2018年湖南省衡阳市中考真题数学

一、选择题(本题共12小题，每小题3分，共36分)

1.-4的相反数是(　　)

A.4

B.-4

C.$-\frac{1}{4}$

D.$\frac{1}{4}$

解析：-4的相反数是4.

答案：A

2.2018年我市财政计划安排社会保障和公共卫生等支出约1800000000元支持民生幸福工程，数1800000000用科学记数法表示为(　　)

A.18×10^{8}

B.1.8×10^{8}

C.1.8×10^{9}

D.0.18×10^{10}

解析：科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数.确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同.当原数绝对值>1时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数.$1800000000=1.8\times10^{9}$.

答案：C

3.下列生态环保标志中，是中心对称图形的是(　　)

A.

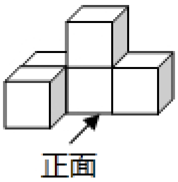
B.

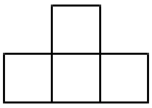
C. 

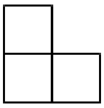
D. 

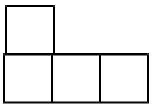
解析：A、不是中心对称图形，故本选项错误；
B、是中心对称图形，故本选项正确；
C、不是中心对称图形，故本选项错误；
D、不是中心对称图形，故本选项错误.
答案：B

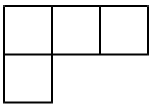
4.如图是由 5 个大小相同的小正方体摆成的立体图形，它的主视图是(　　)



A. 

B. 

C. 

D. 

解析：从正面看易得第一层有 3 个正方形，第二层有 1 个正方形，且位于中间.
答案：A

5.已知抛一枚均匀硬币正面朝上的概率为$\frac{1}{2}$，下列说法错误的是(　　)
A.连续抛一枚均匀硬币 2 次必有 1 次正面朝上
B.连续抛一枚均匀硬币 10 次都可能正面朝上
C.大量反复抛一枚均匀硬币，平均每 100 次出现正面朝上 50 次

D.通过抛一枚均匀硬币确定谁先发球的比赛规则是公平的

解析：A、连续抛一均匀硬币2次必有1次正面朝上，不正确，有可能两次都正面朝上，也可能都反面朝上，故此选项错误；

B、连续抛一均匀硬币10次都可能正面朝上，是一个有机事件，有可能发生，故此选项正确；

C、大量反复抛一均匀硬币，平均100次出现正面朝上50次，也有可能发生，故此选项正确；

D、通过抛一均匀硬币确定谁先发球的比赛规则是公平的，概率均为$\frac{1}{2}$，故此选项正确.

答案：A

6.下列各式中正确的是(　　)

A. $\sqrt{9}=\pm 3$

B. $\sqrt{(-3)^2}=-3$

C. $\sqrt[3]{9}=3$

D. $\sqrt{12}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$

解析：A、原式=3，不符合题意；

B、原式=|-3|=3，不符合题意；

C、原式不能化简，不符合题意；

D、原式$=2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$，符合题意.

答案：D

7.下面运算结果为a^6的是(　　)

A. a^3+a^3

B. $a^8\div a^2$

C. $a^2\cdot a^3$

D. $(-a^2)^3$

解析：A、$a^3+a^3=2a^3$，此选项不符合题意；

B、$a^8\div a^2=a^6$，此选项符合题意；

C、$a^2\cdot a^3=a^5$，此选项不符合题意；

D、$(-a^2)^3=-a^6$，此选项不符合题意.

答案：B

8.衡阳市某生态示范园计划种植一批梨树，原计划总产值30万千克，为了满足市场需求，现决定改良梨树品种，改良后平均每亩产量是原来的1.5倍，总产量比原计划增加了6万千克，种植亩数减少了10亩，则原来平均每亩产量是多少万千克？设原来平均每亩产量为x万千克，根据题意，列方程为(　　)

A. $\frac{30}{x}-\frac{36}{1.5x}=10$

B. $\frac{30}{x}-\frac{30}{1.5x}=10$

C. $\frac{30}{1.5x}-\frac{30}{x}$=10

D. $\frac{30}{x}+\frac{36}{1.5x}$=10

解析：设原计划每亩平均产量 x 万千克，则改良后平均每亩产量为 1.5x 万千克，根据题意列方程为：$\frac{30}{x}-\frac{36}{1.5x}$=10.

