

## 2018年云南省昆明市中考真题数学

一、填空题(每小题3分,满分18分)

1. 在实数-3, 0, 1中, 最大的数是\_\_\_\_\_.

解析: 根据正实数都大于0, 负实数都小于0, 正实数大于一切负实数进行分析即可.

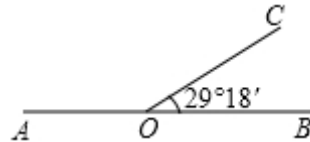
答案: 1.

2. 共享单车进入昆明市已两年, 为市民的低碳出行带来了方便, 据报道, 昆明市共享单车投放量已达到240000辆, 数字240000用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

解析: 将240000用科学记数法表示为:  $2.4 \times 10^5$ .

答案:  $2.4 \times 10^5$ .

3. 如图, 过直线AB上一点O作射线OC,  $\angle BOC = 29^\circ 18'$ , 则 $\angle AOC$ 的度数为\_\_\_\_\_.



解析:  $\because \angle BOC = 29^\circ 18'$ ,

$\therefore \angle AOC$ 的度数为:  $180^\circ - 29^\circ 18' = 150^\circ 42'$ .

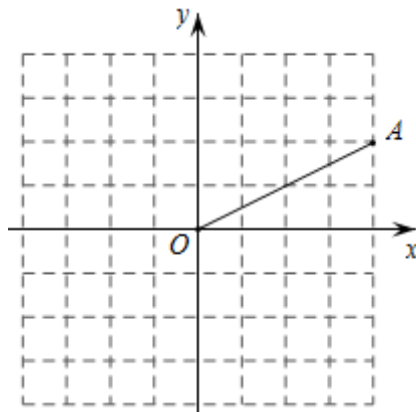
答案:  $150^\circ 42'$ .

4. 若  $m + \frac{1}{m} = 3$ , 则  $m^2 + \frac{1}{m^2} =$ \_\_\_\_\_.

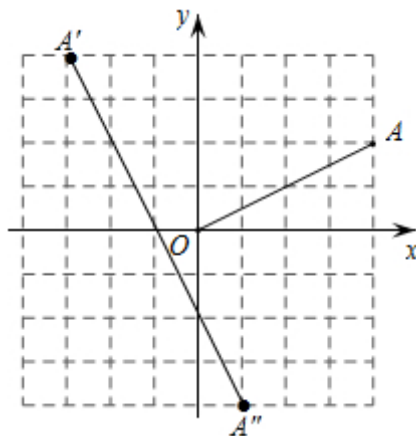
解析: 把已知等式两边平方, 利用完全平方公式化简, 即可求出所求.

答案: 7.

5. 如图, 点A的坐标为(4, 2). 将点A绕坐标原点O旋转 $90^\circ$ 后, 再向左平移1个单位长度得到点A', 则过点A'的正比例函数的解析式为\_\_\_\_\_.

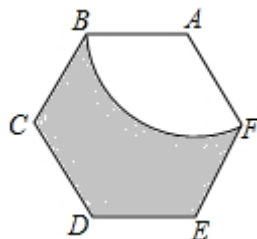


解析: 直接利用旋转的性质结合平移的性质得出对应点位置, 再利用待定系数法求出正比例函数解析式.

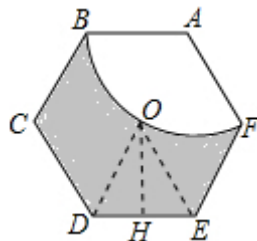


答案:  $y = -\frac{4}{3}x$ .

6. 如图, 正六边形 ABCDEF 的边长为 1, 以点 A 为圆心, AB 的长为半径, 作扇形 ABF, 则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_ (结果保留根号和 $\pi$ ).



