  当  $t=20$  时,  $s$  取得最大值, 此时  $s=600$ .

答案: 20.

14. 为加强防汛工作, 某市对一拦水坝进行加固, 如图, 加固前拦水坝的横断面是梯形 ABCD.

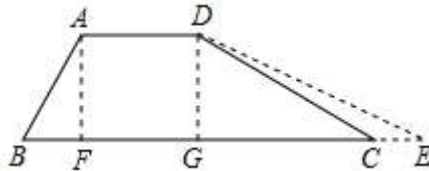
已知迎水坡面  $AB=12$  米, 背水坡面  $CD=12\sqrt{3}$  米,  $\angle B=60^\circ$ , 加固后拦水坝的横断面为梯形

ABED,  $\tan E = \frac{3}{13}\sqrt{3}$ , 则 CE 的长为\_\_\_\_\_米.



解析: 分别过 A、D 作下底的垂线, 设垂足为 F、G. 在  $\text{Rt}\triangle ABF$  中, 已知坡面长和坡角的度数, 可求得铅直高度 AF 的值, 也就得到了 DG 的长; 在  $\text{Rt}\triangle CDG$  中, 由勾股定理求 CG 的长, 在  $\text{Rt}\triangle DEG$  中, 根据正切函数定义得到 GE 的长; 根据  $CE=GE-CG$  即可求解.

分别过 A、D 作  $AF \perp BC$ ,  $DG \perp BC$ , 垂点分别为 F、G, 如图所示:



$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle ABF$  中,  $AB=12$  米,  $\angle B=60^\circ$ ,

$$\therefore \sin \angle B = \frac{AF}{AB},$$

$$\therefore AF = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3},$$

$$\therefore DG = 6\sqrt{3}.$$

$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle DGC$  中,  $CD=12\sqrt{3}$ ,  $DG=6\sqrt{3}$  米,

$$\therefore GC = \sqrt{CD^2 - DG^2} = 18.$$

$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle DEG$  中,  $\tan E = \frac{3}{13}\sqrt{3}$ ,

$$\therefore \frac{6\sqrt{3}}{GE} = \frac{3}{13}\sqrt{3},$$

$$\therefore GE=26,$$

$$\therefore CE=GE-CG=26-18=8.$$

即 CE 的长为 8 米.

答案: 8.

15. 有 5 张看上去无差别的卡片, 正面分别写着 1, 2, 3, 4, 5, 洗匀后正面向下放在桌子上, 从中随机抽取 2 张, 抽出的卡片上的数字恰好是两个连续整数的概率是\_\_\_\_\_.

解析: 列表得出所有等可能的情况数, 找出恰好是两个连续整数的情况数, 即可求出所求概率.

列表如下:

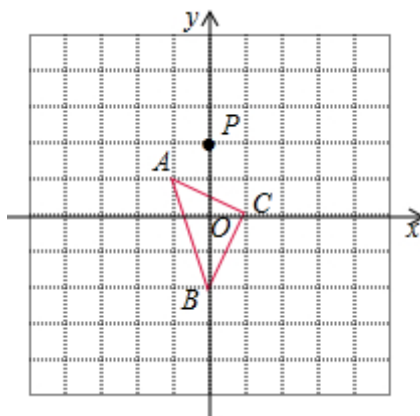
	1	2	3	4	5
1	---	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)
2	(1, 2)	---	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	---	(4, 3)	(5, 3)
4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	---	(5, 4)
5	(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	---

所有等可能的情况有 20 种, 其中恰好是两个连续整数的情况有 8 种,

$$\text{则 } P(\text{恰好是两个连续整数}) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}.$$

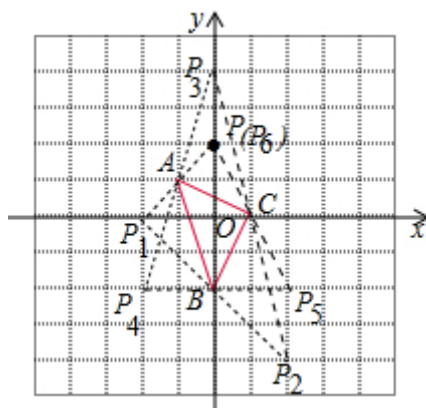
答案:  $\frac{2}{5}$ .