答案：A

9.下列命题是假命题的是(　　)

A.正五边形的内角和为 540°

B.矩形的对角线相等

C.对角线互相垂直的四边形是菱形

D.圆内接四边形的对角互补

解析：正五边形的内角和=(5-2)×180° =540° ，A 是真命题；

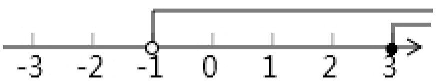
矩形的对角线相等，B 是真命题；

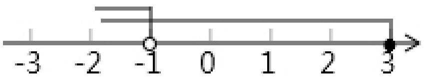
对角线互相垂直的平行四边形是菱形，C 是假命题；

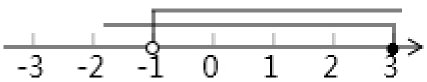
圆内接四边形的对角互补，D 是真命题；

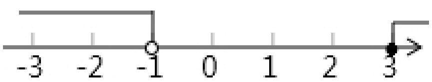
答案：C

10.不等式组$\begin{cases} x+1>0, \\ 2x-6\le 0 \end{cases}$的解集在数轴上表示正确的是(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

解析：$\begin{cases} x+1>0① , \\ 2x-6\le 0②, \end{cases}$ 解①得 x＞-1，解②得 x≤3，所以不等式组的解集为-1＜x≤3.

答案：C

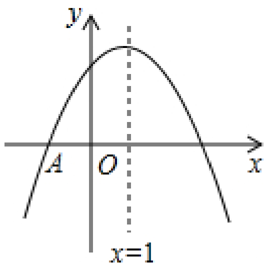
11.对于反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$，下列说法不正确的是(　　)

A.图象分布在第二、四象限

B.当 x＞0 时，y 随 x 的增大而增大

C.图象经过点(1，-2)
D.若点 A(x_1，y_1)，B(x_2，y_2)都在图象上，且 x_1＜x_2，则 y_1＜y_2
解析：A、k=-2＜0，∴它的图象在第二、四象限，故本选项正确；
B、k=-2＜0，当 x＞0 时，y 随 x 的增大而增大，故本选项正确；
C、∵$-\frac{2}{1}$=-2，∴点(1，-2)在它的图象上，故本选项正确；
D、点 A(x_1，y_1)、B(x_2、y_2)都在反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的图象上，若 x_1＜x_2＜0，则 y_1＜y_2，故本选项错误.
答案：D

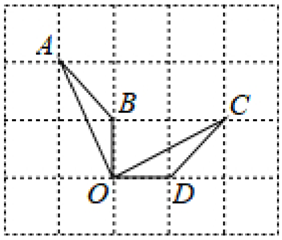
12.如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A(-1，0)，顶点坐标(1，n)与 y 轴的交点在(0，2)，(0，3)之间(包含端点)，则下列结论：①3a+b＜0；②$-1\leqslant a\leqslant-\frac{2}{3}$；③对于任意实数 m，$a+b\geqslant am^2+bm$ 总成立；④关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=n-1$ 有两个不相等的实数根.其中结论正确的个数为(　　)



A.1 个
B.2 个
C.3 个
D.4 个
解析：∵抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A(-1，0)，∴x=-1 时，y=0，即 a-b+c=0，
而抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2a}$ =1，即 b=-2a，∴3a+c=0，所以①错误；
∵2≤c≤3，而 c=-3a，∴2≤-3a≤3，∴$-1\leqslant a\leqslant-\frac{2}{3}$，所以②正确；
∵抛物线的顶点坐标(1，n)，∴x=1 时，二次函数值有最大值 n，∴$a+b+c\geqslant am^2+bm+c$，
即 $a+b\geqslant am^2+bm$，所以③正确；
∵抛物线的顶点坐标(1，n)，∴抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与直线 y=n-1 有两个交点，
∴关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=n-1$ 有两个不相等的实数根，所以④正确.
答案：C

二、填空题(本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分).

13.如图，点 A、B、C、D、O 都在方格纸的格点上，若△COD 是由△AOB 绕点 O 按顺时针方向旋转而得到的，则旋转的角度为________.