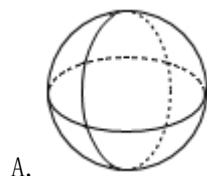
解析: 正六边形的中心为点 O, 连接 OD、OE, 作  $OH \perp DE$  于 H, 根据正多边形的中心角公式求出  $\angle DOE$ , 求出 OH, 得到正六边形 ABCDEF 的面积, 求出  $\angle A$ , 利用扇形面积公式求出扇形 ABF 的面积, 结合图形计算即可.

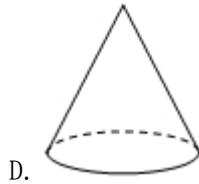
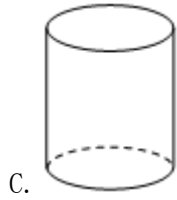
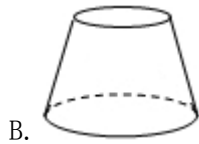


答案:  $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{3}$ .

二、选择题(每小题 4 分, 满分 32 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是正确的)

7. 下列几何体的左视图为长方形的是( )





- 解析：A、球的左视图是圆；  
 B、圆台的左视图是梯形；  
 C、圆柱的左视图是长方形；  
 D、圆锥的左视图是三角形。  
 答案：C.

8. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2\sqrt{3}x + m = 0$  有两个不相等的实数根，则实数  $m$  的取值范围是 ( )
- A.  $m < 3$   
 B.  $m > 3$   
 C.  $m \leq 3$   
 D.  $m \geq 3$

解析：∵关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2\sqrt{3}x + m = 0$  有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = (-2\sqrt{3})^2 - 4m > 0,$$

$$\therefore m < 3.$$

答案：A.

9. 黄金分割数  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  是一个很奇妙的数，大量应用于艺术、建筑和统计决策等方面，请你

估算  $\sqrt{5}-1$  的值 ( )

- A. 在 1.1 和 1.2 之间  
 B. 在 1.2 和 1.3 之间  
 C. 在 1.3 和 1.4 之间  
 D. 在 1.4 和 1.5 之间

解析：∵  $\sqrt{5} \approx 2.236$ ,

$\therefore \sqrt{5}-1 \approx 1.236.$

答案：B.

10. 下列判断正确的是( )

A. 甲乙两组学生身高的平均数均为 1.58，方差分别为  $S_{甲}^2=2.3$ ， $S_{乙}^2=1.8$ ，则甲组学生的身高较整齐

B. 为了了解某县七年级 4000 名学生的期中数学成绩，从中抽取 100 名学生的数学成绩进行调查，这个问题中样本容量为 4000

C. 在“童心向党，阳光下成长”合唱比赛中，30 个参赛队的决赛成绩如下表：

比赛成绩/分	9.5	9.6	9.7	9.8	9.9
参赛队个数	9	8	6	4	3

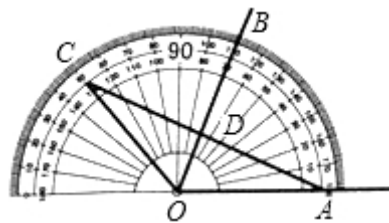
则这 30 个参赛队决赛成绩的中位数是 9.7

D. 有 13 名同学出生于 2003 年，那么在这个问题中“至少有两名同学出生在同一个月”属于必然事件

解析：直接利用样本容量以及方差的定义以及中位数的定义和必然事件的定义分别分析得出答案.

答案：D.

11. 在  $\triangle AOC$  中，OB 交 AC 于点 D，量角器的摆放如图所示，则  $\angle CDO$  的度数为( )



A.  $90^\circ$

B.  $95^\circ$

C.  $100^\circ$

D.  $120^\circ$

解析： $\because CO=AO$ ， $\angle AOC=130^\circ$ ，

$\therefore \angle CAO=25^\circ$ ，

又  $\because \angle AOB=70^\circ$ ，

$\therefore \angle CDO=\angle CAO+\angle AOB=25^\circ+70^\circ=95^\circ$ 。

答案：B.