16. 如图, 在平面直角坐标系中,  $\triangle ABC$  的顶点坐标分别为  $A(-1, 1)$ ,  $B(0, -2)$ ,  $C(1, 0)$ , 点  $P(0, 2)$  绕点  $A$  旋转  $180^\circ$  得到点  $P_1$ , 点  $P_1$  绕点  $B$  旋转  $180^\circ$  得到点  $P_2$ , 点  $P_2$  绕点  $C$  旋转  $180^\circ$  得到点  $P_3$ , 点  $P_3$  绕点  $A$  旋转  $180^\circ$  得到点  $P_4$ ,  $\dots$ , 按此作法进行下去, 则点  $P_{2017}$  的坐标为\_\_\_\_\_.



解析: 如图所示,  $P_1(-2, 0)$ ,  $P_2(2, -4)$ ,  $P_3(0, 4)$ ,  $P_4(-2, -2)$ ,  $P_5(2, -2)$ ,  $P_6(0, 2)$ ,





发现 6 次一个循环，

$\because 2017 \div 6 = 336 \dots 1$ ,

$\therefore$  点  $P_{2017}$  的坐标与  $P_1$  的坐标相同，即  $P_{2017}(-2, 0)$ ，

答案： $(-2, 0)$ 。

三、解答题：本大题共 9 小题，共 72 分。

17. 化简：
$$\frac{5a+3b}{a^2-b^2} - \frac{2a}{a^2-b^2}.$$

解析：根据分式的减法可以解答本题。

答案：
$$\frac{5a+3b}{a^2-b^2} - \frac{2a}{a^2-b^2} = \frac{5a+3b-2a}{(a+b)(a-b)} = \frac{3(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{3}{a-b}.$$

18. 解不等式组 
$$\begin{cases} 5x+1 > 3(x-1) \\ \frac{1}{2}x-1 \leq 7-\frac{3}{2}x \end{cases}$$
，并把它的解集在数轴上表示出来。

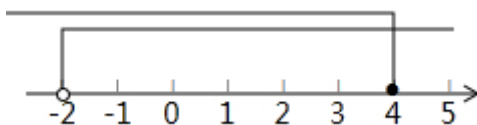
解析：分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集。

答案：解不等式  $5x+1 > 3(x-1)$ ，得： $x > -2$ ，

解不等式  $\frac{1}{2}x-1 \leq 7-\frac{3}{2}x$ ，得： $x \leq 4$ ，

则不等式组的解集为  $-2 < x \leq 4$ ，

将解集表示在数轴上如下：



19. 如图，下列  $4 \times 4$  网格图都是由 16 个相同小正方形组成，每个网格图中有 4 个小正方形已涂上阴影，请在空白小正方形中，按下列要求涂上阴影。

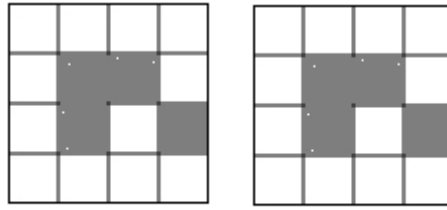


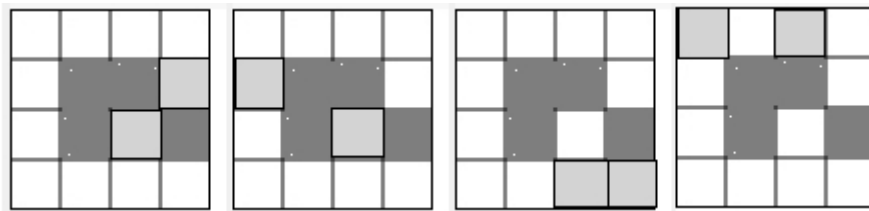
图1

图2

(1) 在图 1 中选取 2 个空白小正方形涂上阴影, 使 6 个阴影小正方形组成一个中心对称图形.

解析: (1) 根据中心对称图形, 画出所有可能的图形即可.

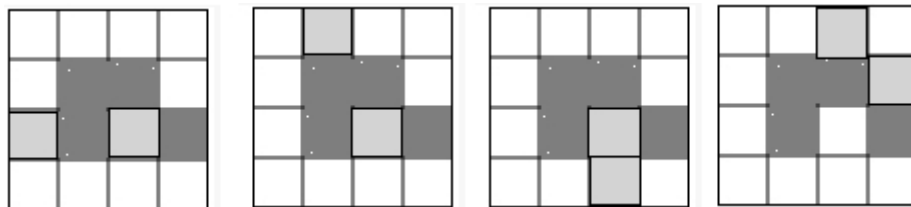
答案: (1) 在图 1 中选取 2 个空白小正方形涂上阴影, 使 6 个阴影小正方形组成一个中心对称图形, 答案如图所示.