解析：∵△COD 是由△AOB 绕点 O 按顺时针方向旋转而得，∴OB=OD，∴旋转的角度是∠BOD 的大小，∵∠BOD=90°，∴旋转的角度为 90°.
答案：90°

14.某公司有 10 名工作人员，他们的月工资情况如表，根据表中信息，该公司工作人员的月工资的众数是_________.

职务	经理	副经理	A类职员	B类职员	C类职员
人数	1	2	2	4	4
月工资（万元/人）	2	1.2	0.8	0.6	0.4

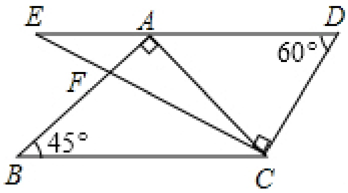
解析：由表可知 0.6 万元和 0.4 万元出现次数最多，有 4 次，所以该公司工作人员的月工资的众数是 0.6 万元和 0.4 万元，
答案：0.6 万元、0.4 万元

15.计算：$\frac{x^2}{x+1}-\frac{1}{x+1}=$______.

解析：$\frac{x^2}{x+1}-\frac{1}{x+1}=\frac{(x+1)(x-1)}{x+1}=x-1$.

答案：x-1

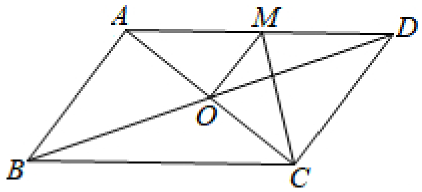
16.将一副三角板如图放置，使点 A 落在 DE 上，若 BC∥DE，则∠AFC 的度数为________.



解析：∵BC∥DE，△ABC 为等腰直角三角形，∴∠FBC=∠EAB=$\frac{1}{2}$(180°-90°)=45°，
∵∠AFC 是△AEF 的外角，∴∠AFC=∠FAE+∠E=45°+30°=75°.
答案：75°

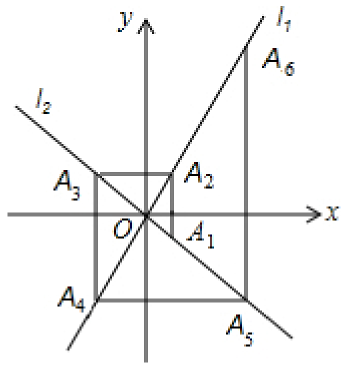
17.如图，平行四边形 ABCD 的对角线相交于点 O，且 AD≠CD，过点 O 作 OM⊥AC，交 AD 于点

M.如果△CDM 的周长为 8，那么平行四边形 ABCD 的周长是_________.



解析：∵四边形 ABCD 是平行四边形，∴OA=OC，
∵OM⊥AC，∴AM=MC.∴△CDM 的周长=AD+CD=8，∴平行四边形 ABCD 的周长是 2×8=16.
答案：16

18.如图，在平面直角坐标系中，函数 y=x 和 $y=-\frac{1}{2}x$ 的图象分别为直线 l_1，l_2，过点 $A_1(1,-\frac{1}{2})$作 x 轴的垂线交 l_1于点 A_2，过点 A_2作 y 轴的垂线交 l_2于点 A_3，过点 A_3作 x 轴的垂线交 l_1于点 A_4，过点 A_4作 y 轴的垂线交 l_2于点 A_5，…依次进行下去，则点 A_{2018}的横坐标为_______.

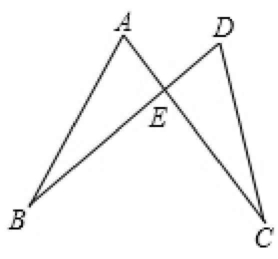


解析：由题意可得，$A_1(1,-\frac{1}{2})$，$A_2(1,1)$，$A_3(-2,1)$，$A_4(-2,-2)$，$A_5(4,-2)$，…，
∵2018÷4=504…2，2018÷2=1009，∴点 A_{2018}的横坐标为：1009.
答案：1009

三、解答题(本题共 8 个小题，19-20 题每题 6 分，21-24 题每题 8 分，25 题 10 分，26 题 12 分).