12. 下列运算正确的是( )

A.  $(-\frac{1}{3})^2=9$

B.  $2018^0-\sqrt[3]{-8}=-1$

C.  $3a^3 \cdot 2a^{-2}=6a(a \neq 0)$

D.  $\sqrt{18}-\sqrt{12}=\sqrt{6}$

解析：直接利用二次根式以及单项式乘以单项式运算法则和实数的计算化简求出即可.

答案：C.

13. 甲、乙两船从相距 300km 的 A、B 两地同时出发相向而行，甲船从 A 地顺流航行 180km 时与从 B 地逆流航行的乙船相遇，水流的速度为 6km/h，若甲、乙两船在静水中的速度均为  $x$ km/h，则求两船在静水中的速度可列方程为( )

A.  $\frac{180}{x+6} = \frac{120}{x-6}$

B.  $\frac{180}{x-6} = \frac{120}{x+6}$

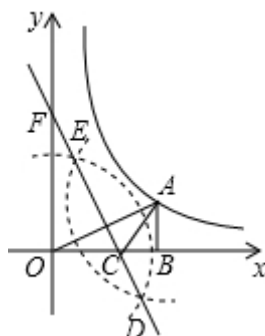
C.  $\frac{180}{x+6} = \frac{120}{x}$

D.  $\frac{180}{x} = \frac{120}{x-6}$

解析：直接利用两船的行驶距离除以速度=时间，得出等式求出答案.

答案：A.

14. 如图，点 A 在双曲线  $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 上，过点 A 作  $AB \perp x$  轴，垂足为点 B，分别以点 O 和点 A 为圆心，大于  $\frac{1}{2} OA$  的长为半径作弧，两弧相交于 D、E 两点，作直线 DE 交 x 轴于点 C，交 y 轴于点 F(0, 2)，连接 AC. 若  $AC = 1$ ，则 k 的值为( )



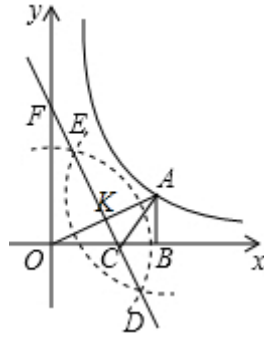
A. 2

B.  $\frac{32}{25}$

C.  $\frac{4\sqrt{3}}{5}$

D.  $\frac{2\sqrt{5} + 2}{5}$

解析：如图，设 OA 交 CF 于 K. 利用面积法求出 OA 的长，再利用相似三角形的性质求出 AB、OB 即可解决问题.

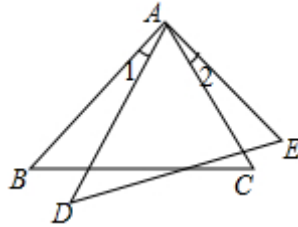


答案：B.

三、解答题(共 9 题，满分 70 分，必须写出运算步骤、推理过程或文字说明)

15. 如图，在  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  中， $AB=AD$ ， $\angle B=\angle D$ ， $\angle 1=\angle 2$ 。

求证： $BC=DE$ 。



解析：根据 ASA 证明  $\triangle ADE \cong \triangle ABC$ 。

答案： $\because \angle 1 = \angle 2$ ,

$\therefore \angle DAC + \angle 1 = \angle 2 + \angle DAC$

$\therefore \angle BAC = \angle DAE$ ,

在  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  中，

$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ AB = AD \\ \angle BAC = \angle DAE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ABC$  (ASA)

$\therefore BC = DE$ 。

16. 先化简，再求值： $\left(\frac{1}{a-2} + 1\right) \div \frac{a^2-1}{3a-6}$ ，其中  $a = \tan 60^\circ - |-1|$ 。