(2) 在图 2 中选取 2 个空白小正方形涂上阴影, 使 6 个阴影小正方形组成一个轴对称图形, 但不是中心对称图形.

解析: (2) 根据是轴对称图形, 不是中心对称图形, 画出图形即可.

答案: (2) 在图 2 中选取 2 个空白小正方形涂上阴影, 使 6 个阴影小正方形组成一个轴对称图形, 但不是中心对称图形, 答案如图所示.



20. 近几年, 随着电子商务的快速发展, “电商包裹件” 占 “快递件” 总量的比例逐年增长, 根据企业财报, 某网站得到如下统计表:

年份	2014	2015	2016	2017 (预计)
快递件总量 (亿件)	140	207	310	450
电商包裹件 (亿件)	98	153	235	351

(1) 请选择适当的统计图, 描述 2014-2017 年 “电商包裹件” 占当年 “快递件” 总量的百分

比(精确到 1%).

解析: (1) 分别计算各年的百分比, 并画统计图, 可以画条形图, 也可以画折线统计图.

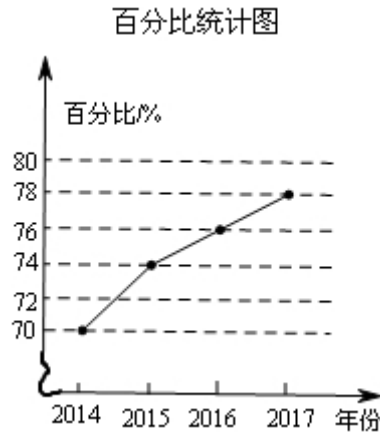
答案: (1) 2014:  $98 \div 140 = 0.7$ ,

2015:  $153 \div 207 \approx 0.74$ ,

2016:  $235 \div 310 \approx 0.76$ ,

2017:  $351 \div 450 = 0.78$ ,

画统计图如下:



(2) 若 2018 年“快递件”总量将达到 675 亿件, 请估计其中“电商包裹件”约为多少亿件?

解析: (2) 从 2014 到 2017 发现每年上涨两个百分点, 所以估计 2018 年的百分比为 80%, 据此计算即可.

答案: (2) 根据统计图, 可以预估 2018 年“电商包裹件”占当年“快递件”总量的 80%, 所以, 2018 年“电商包裹件”估计约为:  $675 \times 80\% = 540$  (亿件),

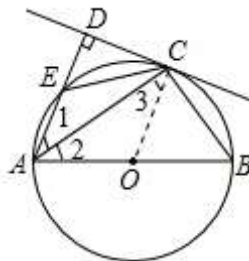
答: 估计其中“电商包裹件”约为 540 亿件.

21. 如图, AB 为  $\odot O$  的直径, C 为  $\odot O$  上一点, AD 与过点 C 的切线互相垂直, 垂足为点 D, AD 交  $\odot O$  于点 E, 连接 CE, CB.

(1) 求证:  $CE = CB$ .

解析: (1) 连接 OC, 利用切线的性质和已知条件推知  $OC \parallel AD$ , 根据平行线的性质和等角对等边证得结论.

答案: (1) 证明: 连接 OC,



$\because$  CD 是  $\odot O$  的切线,

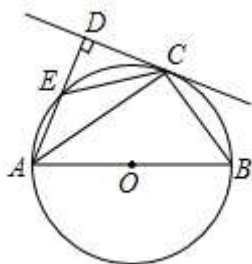
$\therefore OC \perp CD$ .

$\because AD \perp CD$ ,

$\therefore OC \parallel AD$ ,

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ .  
 又  $OA = OC$ ,  
 $\therefore \angle 2 = \angle 3$ ,  
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$ ,  
 $\therefore CE = CB$ .

(2) 若  $AC = 2\sqrt{5}$ ,  $CE = \sqrt{5}$ , 求  $AE$  的长.



解析: (2)  $AE = AD - ED$ , 通过相似三角形  $\triangle ADC \sim \triangle ACB$  的对应边成比例求得  $AD = 4$ ,  $DC = 2$ . 在直角  $\triangle DCE$  中, 由勾股定理得到  $DE = \sqrt{EC^2 - DC^2} = 1$ , 故  $AE = AD - ED = 3$ .

答案: (2)  $\because AB$  是直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ,

$\because AC = 2\sqrt{5}$ ,  $CB = CE = \sqrt{5}$ ,

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2} = 5$ .