19.先化简，再求值：(x+2)(x-2)+x(1-x)，其中 x=-1.
解析：原式利用平方差公式，以及单项式乘以多项式法则计算，去括号合并得到最简结果，把 x 的值代入计算即可求出值.
答案：原式$=x^2-4+x-x^2=x-4$，当 x=-1 时，原式=-5.

20.如图，已知线段 AC，BD 相交于点 E，AE=DE，BE=CE.

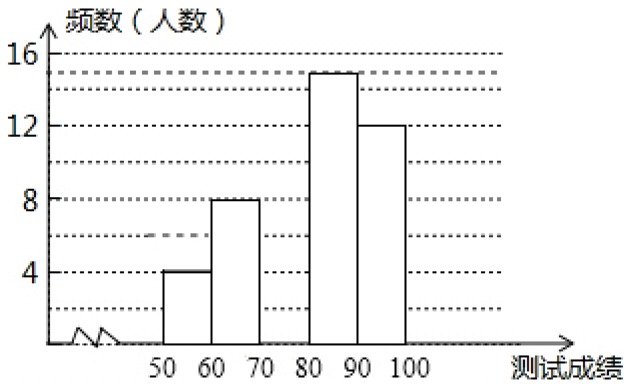


(1)求证：△ABE≌△DCE；
(2)当 AB=5 时，求 CD 的长.
解析：(1)根据 AE=DE，BE=CE，∠AEB 和∠DEC 是对顶角，利用 SAS 证明△AEB≌△DEC 即可.
(2)根据全等三角形的性质即可解决问题.

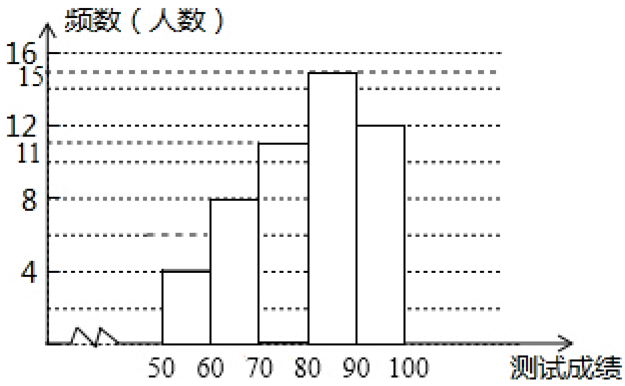
答案：(1)在△AEB 和△DEC 中，$\begin{cases} AE=DE, \\ \angle AEB=\angle DEC, \\ BE=EC, \end{cases}$∴△AEB≌△DEC(SAS).

(2)∵△AEB≌△DEC，∴AB=CD，∵AB=5，∴CD=5.

21.“赏中华诗词，寻文化基因，品生活之美”，某校举办了首届“中国诗词大会”，经选拔后有 50 名学生参加决赛，根据测试成绩(成绩都不低于 50 分)绘制出如图所示的部分频数分布直方图.



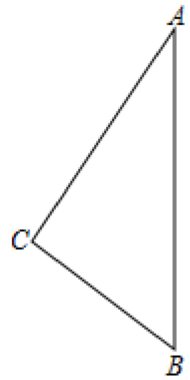
请根据图中信息完成下列各题.
(1)将频数分布直方图补充完整人数；
(2)若测试成绩不低于 80 分为优秀，则本次测试的优秀率是多少；
(3)现将从包括小明和小强在内的 4 名成绩优异的同学中随机选取两名参加市级比赛，求小明与小强同时被选中的概率.
解析：(1)根据各组频数之和等于总数可得 70～80 分的人数，据此即可补全直方图；
(2)用成绩大于或等于 80 分的人数除以总人数可得；
(3)列出所有等可能结果，再根据概率公式求解可得.
答案：(1)70 到 80 分的人数为 50-(4+8+15+12)=11 人，补全频数分布直方图如下：



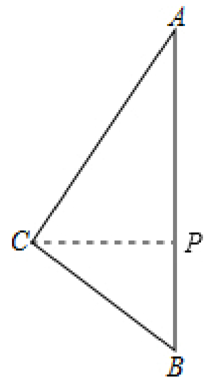
(2)本次测试的优秀率是 $\frac{15+12}{50}$ ×100%=54%；

(3)设小明和小强分别为 A、B，另外两名学生为：C、D，则所有的可能性为：AB、AC、AD、BC、BD、CD，所以小明和小强分在一起的概率为$\frac{1}{6}$.