解析：根据分式的运算法则即可求出答案。

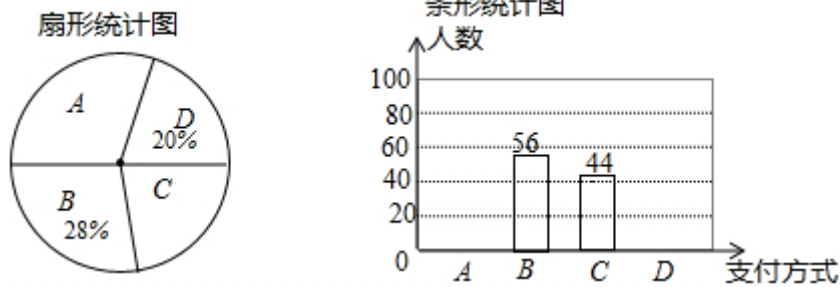
答案：当  $a = \tan 60^\circ - |-1|$  时，

$$\therefore a = \sqrt{3} - 1$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{a-1}{a-2} \cdot \frac{3(a-2)}{(a+1)(a-1)} = \frac{3}{a+1} = \sqrt{3}$$

17. 近几年购物的支付方式日益增多，某数学兴趣小组就此进行了抽样调查. 调查显示，

支付方式有：A 微信、B 支付宝、C 现金、D 其他，该小组对某超市一天内购买者的支付方式进行调查统计，得到如下两幅不完整的统计图。



请你根据统计图提供的信息，解答下列问题：

- (1) 本次一共调查了多少名购买者？
- (2) 请补全条形统计图；在扇形统计图中 A 种支付方式所对应的圆心角为\_\_\_\_\_度。
- (3) 若该超市这一周内 1600 名购买者，请你估计使用 A 和 B 两种支付方式的购买者共有多少名？

解析：(1) 根据 B 的数量和所占的百分比可以求得本次调查的购买者的人数；  
 (2) 根据统计图中的数据可以求得选择 A 和 D 的人数，从而可以将条形统计图补充完整，求得在扇形统计图中 A 种支付方式所对应的圆心角的度数；  
 (3) 根据统计图中的数据可以计算出使用 A 和 B 两种支付方式的购买者共有多少名。

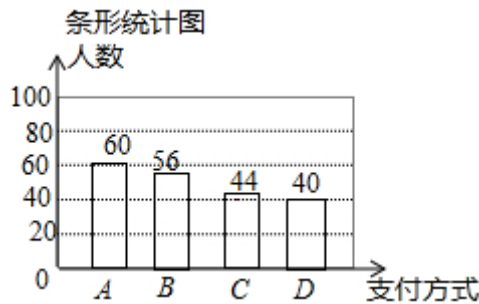
答案：(1)  $56 \div 28\% = 200$ ，

即本次一共调查了 200 名购买者；

(2) D 方式支付的有： $200 \times 20\% = 40$  (人)，

A 方式支付的有： $200 - 56 - 44 - 40 = 60$  (人)，

补全的条形统计图如右图所示，



在扇形统计图中 A 种支付方式所对应的圆心角为： $360^\circ \times \frac{60}{200} = 108^\circ$ ；

(3)  $1600 \times \frac{60 + 56}{200} = 928$  (名)，

答：使用 A 和 B 两种支付方式的购买者共有 928 名。

18. 为了促进“足球进校园”活动的开展，某市举行了中学生足球比赛活动现从 A, B, C 三支获胜足球队中，随机抽取两支球队分别到两所边远地区学校进行交流。

- (1) 请用列表或画树状图的方法(只选择其中一种)，表示出抽到的两支球队的所有可能结果；
- (2) 求出抽到 B 队和 C 队参加交流活动的概率。

解析：(1) 列表得出所有等可能结果；

(2) 从表格中得出抽到 B 队和 C 队参加交流活动的结果数，利用概率公式求解可得。

答案：(1)列表如下：

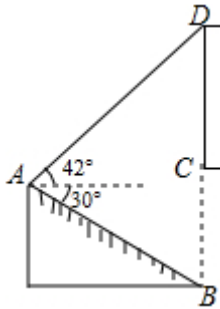
	A	B	C
A		(B, A)	(C, A)
B	(A, B)		(C, B)
C	(A, C)	(B, C)	