$\because \angle ADC = \angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ,

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle ACB$ ,

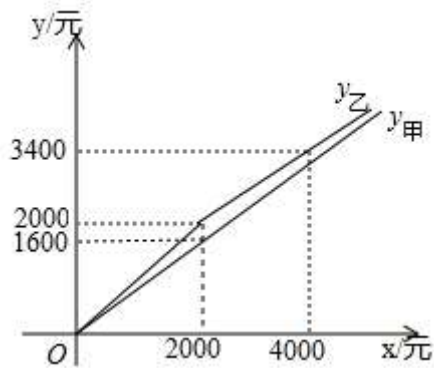
$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} = \frac{DC}{CB}$ , 即  $\frac{AD}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{DC}{\sqrt{5}}$ ,

$\therefore AD = 4$ ,  $DC = 2$ .

在直角  $\triangle DCE$  中,  $DE = \sqrt{EC^2 - DC^2} = 1$ ,

$\therefore AE = AD - ED = 4 - 1 = 3$ .

22. 江汉平原享有“中国小龙虾之乡”的美称, 甲、乙两家农贸商店, 平时以同样的价格出售品质相同的小龙虾, “龙虾节”期间, 甲、乙两家商店都让利酬宾, 付款金额  $y$  甲、 $y$  乙 (单位: 元) 与原价  $x$  (单位: 元) 之间的函数关系如图所示:



(1) 直接写出  $y_{甲}$ ,  $y_{乙}$  关于  $x$  的函数关系式.

解析: (1) 利用待定系数法即可求出  $y_{甲}$ ,  $y_{乙}$  关于  $x$  的函数关系式.

答案: (1) 设  $y_{甲}=kx$ , 把  $(2000, 1600)$  代入,

得  $2000x=1600$ , 解得  $k=0.8$ ,

所以  $y_{甲}=0.8x$ ;

当  $0 < x < 2000$  时, 设  $y_{乙}=ax$ ,

把  $(2000, 2000)$  代入, 得  $2000x=2000$ , 解得  $k=1$ ,

所以  $y_{乙}=x$ ;

当  $x \geq 2000$  时, 设  $y_{乙}=mx+n$ ,

把  $(2000, 2000)$ ,  $(4000, 3400)$  代入, 得 
$$\begin{cases} 2000m + n = 2000 \\ 4000m + n = 3400 \end{cases}$$

解得 
$$\begin{cases} m = 0.7 \\ n = 600 \end{cases}$$
.

所以 
$$y_{乙} = \begin{cases} x (0 < x < 2000) \\ 0.7x + 600 (x \geq 2000) \end{cases}$$
.

(2) “龙虾节”期间, 如何选择甲、乙两家商店购买小龙虾更省钱?

解析: (2) 当  $0 < x < 2000$  时, 显然到甲商店购买更省钱; 当  $x \geq 2000$  时, 分三种情况进行讨论即可.

答案: (2) 当  $0 < x < 2000$  时,  $0.8x < x$ , 到甲商店购买更省钱;

当  $x \geq 2000$  时, 若到甲商店购买更省钱, 则  $0.8x < 0.7x + 600$ , 解得  $x < 6000$ ;

若到乙商店购买更省钱, 则  $0.8x > 0.7x + 600$ , 解得  $x > 6000$ ;

若到甲、乙两商店购买一样省钱, 则  $0.8x = 0.7x + 600$ , 解得  $x = 6000$ ;

故当购买金额按原价小于 6000 元时, 到甲商店购买更省钱;

当购买金额按原价大于 6000 元时, 到乙商店购买更省钱;

当购买金额按原价等于 6000 元时, 到甲、乙两商店购买花钱一样.

23. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (m+1)x + \frac{1}{2}(m^2+1) = 0$  有实数根.

(1) 求  $m$  的值.

解析：(1)由题意 $\Delta \geq 0$ ，列出不等式，解不等式即可.

答案：(1)对于一元二次方程  $x^2 - (m+1)x + \frac{1}{2}(m^2+1) = 0$ ,

$$\Delta = (m+1)^2 - 2(m^2+1) = -m^2 + 2m - 1 = -(m-1)^2,$$

$\because$  方程有实数根,

$$\therefore -(m-1)^2 \geq 0,$$

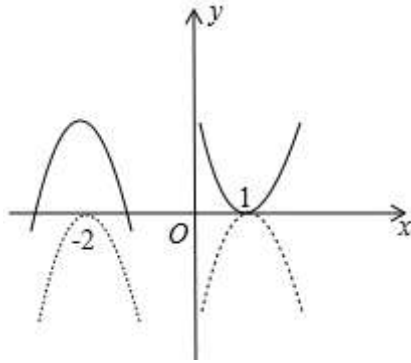
$$\therefore m=1.$$

(2)先作  $y = x^2 - (m+1)x + \frac{1}{2}(m^2+1)$  的图象关于  $x$  轴的对称图形，然后将所作图形向左平移 3 个单位长度，再向上平移 2 个单位长度，写出变化后图象的解析式.