22.一名徒步爱好者来衡阳旅行，他从宾馆 C 出发，沿北偏东 30° 的方向行走 2000 米到达石鼓书院 A 处，参观后又从 A 处沿正南方向行走一段距离，到达位于宾馆南偏东 45° 方向的雁峰公园 B 处，如图所示.



(1)求这名徒步爱好者从石鼓书院走到雁峰公园的途中与宾馆之间的最短距离；
(2)若这名徒步爱好者以 100 米/分的速度从雁峰公园返回宾馆，那么他在 15 分钟内能否到达宾馆？
解析：(1)作 CP⊥AB 于 P，解 Rt△PAC，即可求得 PC 的长；
(2)在 Rt△PBC 中，PC=1000，∠PBC=∠BPC=45°，则 BC 可求出，再根据时间=路程÷速度求出他到达宾馆需要的时间，与 15 分钟比较即可.
答案：(1)作 CP⊥AB 于 P，



由题意可得出：∠A=30°，AP=2000 米，则 CP=$\frac{1}{2}$AC=1000 米；

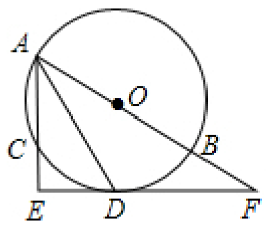
(2)∵在 Rt△PBC 中，PC=1000，∠PBC=∠BPC=45°，∴BC=$\sqrt{2}PC=1000\sqrt{2}$ 米.

∵这名徒步爱好者以 100 米/分的速度从雁峰公园返回宾馆，

∴他到达宾馆需要的时间为$\frac{1000\sqrt{2}}{100}=10\sqrt{2}$<15，∴他在 15 分钟内能到达宾馆.

23.如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，AB 为直径，∠BAC 的平分线交⊙O 于点 D，过点 D 作 DE⊥

AC 分别交 AC、AB 的延长线于点 E、F.



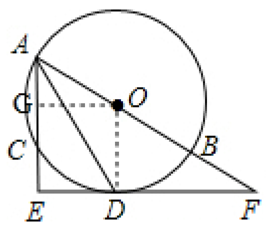
(1)求证：EF 是⊙O 的切线；

(2)若 AC=4，CE=2，求 $\overset{\frown}{BD}$ 的长度.(结果保留π)

解析：(1)连接 OD，由 OA=OD 知∠OAD=∠ODA，由 AD 平分∠EAF 知∠DAE=∠DAO，据此可得∠DAE=∠ADO，继而知 OD∥AE，根据 AE⊥EF 即可得证；

(2)作 OG⊥AE，知 AG=CG=$\frac{1}{2}$AC=2，证四边形 ODEG 是正方形得 OA=OD=4、∠DOG=90°，再由 OA=2AG 知∠AOG=30°，得出∠BOD=60°，利用弧长公式可得答案.

答案：(1)如图，连接 OD，



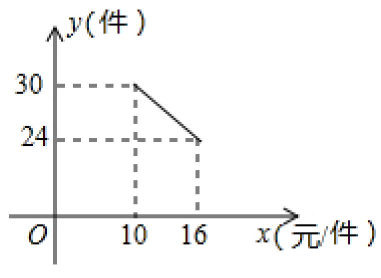
∵OA=OD，∴∠OAD=∠ODA，∵AD 平分∠EAF，∴∠DAE=∠DAO，∴∠DAE=∠ADO，∴OD∥AE，∵AE⊥EF，∴OD⊥EF，∴EF 是⊙O 的切线；

(2)如图，作 OG⊥AE 于点 G，则 AG=CG=$\frac{1}{2}$AC=2，∠OGE=∠E=∠ODE=90°，

∵OD=OG，∴四边形 ODEG 是正方形，∴OA=OD=OG=CG+CE=2+2=4，∠DOG=90°，

在 Rt△AOG 中，∵OA=2AG，∴∠AOG=30°，∴∠BOD=60°，则 $\overset{\frown}{BD}$ 的长度为 $\frac{60\cdot\pi\cdot 4}{180}=\frac{4\pi}{3}$.