由表可知共有 6 种等可能的结果；

(2)由表知共有 6 种等可能结果，其中抽到 B 队和 C 队参加交流活动的有 2 种结果，

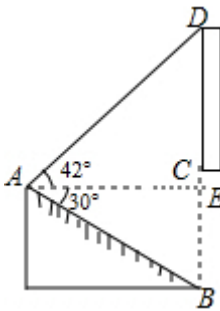
所以抽到 B 队和 C 队参加交流活动的概率为  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。

19. 小婷在放学路上，看到隧道上方有一块宣传“中国-南亚博览会”的竖直标语牌 CD. 她在 A 点测得标语牌顶端 D 处的仰角为  $42^\circ$ ，测得隧道底端 B 处的俯角为  $30^\circ$  (B, C, D 在同一条直线上),  $AB=10\text{m}$ , 隧道高  $6.5\text{m}$  (即  $BC=6.5\text{m}$ ), 求标语牌 CD 的长 (结果保留小数点后一位). (参考数据:  $\sin 42^\circ \approx 0.67$ ,  $\cos 42^\circ \approx 0.74$ ,  $\tan 42^\circ \approx 0.90$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.73$ )



解析：如图作  $AE \perp BD$  于 E. 分别求出 BE、DE，可得 BD 的长，再根据  $CD=BD-BC$  计算即可；

答案：如图作  $AE \perp BD$  于 E.



在  $\text{Rt}\triangle AEB$  中， $\because \angle EAB=30^\circ$ ， $AB=10\text{m}$ ，

$$\therefore BE = \frac{1}{2} AB = 5(\text{m}), \quad AE = 5\sqrt{3}(\text{m}),$$

在  $\text{Rt}\triangle ADE$  中， $DE = AE \cdot \tan 42^\circ = 7.79(\text{m})$ ，

$$\therefore BD = DE + BE = 12.79(\text{m}),$$

$$\therefore CD = BD - BC = 12.79 - 6.5 \approx 6.3(\text{m}),$$

答：标语牌 CD 的长为 6.3m.

20. (列方程(组)及不等式解应用题)

水是生命之源. 为了鼓励居民节约用水，相关部门实行居民生活用水阶梯式计量水价政



策. 若居民每户每月用水量不超过 10 立方米, 每立方米按现行居民生活用水水价收费 (现行居民生活用水水价=基本水价+污水处理费); 若每户每月用水量超过 10 立方米, 则超过部分每立方米在基本水价基础上加价 100%, 每立方米污水处理费不变. 甲用户 4 月份用水 8 立方米, 缴水费 27.6 元; 乙用户 4 月份用水 12 立方米, 缴水费 46.3 元. (注: 污水处理的立方数=实际生活用水的立方数)

(1) 求每立方米的基本水价和每立方米的污水处理费各是多少元?

(2) 如果某用户 7 月份生活用水水费计划不超过 64 元, 该用户 7 月份最多可用水多少立方米?

解析: (1) 设每立方米的基本水价是  $x$  元, 每立方米的污水处理费是  $y$  元, 然后根据等量关系即可列出方程求出答案.

(2) 设该用户 7 月份可用水  $t$  立方米 ( $t > 10$ ), 根据题意列出不等式即可求出答案.

答案: (1) 设每立方米的基本水价是  $x$  元, 每立方米的污水处理费是  $y$  元

$$\begin{cases} 27.6 = 8x + 8y \\ 46.3 = 10x + 2 \times 2x + 12y \end{cases}$$

解得:  $\begin{cases} x = 2.45 \\ y = 1 \end{cases}$

答: 每立方米的基本水价是 2.45 元, 每立方米的污水处理费是 1 元.

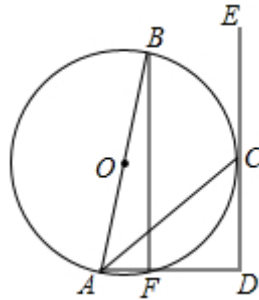
(2) 设该用户 7 月份可用水  $t$  立方米 ( $t > 10$ )

$$10 \times 2.45 + (t - 10) \times 4.9 + t \leq 64$$

解得:  $t \leq 15$

答: 如果某用户 7 月份生活用水水费计划不超过 64 元, 该用户 7 月份最多可用水 15 立方米.

21. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $ED$  切  $\odot O$  于点  $C$ ,  $AD$  交  $\odot O$  于点  $F$ ,  $\angle AC$  平分  $\angle BAD$ , 连接  $BF$ .



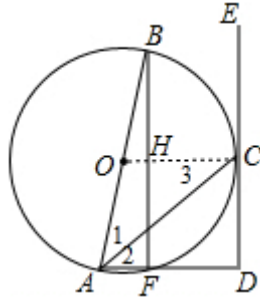
(1) 求证:  $AD \perp ED$ ;

(2) 若  $CD=4$ ,  $AF=2$ , 求  $\odot O$  的半径.

解析: (1) 连接  $OC$ , 如图, 先证明  $OC \parallel AD$ , 然后利用切线的性质得  $OC \perp DE$ , 从而得到  $AD \perp ED$ ;

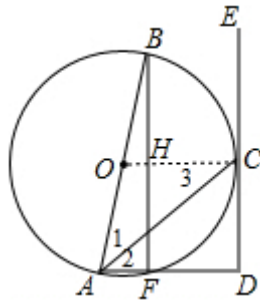
(2)  $OC$  交  $BF$  于  $H$ , 如图, 利用圆周角定理得到  $\angle AFB = 90^\circ$ , 再证明四边形  $CDFH$  为矩形得到  $FH = CD = 4$ ,  $\angle CHF = 90^\circ$ , 利用垂径定理得到  $BH = FH = 4$ , 然后利用勾股定理计算出  $AB$ , 从而得到  $\odot O$  的半径.

答案: (1) 证明: 连接  $OC$ , 如图,



- ∵ AC 平分  $\angle BAD$ ,
- ∴  $\angle 1 = \angle 2$ ,
- ∵  $OA = OC$ ,
- ∴  $\angle 1 = \angle 3$ ,
- ∴  $\angle 2 = \angle 3$ ,
- ∴  $OC \parallel AD$ ,
- ∵ ED 切  $\odot O$  于点 C,
- ∴  $OC \perp DE$ ,
- ∴  $AD \perp ED$ ;

(2) 解: OC 交 BF 于 H, 如图,

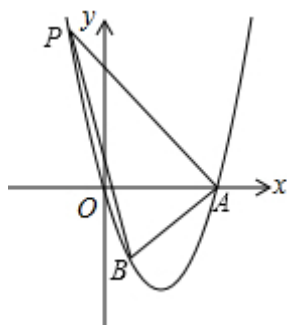


- ∵ AB 为直径,
- ∴  $\angle AFB = 90^\circ$ ,
- 易得四边形 CDFH 为矩形,
- ∴  $FH = CD = 4$ ,  $\angle CHF = 90^\circ$ ,
- ∴  $OH \perp BF$ ,
- ∴  $BH = FH = 4$ ,
- ∴  $BF = 8$ ,

在  $Rt\triangle ABF$  中,  $AB = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{2^2 + 8^2} = 2\sqrt{17}$ ,

∴  $\odot O$  的半径为  $\sqrt{17}$ .

22. 如图, 抛物线  $y = ax^2 + bx$  过点  $B(1, -3)$ , 对称轴是直线  $x = 2$ , 且抛物线与  $x$  轴的正半轴交于点 A.