解析：(2)画出翻折. 平移后的图象，根据顶点坐标即可写出函数的解析式.

答案：(2)由(1)可知  $y = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ ,

图象如图所示：



平移后的解析式为  $y = -(x+2)^2 + 2 = -x^2 - 4x - 2$ .

(3)在(2)的条件下，当直线  $y = 2x + n$  ( $n \geq m$ ) 与变化后的图象有公共点时，求  $n^2 - 4n$  的最大值和最小值.

解析：(3)首先确定  $n$  的取值范围，利用二次函数的性质即可解决问题.

答案：(3)由 
$$\begin{cases} y = 2x + n \\ y = -x^2 - 4x - 2 \end{cases}$$

消去  $y$  得到  $x^2 + 6x + n + 2 = 0$ ,

由题意  $\Delta \geq 0$ ,

$$\therefore 36 - 4n - 8 \geq 0,$$

$$\therefore n \leq 7,$$

$$\because n \leq m, m=1,$$

$$\therefore 1 \leq n \leq 7,$$

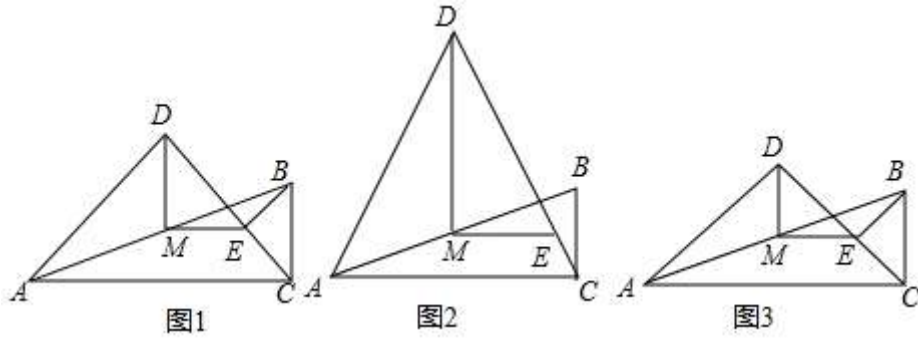
$$\text{令 } y' = n^2 - 4n = (n-2)^2 - 4,$$

$\therefore n=2$  时,  $y'$  的值最小, 最小值为  $-4$ ,

$n=7$  时,  $y'$  的值最大, 最大值为  $21$ ,

$\therefore n^2 - 4n$  的最大值为  $21$ , 最小值为  $-4$ .

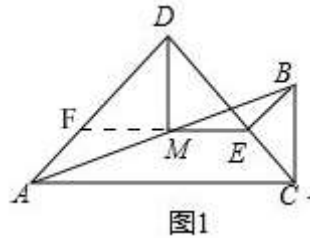
24. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 点  $D$  与点  $B$  在  $AC$  同侧,  $\angle DAC > \angle BAC$ , 且  $DA = DC$ , 过点  $B$  作  $BE \parallel DA$  交  $DC$  于点  $E$ ,  $M$  为  $AB$  的中点, 连接  $MD$ ,  $ME$ .



(1) 如图 1, 当  $\angle ADC=90^\circ$  时, 线段 MD 与 ME 的数量关系是\_\_\_\_\_.

解析: (1) 先判断出  $\triangle AMF \cong \triangle BME$ , 得出  $AF=BE$ ,  $MF=ME$ , 进而判断出  $\angle EBC = \angle BED - \angle ECB = 45^\circ = \angle ECB$ , 得出  $CE=BE$ , 即可得出结论.