24.一名在校大学生利用“互联网+”自主创业，销售一种产品，这种产品的成本价 10 元/件，已知销售价不低于成本价，且物价部门规定这种产品的销售价不高于 16 元/件，市场调查发现，该产品每天的销售量 y(件)与销售价 x(元/件)之间的函数关系如图所示.



(1)求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

(2)求每天的销售利润 W(元)与销售价 x(元/件)之间的函数关系式，并求出每件销售价为多少元时，每天的销售利润最大？最大利润是多少？

解析：(1)利用待定系数法求解可得 y 关于 x 的函数解析式；

(2)根据“总利润=每件的利润×销售量”可得函数解析式，将其配方成顶点式，利用二次函数的性质进一步求解可得.

答案：(1)设 y 与 x 的函数解析式为 y=kx+b，

将(10，30)、(16，24)代入，得：$\begin{cases}10k+b=30,\\16k+b=24,\end{cases}$解得：$\begin{cases}k=-1,\\b=40,\end{cases}$所以 y 与 x 的函数解析式为 y=-x+40(10≤x≤16)；

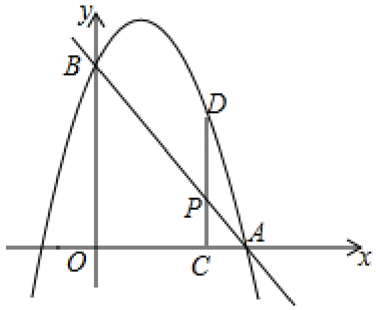
(2)根据题意知，$W=(x-10)y=(x-10)(-x+40)=-x^2+50x-400=-(x-25)^2+225$，

∵a=-1＜0，∴当 x＜25 时，W 随 x 的增大而增大，

∵10≤x≤16，∴当 x=16 时，W 取得最大值，最大值为 144，

答：每件销售价为 16 元时，每天的销售利润最大，最大利润是 144 元.

25.如图，已知直线 y=-2x+4 分别交 x 轴、y 轴于点 A、B，抛物线过 A，B 两点，点 P 是线段 AB 上一动点，过点 P 作 PC⊥x 轴于点 C，交抛物线于点 D.



(1)若抛物线的解析式为 $y=-2x^2+2x+4$，设其顶点为 M，其对称轴交 AB 于点 N.

①求点 M、N 的坐标；

②是否存在点 P，使四边形 MNPD 为菱形？并说明理由；

(2)当点 P 的横坐标为 1 时，是否存在这样的抛物线，使得以 B、P、D 为顶点的三角形与△AOB 相似？若存在，求出满足条件的抛物线的解析式；若不存在，请说明理由.

解析：(1)①如图 1，把抛物线解析式配成顶点式可得到顶点为 M 的坐标为($\frac{1}{2}$,$\frac{9}{2}$)，然后计算自变量为$\frac{1}{2}$对应的一次函数值可得到 N 点坐标；

②易得 MN=$\frac{3}{2}$，设 P 点坐标为(m，-2m+4)，则 D(m，$-2m^2+2m+4$)，则 PD=$-2m^2+4m$，由于 PD∥MN，根据平行四边形的判定方法，当 PD=MN 时，四边形 MNPD 为平行四边形，即$-2m^2+4m=\frac{3}{2}$，求出 m 得到此时 P 点坐标为($\frac{3}{2}$，1)，接着计算出 PN，然后比较 PN 与 MN 的大小关系可判断平行四边形 MNPD 是否为菱形；

(2)如图 2，利用勾股定理计算出 AB=$2\sqrt{5}$，再表示出 P(1，2)，则可计算出 PB=$\sqrt{5}$，接着表示出抛物线解析式为 $y=ax^2-2(a+1)x+4$,则可用 a 表示出点 D 坐标为(1,2-a),所以 PD=-a，由于∠DPB=∠OBA，根据相似三角形的判定方法，当 $\frac{PD}{BO}=\frac{PB}{BA}$ 时，△PDB∽△BOA，即

$-\frac{a}{4}=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$；当 $\frac{PD}{BA}=\frac{PB}{BO}$ 时，△PDB∽△BAO，即 $-\frac{a}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{4}$，然后利用比例性质分别求出 a 的值，从而得到对应的抛物线的解析式.