(1) 求抛物线的解析式，并根据图象直接写出当  $y \leq 0$  时，自变量  $x$  的取值范围；

(2) 在第二象限内的抛物线上有一点  $P$ ，当  $PA \perp BA$  时，求  $\triangle PAB$  的面积。

解析：(1) 将函数图象经过的点  $B$  坐标代入的函数的解析式中，再和对称轴方程联立求出待定系数  $a$  和  $b$ ；

(2) 将  $AB$  所在直线的解析式求出，利用直线  $AP$  与  $AB$  垂直的关系求出直线  $AP$  的斜率  $k$ ，再求直线  $AP$  的解析式，求直线  $AP$  与  $x$  轴交点，求点  $P$  的坐标，将  $\triangle PAB$  的面积构造成长方形去掉三个三角形的面积。

答案：(1) 由题意得，
$$\begin{cases} a + b = -3 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases},$$

$\therefore$  抛物线的解析式为  $y = x^2 - 2x$ ，

令  $y = 0$ ，得  $x^2 - 2x = 0$ ，解得  $x = 0$  或  $2$ ，

结合图象知， $A$  的坐标为  $(2, 0)$ ，

根据图象开口向上，则  $y \leq 0$  时，自变量  $x$  的取值范围是  $0 \leq x \leq 2$ ；

(2) 设直线  $AB$  的解析式为  $y = mx + n$ ，

则 
$$\begin{cases} m + n = -3 \\ 2m + n = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} m = 3 \\ n = -6 \end{cases},$$

$\therefore y = 3x - 6$ ，

设直线  $AP$  的解析式为  $y = kx + c$ ，

$\because PA \perp BA, \therefore k = -\frac{1}{3}$ ，

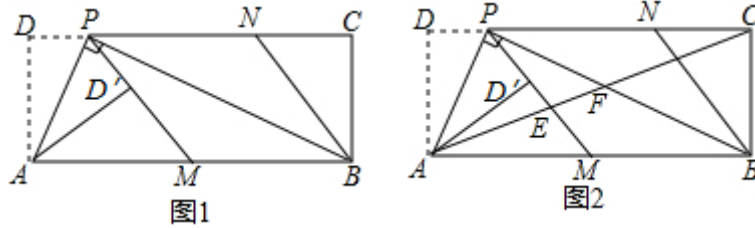
则有  $-\frac{1}{3} \times 2 + c = 0$ ，解得  $c = \frac{2}{3}$ ，

$\therefore \begin{cases} y = x^2 - 2x \\ y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{7}{9} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases},$

$\therefore$  点  $P$  的坐标为  $(-\frac{1}{3}, \frac{7}{9})$ ，

$\therefore \triangle PAB$  的面积  $= |-\frac{1}{3} - 2| \times |\frac{7}{9} - (-3)| - \frac{1}{2} \times |-\frac{1}{3} - 2| \times |\frac{7}{9} - \frac{1}{2}| - \frac{1}{2} \times |-\frac{1}{3} - 1| \times |\frac{7}{9} - (-3)| - \frac{1}{2} \times |2 - 1| \times |0 - (-3)| = \frac{35}{9}$ 。

23. 如图 1, 在矩形 ABCD 中, P 为 CD 边上一点 (DP < CP),  $\angle APB = 90^\circ$ . 将  $\triangle ADP$  沿 AP 翻折得到  $\triangle AD'P$ , PD' 的延长线交边 AB 于点 M, 过点 B 作  $BN \parallel MP$  交 DC 于点 N.



(1) 求证:  $AD^2 = DP \cdot PC$ ;

(2) 请判断四边形 PMBN 的形状, 并说明理由;

(3) 如图 2, 连接 AC, 分别交 PM, PB 于点 E, F. 若  $\frac{DP}{AD} = \frac{1}{2}$ , 求  $\frac{EF}{AE}$  的值.