答案: (1) 如图 1, 延长 EM 交 AD 于 F,



$\because BE \parallel DA$ ,  
 $\therefore \angle FAM = \angle EBM$ ,  
 $\because AM = BM$ ,  $\angle AMF = \angle BME$ ,  
 $\therefore \triangle AMF \cong \triangle BME$ ,  
 $\therefore AF = BE$ ,  $MF = ME$ ,  
 $\because DA = DC$ ,  $\angle ADC = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle BED = \angle ADC = 90^\circ$ ,  $\angle ACD = 45^\circ$ ,  
 $\because \angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $\therefore \angle ECB = 45^\circ$ ,  
 $\therefore \angle EBC = \angle BED - \angle ECB = 45^\circ = \angle ECB$ ,  
 $\therefore CE = BE$ ,  
 $\therefore AF = CE$ ,  
 $\because DA = DC$ ,  
 $\therefore DF = DE$ ,  
 $\therefore DM \perp EF$ , DM 平分  $\angle ADC$ ,  
 $\therefore \angle MDE = 45^\circ$ ,  
 $\therefore MD = ME$ .

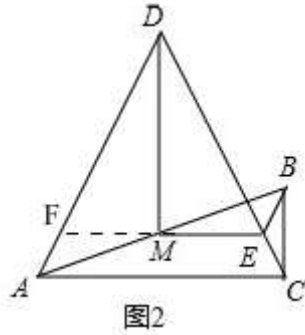
故答案为  $MD=ME$ .

(2) 如图 2, 当  $\angle ADC=60^\circ$  时, 试探究线段 MD 与 ME 的数量关系, 并证明你的结论.

解析: (2) 同(1)的方法即可.

答案: (2)  $MD = \sqrt{3} ME$ , 理由:

如图 2, 延长 EM 交 AD 于 F,



$\because BE \parallel DA,$   
 $\therefore \angle FAM = \angle EBM,$   
 $\because AM = BM, \angle AMF = \angle BME,$   
 $\therefore \triangle AMF \cong \triangle BME,$   
 $\therefore AF = BE, MF = ME,$   
 $\because DA = DC, \angle ADC = 60^\circ,$   
 $\therefore \angle BED = \angle ADC = 60^\circ, \angle ACD = 60^\circ,$   
 $\because \angle ACB = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle ECB = 30^\circ,$   
 $\therefore \angle EBC = \angle BED - \angle ECB = 30^\circ = \angle ECB,$   
 $\therefore CE = BE,$   
 $\therefore AF = CE,$   
 $\because DA = DC,$   
 $\therefore DF = DE,$   
 $\therefore DM \perp EF, DM \text{ 平分 } \angle ADC,$   
 $\therefore \angle MDE = 30^\circ,$

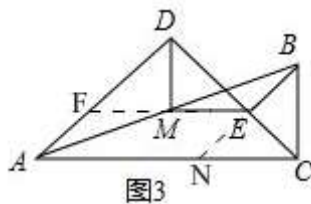
在  $Rt\triangle MDE$  中,  $\tan \angle MDE = \frac{ME}{MD} = \frac{\sqrt{3}}{3},$

$\therefore MD = \sqrt{3} ME.$

(3) 如图 3, 当  $\angle ADC = \alpha$  时, 求  $\frac{ME}{MD}$  的值.

解析: (3) 同 (1) 的方法判断出  $AF = BE, MF = ME,$  再判断出  $\angle ECB = \angle EBC,$  得出  $CE = BE$  即可得出  $\angle MDE = \frac{\alpha}{2},$  即可得出结论.

答案: (3) 如图 3, 延长  $EM$  交  $AD$  于  $F,$



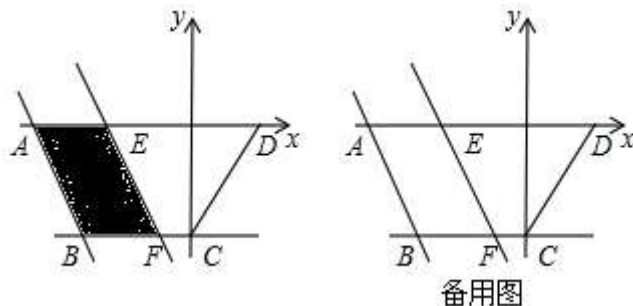
$\because BE \parallel DA,$



$\therefore \angle FAM = \angle EBM,$   
 $\because AM = BM, \angle AMF = \angle BME,$   
 $\therefore \triangle AMF \cong \triangle BME,$   
 $\therefore AF = BE, MF = ME,$   
 延长 BE 交 AC 于点 N,  
 $\therefore \angle BNC = \angle DAC,$   
 $\because DA = DC,$   
 $\therefore \angle DCA = \angle DAC,$   
 $\therefore \angle BNC = \angle DCA,$   
 $\because \angle ACB = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle ECB = \angle EBC,$   
 $\therefore CE = BE,$   
 $\therefore AF = CE,$   
 $\therefore DF = DE,$   
 $\therefore DM \perp EF, DM$  平分  $\angle ADC,$   
 $\because \angle ADC = \alpha,$   
 $\therefore \angle MDE = \frac{\alpha}{2},$