答案：(1)①如图 1，

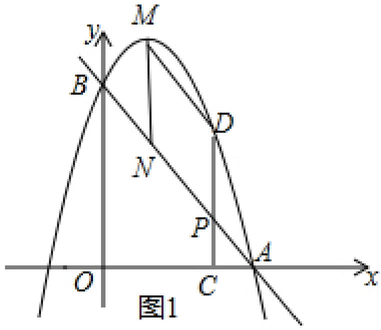


图1

∵$y=-2x^2+2x+4=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{2}$，∴顶点为 M 的坐标为($\frac{1}{2},\frac{9}{2}$)，

当 $x=\frac{1}{2}$ 时，$y=-2\times\frac{1}{2}+4=3$，则点 N 坐标为($\frac{1}{2}$，3)；

②不存在.理由如下：$MN=\frac{9}{2}-3=\frac{3}{2}$，

设 P 点坐标为(m，-2m+4)，则 D(m，$-2m^2+2m+4$)，∴$PD=-2m^2+2m+4-(-2m+4)=-2m^2+4m$，

∵PD∥MN，

当 PD=MN 时，四边形 MNPD 为平行四边形，即 $-2m^2+4m=\frac{3}{2}$，解得 $m_1=\frac{1}{2}$(舍去)，$m_2=\frac{3}{2}$，此时 P 点坐标为($\frac{3}{2}$，1)，

∵$PN=\sqrt{\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\right)^2+(3-1)^2}=\sqrt{5}$，∴PN≠MN，∴平行四边形 MNPD 不为菱形，

∴不存在点 P，使四边形 MNPD 为菱形；

(2)存在.如图 2，OB=4，OA=2，则 $AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，

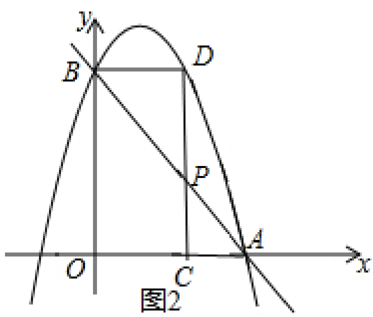


图2

当 x=1 时，y=-2x+4=2，则 P(1，2)，

∴$PB=\sqrt{1^2+(2-4)^2}=\sqrt{5}$，

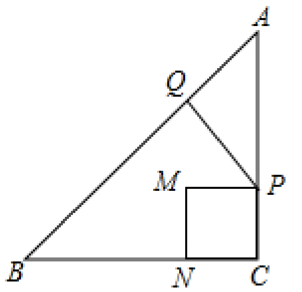
设抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+4$，
把 A(2，0)代入得 $4a+2b+4=0$，解得 $b=-2a-2$，
∴抛物线的解析式为 $y=ax^2-2(a+1)x+4$，
当 $x=1$ 时，$y=ax^2-2(a+1)x+4=a-2a-2+4=2-a$，则 D(1，2-a)，∴PD=2-a-2=-a，
∵DC∥OB，∴∠DPB=∠OBA，

∴当 $\frac{PD}{BO}=\frac{PB}{BA}$ 时，△PDB∽△BOA，即 $-\frac{a}{4}=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$，解得 a=-2，此时抛物线解析式为 $y=-2x^2+2x+4$；

当 BO 时，△PDB∽△BAO，即 $-\frac{a}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{4}$，解得 $a=-\frac{5}{2}$，此时抛物线解析式为 $y=-\frac{5}{2}x^2+3x+4$；

综上所述，满足条件的抛物线的解析式为 $y=-2x^2+2x+4$ 或 $y=-\frac{5}{2}x^2+3x+4$.

26.如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AC=BC=4cm，动点 P 从点 C 出发以 1cm/s 的速度沿 CA 匀速运动，同时动点 Q 从点 A 出发以 $\sqrt{2}$ cm/s 的速度沿 AB 匀速运动，当点 P 到达点 A 时，点 P、Q 同时停止运动，设运动时间为 t(s).