解析: (1) 过点 P 作  $PG \perp AB$  于点 G, 易知四边形 DPGA, 四边形 PCBG 是矩形, 所以  $AD = PG$ ,  $DP = AG$ ,  $GB = PC$ , 易证  $\triangle APG \sim \triangle PBG$ , 所以  $PG^2 = AG \cdot GB$ , 即  $AD^2 = DP \cdot PC$ ;

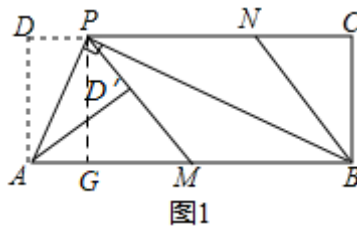
(2)  $DP \parallel AB$ , 所以  $\angle DPA = \angle PAM$ , 由题意可知:  $\angle DPA = \angle APM$ , 所以  $\angle PAM = \angle APM$ , 由于  $\angle APB - \angle PAM = \angle APB - \angle APM$ , 即  $\angle ABP = \angle MPB$ , 从而可知  $PM = MB = AM$ , 又易证四边形 PMBN 是平行四边形, 所以四边形 PMBN 是菱形;

(3) 由于  $\frac{DP}{AD} = \frac{1}{2}$ , 可设  $DP = 1$ ,  $AD = 2$ , 由 (1) 可知:  $AG = DP = 1$ ,  $PG = AD = 2$ , 从而求出  $GB = PC = 4$ ,

$AB = AG + GB = 5$ , 由于  $CP \parallel AB$ , 从而可证  $\triangle PCF \sim \triangle BAF$ ,  $\triangle PCE \sim \triangle MAE$ , 从而可得:  $\frac{AF}{AC} = \frac{5}{9}$ ,

$$\frac{AE}{AC} = \frac{5}{13}, \text{ 从而可求出 } EF = AF - AE = \frac{5}{9}AC - \frac{5}{13}AC = \frac{20}{117}AC, \text{ 从而可得 } \frac{EF}{AE} = \frac{\frac{20}{117}AC}{\frac{5}{13}AC} = \frac{4}{9}.$$

答案: (1) 过点 P 作  $PG \perp AB$  于点 G,



$\therefore$  易知四边形 DPGA, 四边形 PCBG 是矩形,

$\therefore AD = PG$ ,  $DP = AG$ ,  $GB = PC$

$\because \angle APB = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle APG + \angle GPB = \angle GPB + \angle PBG = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle APG = \angle PBG$ ,

$\therefore \triangle APG \sim \triangle PBG$ ,

$$\therefore \frac{PG}{AG} = \frac{GB}{PG},$$

$\therefore PG^2 = AG \cdot GB$ ,

即  $AD^2 = DP \cdot PC$ ;

(2)  $\because DP \parallel AB$ ,

$$\therefore \angle DPA = \angle PAM,$$

由题意可知:  $\angle DPA = \angle APM,$

$$\therefore \angle PAM = \angle APM,$$

$$\therefore \angle APB - \angle PAM = \angle APB - \angle APM,$$

即  $\angle ABP = \angle MPB$

$$\therefore AM = PM, PM = MB,$$

$$\therefore PM = MB,$$

又易证四边形 PMBN 是平行四边形,

$\therefore$  四边形 PMBN 是菱形;

$$(3) \text{ 由于 } \frac{DP}{AD} = \frac{1}{2},$$

可设  $DP=1, AD=2,$

由(1)可知:  $AG=DP=1, PG=AD=2,$

$$\therefore PG^2 = AG \cdot GB,$$

$$\therefore 4 = 1 \cdot GB,$$

$$\therefore GB = PC = 4,$$

$$AB = AG + GB = 5,$$

$$\therefore CP \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle PCF \sim \triangle BAF,$$

$$\therefore \frac{CF}{AF} = \frac{PC}{AB} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \frac{AF}{AC} = \frac{5}{9},$$

又易证:  $\triangle PCE \sim \triangle MAE, AM = \frac{1}{2} AB = \frac{5}{2}$

$$\therefore \frac{CE}{AE} = \frac{PC}{AM} = \frac{4}{\frac{5}{2}} = \frac{8}{5}$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{5}{13},$$

$$\therefore EF = AF - AE = \frac{5}{9} AC - \frac{5}{13} AC = \frac{20}{117} AC,$$

$$\therefore \frac{EF}{AE} = \frac{\frac{20}{117} AC}{\frac{5}{13} AC} = \frac{4}{9}.$$