在  $Rt\triangle MDE$  中,  $\frac{ME}{MD} = \tan \angle MDE = \tan \frac{\alpha}{2}.$

25. 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 ABCD 的边 AD 在 x 轴上, 点 C 在 y 轴的负半轴上, 直线 BC // AD, 且 BC = 3, OD = 2, 将经过 A、B 两点的直线  $l: y = -2x - 10$  向右平移, 平移后的直线与 x 轴交于点 E, 与直线 BC 交于点 F, 设 AE 的长为  $t (t \geq 0).$



(1) 四边形 ABCD 的面积为 \_\_\_\_\_.

解析: (1) 根据函数解析式得到  $OA = 5$ , 求得  $AC = 7$ , 得到  $OC = 4$ , 于是得出结论.

答案: (1) 在  $y = -2x - 10$  中, 当  $y = 0$  时,  $x = -5$ ,

$\therefore A(-5, 0),$

$\therefore OA = 5,$

$\therefore AD = 7,$

把  $x = -3$  代入  $y = -2x - 10$  得,  $y = -4$

$\therefore OC = 4,$

$\therefore$  四边形 ABCD 的面积:  $\frac{1}{2} (3+7) \times 4 = 20.$

故答案为: 20.

(2) 设四边形 ABCD 被直线 l 扫过的面积(阴影部分)为 S, 请直接写出 S 关于 t 的函数解析式.

解析: (2) ①当  $0 \leq t \leq 3$  时, 根据已知条件得到四边形 ABFE 是平行四边形, 于是得到  $S = AE \cdot OC = 4t$ ; ②当  $3 \leq t < 7$  时, 如图 1, 求得直线 CD 的解析式为:  $y = 2x - 4$ , 直线  $E'F'$  的

解析式为:  $y = -2x + 2t - 10$ , 解方程组得到  $G(\frac{t-3}{2}, t-7)$ , 于是得到

$$S = S_{\text{四边形}ABCD} - S_{\triangle DE'G} = 20 - \frac{1}{2} \times (7-t) \times (7-t) = -\frac{1}{2}t^2 + 7t - \frac{9}{2},$$

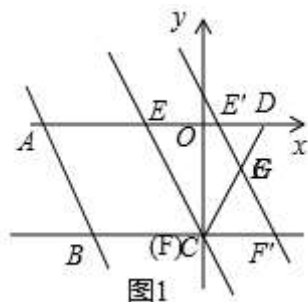
③当  $t \geq 7$  时,  $S = S_{\text{四边}} \text{形} ABCD = 20$ .

答案: (2) ①当  $0 \leq t \leq 3$  时,  $\because BC \parallel AD, AB \parallel EF$ ,

$\therefore$  四边形 ABFE 是平行四边形,

$\therefore S = AE \cdot OC = 4t$ ;

②当  $3 \leq t < 7$  时, 如图 1,



$\because C(0, -4), D(2, 0)$ ,

$\therefore$  直线 CD 的解析式为:  $y = 2x - 4$ ,

$\because E'F' \parallel AB, BF' \parallel AE'$

$\therefore BF' = AE = t$ ,

$\therefore F'(t-3, -4)$ ,

直线  $E'F'$  的解析式为:  $y = -2x + 2t - 10$ ,

$$\text{解} \begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = -2x + 2t - 10 \end{cases} \text{得, } \begin{cases} x = \frac{t-3}{2} \\ y = t-7 \end{cases}$$

$\therefore G(\frac{t-3}{2}, t-7)$ ,

$$\therefore S = S_{\text{四边形}ABCD} - S_{\triangle DE'G} = 20 - \frac{1}{2} \times (7-t) \times (7-t) = -\frac{1}{2}t^2 + 7t - \frac{9}{2};$$

③当  $t \geq 7$  时,  $S = S_{\text{四边形}ABCD} = 20$ ;

$$\text{综上所述: } S \text{ 关于 } t \text{ 的函数解析式为: } S = \begin{cases} 4t (0 \leq t \leq 3) \\ -\frac{1}{2}t^2 + 7t - \frac{9}{2} (3 \leq t < 7) \\ 20 (t \geq 7) \end{cases}$$