(1)当 t 为何值时，点 B 在线段 PQ 的垂直平分线上？
(2)是否存在某一时刻 t，使△APQ 是以 PQ 为腰的等腰三角形？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由；
(3)以 PC 为边，往 CB 方向作正方形 CPMN，设四边形 QNCP 的面积为 S，求 S 关于 t 的函数关系式.
解析：(1)连接 PB，由点 B 在线段 PQ 的垂直平分线上，推出 BP=BQ，由此构建方程即可解决问题；
(2)分两种情形分别构建方程求解即可；
(3)如图 4 中，连接 QC，作 QE⊥AC 于 E，作 QF⊥BC 于 F.则 QE=AE，QF=EC，可得 QE+QF=AE+EC=AC=4.$S=S_{\triangle QNC}+S_{\triangle PCQ}=\frac{1}{2}\cdot CN\cdot QF+\frac{1}{2}\cdot PC\cdot QE$，计算即可；
答案：(1)如图 1 中，连接 BP.

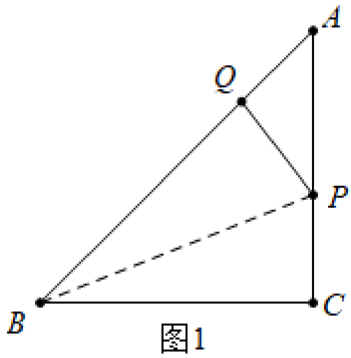


图1

在 Rt△ACB 中，∵AC=BC=4，∠C=90°，∴AB=$4\sqrt{2}$，

∵点 B 在线段 PQ 的垂直平分线上，∴BP=BQ，

∵ $AQ=\sqrt{2}t$，$CP=t$，$\therefore BQ=4\sqrt{2}-\sqrt{2}t$，$PB^2=4^2+t^2$，$\therefore\left(4\sqrt{2}-\sqrt{2}t\right)^2=16+t^2$，

解得 t=$8-4\sqrt{3}$ 或 $8+4\sqrt{3}$（舍弃），

∴t=($8-4\sqrt{3}$)s 时，点 B 在线段 PQ 的垂直平分线上.

(2)①如图 2 中，当 PQ=QA 时，易知△APQ 是等腰直角三角形，∠AQP=90°.

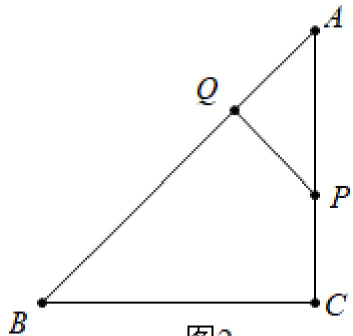


图2

则有 PA=$\sqrt{2}$AQ，∴4-t=$\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$t，解得 t=$\frac{4}{3}$.

②如图 3 中，当 AP=PQ 时，易知△APQ 是等腰直角三角形，∠APQ=90°.

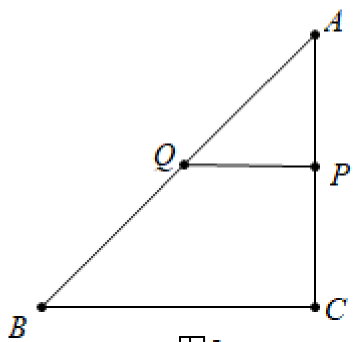


图3

则有：$AQ=\sqrt{2}AP$，$\therefore\sqrt{2}t=\sqrt{2}\left(4-t\right)$，解得 t=2，

综上所述：t=$\frac{4}{3}$s 或 2s 时，△APQ 是以 PQ 为腰的等腰三角形.

(3)如图 4 中，连接 QC，作 QE⊥AC 于 E，作 QF⊥BC 于 F.

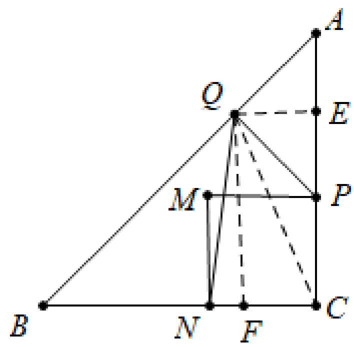


图4

则 QE=AE，QF=EC，可得 QE+QF=AE+EC=AC=4.

∵$S=S_{\triangle QNC}+S_{\triangle PCQ}=\frac{1}{2}\cdot CN\cdot QF+\frac{1}{2}\cdot PC\cdot QE=\frac{1}{2}t\left(QE+QF\right)=2t$（0＜t＜4）.