(3) 当  $t=2$  时, 直线 EF 上有一动点, 作  $PM \perp$  直线 BC 于点 M, 交 x 轴于点 N, 将  $\triangle PMF$  沿直线 EF 折叠得到  $\triangle PTF$ , 探究: 是否存在点 P, 使点 T 恰好落在坐标轴上? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

解析：(3)当  $t=2$  时，点 E, F 的坐标分别为  $(-3, 0)$ ,  $(-1, -4)$ ，此时直线 EF 的解析式为： $y=-2x-6$ ，设动点 P 的直线为  $(m, -2m-6)$ ，求得  $PM=|(-2m-6)-(-4)|=2|m+1|$ ， $PN=|-2m-6|=2|m+3|$ ， $FM=|m-(-1)|=|m+1|$ ，①假设直线 EF 上存在点 P，使点 T 恰好落在 x 轴上，如图 2，连接 PT, FT，②假设直线 EF 上存在点 P，使点 T 恰好落在 y 轴上，如图 3，连接 PT, FT，根据全等三角形的判定性质和相似三角形的判定和性质即可得到结论.

答案：(3)当  $t=2$  时，点 E, F 的坐标分别为  $(-3, 0)$ ,  $(-1, -4)$ ，

此时直线 EF 的解析式为： $y=-2x-6$ ，

设动点 P 的直线为  $(m, -2m-6)$ ，

$\because PM \perp$  直线 BC 于 M，交 x 轴于 n，

$\therefore M(m, -4)$ ， $N(m, 0)$ ，

$\therefore PM=|(-2m-6)-(-4)|=2|m+1|$ ， $PN=|-2m-6|=2|m+3|$ ， $FM=|m-(-1)|=|m+1|$ 。

①设直线 EF 上存在点 P，使点 T 恰好落在 x 轴上，

如图 2，连接 PT, FT，

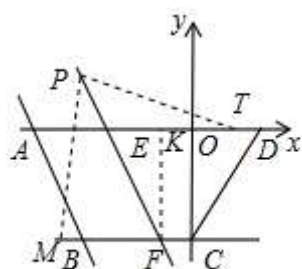


图2

则  $\triangle PFM \cong \triangle PFT$ ，

$\therefore PT=PM=2|m+1|$ ， $FT=FM=|m+1|$ ， $\therefore \frac{PT}{FT} = 2$ ，

作  $FK \perp x$  轴于 K，则  $KF=4$ ，

由  $\triangle TKF \sim \triangle PNT$  得， $\frac{NT}{KF} = \frac{PT}{FT} = 2$ ，

$\therefore NT=2KF=8$ ，

$\therefore PN^2+NT^2=PT^2$ ，

$\therefore 4(m+3)^2+8^2=4(m+1)^2$ ，

解得： $m=-6$ ， $\therefore -2m-6=-6$ ，

此时， $P(-6, 6)$ ；

②假设直线 EF 上存在点 P，使点 T 恰好落在 y 轴上，

如图 3，连接 PT, FT，

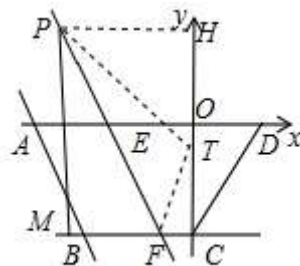


图3

则  $\triangle PFM \cong \triangle PFT$ ，

$\therefore PT=PM=2|m+1|$ ， $FT=FM=|m+1|$ ，

$$\therefore \frac{PT}{FT} = 2,$$

作  $PH \perp y$  轴于  $H$ , 则  $PH = |m|$ ,

由  $\triangle TFC \sim \triangle PTH$  得,  $\frac{HT}{CF} = \frac{PT}{FT} = 2,$

$$\therefore HT = 2CF = 2,$$

$$\therefore HT^2 + PH^2 = PT^2,$$

$$\text{即 } 2^2 + m^2 = 4(m+1)^2,$$

$$\text{解得: } m = -\frac{8}{3}, m = 0 (\text{不合题意, 舍去}),$$

$$\therefore m = -\frac{8}{3} \text{ 时, } -2m - 6 = -\frac{2}{3},$$

$$\therefore P\left(-\frac{8}{3}, -\frac{2}{3}\right).$$

综上所述: 直线  $EF$  上存在点  $P(-6, 6)$  或  $P\left(-\frac{8}{3}, -\frac{2}{3}\right)$  使点  $T$  恰好落在  $y$  轴上.